

Estimation et stabilisation de l'état d'un robot humanoïde compliant

Alexis Mifsud

▶ **To cite this version:**

Alexis Mifsud. Estimation et stabilisation de l'état d'un robot humanoïde compliant. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2017. Français. NNT : 2017INPT0074 . tel-04223294v2

HAL Id: tel-04223294

https://theses.hal.science/tel-04223294v2

Submitted on 29 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Robotique

Présentée et soutenue par :

M. ALEXIS MIFSUD

le mardi 17 octobre 2017

Titre :

Estimation et stabilisation de l'état d'un robot humanoïde compliant

---

Ecole doctorale :

Systèmes (Systèmes)

Unité de recherche :

Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (L.A.A.S.)

Directeur(s) de Thèse :

M. FLORENT LAMIRAUX

M. MEHDI BENALLEGUE

Rapporteurs :

Mme CHRISTINE CHEVALLEREAU, IRCCYN DE NANTES

M. TAREK HAMEL, UNIVERSITE DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS

Membre(s) du jury :

Mme CHRISTINE CHEVALLEREAU, IRCCYN DE NANTES, Président

M. JOAN SOLA, UNIV POLITECNICA DE CATALUNYA BARCELONA, Membre

M. PIERRE-BRICE WIEBER, INRIA GRENOBLE - RHONE ALPES, Membre

Remerciements

Je souhaites tout d'abord remercier mes encadrants, Florent Lamiraux et Mehdi Benallegue, pour m'avoir accompagné tout au long de cette thèse. Plus particulièrement, je souhaites remercier Florent Lamiraux pour avoir lancé dans l'équipe Gepetto, les travaux de recherche qui font l'objet de ce manuscrit, et d'avoir été mon directeur de thèse. Je souhaites aussi remercier Mehdi Benallegue pour m'avoir suivis au jour le jour, tout au long de ces trois années et malgré la distance. Outre son encadrement, je retiendrais nos échanges très intéressants, sur l'estimation et la commande au delà du contenu de cette thèse.

Je souhaites de plus remercier les membres de mon jury, et plus particulièrement Tarek Hamel et Christine Chevallereau pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit. Je veux aussi remercier Pierre-Brice Wieber et Joan Solà d'avoir fait partie, avec les rapporteurs, du jury de ma soutenance de thèse.

Je veux aussi remercier toute l'équipe Gepetto pour le cadre stimulant qu'elle m'a fournie. Je mesures les progrès que cela m'a permis de faire, sur le plan scientifique et personnel. Je voudrais pour cela remercier tout particulièrement ceux qui sont je penses devenus plus que des collègues. Grâce à eux, en plus de la robotique, je sais faire du pain, de la clarinette, de la bière, du fromage, des yaourts, de la rhétorique et tant d'autres choses.

Je voudrais aussi remercier mes autres amis et mes colocataires, pour le cadre moins formel qu'ils m'ont donné, au Dubliner ou ailleurs. Poulpi.

Je remercie enfin toute ma famille pour leur présence depuis presque 27 ans, et de nombreux couscous de noël. Je souhaites plus particulièrement remercier mes parents et ma soeur pour leur soutiens, dans les meilleures moments comme dans les plus difficiles. Je souhaites les remercier, ainsi que mes grands parents et mon beau-frère, pour la relecture attentive de ce manuscrit. Je souhaites finalement remercier ma soeur et mon beau-frère, grâce à qui je serais bientôt tonton.

Table des matières

Repères et notations **1**

1 État de l'art & Positionnement du problème **5**
1.1 Introduction 5
1.2 État de l'art 6
1.2.1 Estimation en robotique mobile 6
1.2.2 Stabilisation 12
1.2.3 Observabilité et commandabilité 12
1.3 Positionnement du problème 16
1.3.1 Dynamique du robot : 16
1.3.2 Positionnement du problème 18

2 Construction de l'estimateur **23**
2.1 Introduction 23
2.2 Modélisation 25
2.2.1 Torseur dynamique 25
2.2.2 Torseur des efforts de contacts 28
2.3 L'estimateur 34
2.3.1 Dynamique de l'état 34
2.3.2 Dynamique de la mesure 37
2.3.3 Le filtre de Kalman étendu 38
2.4 Observabilité 40
2.4.1 Proprioception 40
2.4.2 Ajout de la centrale inertielle 41
2.4.3 Ajout des capteurs de forces 47
2.4.4 Quelques remarques et perspectives 50

3 Validation expérimentale de l'estimateur **53**
3.1 Introduction 53
3.2 Dispositif expérimental 54
3.2.1 Le robot HRP-2 54
3.2.2 La pile des tâches 55
3.3 Avec les encodeurs seulement 56
3.4 Avec la centrale inertielle seulement 57
3.4.1 Le robot posé au sol 57
3.4.2 Le robot pendu aux cordes 61
3.5 Fusion de la centrale inertielle et des capteurs de forces 62

3.5.1 Amélioration de la précision de l'estimation 62
3.5.2 Cohérence de l'estimation 62
3.5.3 Biais sur le centre de masse 66
3.6 Conclusion 69

4 Stabilisation **71**
4.1 Introduction 71
4.2 Modélisation 72
4.2.1 Pendule inverse avec roue d'inertie 73
4.2.2 Pendule inverse flexible avec roue d'inertie 75
4.3 Retour d'état 75
4.3.1 État de la commande 75
4.3.2 État désiré 76
4.3.3 Contrôleur linéaire quadratique (LQR) 77
4.4 Expérimentations 78
4.4.1 Description des expériences 78
4.4.2 Résultats 79
4.5 Conclusion 86

5 Perspective : Estimateur corps complet **87**
5.1 Introduction 87
5.2 Modélisation 89
5.2.1 Vecteur d'état 89
5.2.2 Dynamique Lagrangienne 90
5.2.3 Dynamique de la partie non-actionnée du robot 91
5.2.4 Dynamique de la partie actionnée du robot 92
5.3 L'estimateur 93
5.4 Conclusion 94

Conclusion **95**

A Linéarisation du pendule inverse flexible avec roue d'inertie **97**
A.1 Linéarisation selon l'état 97
A.2 Linéarisation selon la commande 98

Bibliographie **99**

Repères et notations

Repères de références

Dans les développements, nous utiliserons plusieurs repères de références :
- $\mathcal{R}_{\text{M}}$: le repère inertiel du monde défini en section 1.3.1.1
- $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$: le repère lié à la base flottante du robot, défini en section 1.3.2.2
- $\mathcal{R}_{\mathcal{P}}$: le repère proprioceptif défini en section 2.2.1
- $\mathcal{R}_{\mathcal{C}_i}$ pour $i \in \{1, ..., N_{\mathcal{C}}\}$ avec $N_{\mathcal{C}} = 2$ le nombre de pieds : les repères liés aux contacts du robot entre ses pieds et l'environnement, défini en section 2.2.2.1
- $\mathcal{R}_{\mathcal{C}}$: le repère des contacts défini en section 2.4.2.2

Cinématique

Pour exprimer la cinématique entre tous ces repères, nous utiliserons les notations suivantes. Soient deux repères $\mathcal{R}_{\mathcal{X}}$ et $\mathcal{R}_{\mathcal{Y}}$, nous notons la transformation de $\mathcal{R}_{\mathcal{X}}$ à $\mathcal{R}_{\mathcal{Y}}$ comme la transformation homogène ${}^{\mathcal{Y}}M_{\mathcal{X}}$ suivante :

$$ {}^{\mathcal{Y}}M_{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} {}^{\mathcal{Y}}R_{\mathcal{X}} & {}^{\mathcal{Y}}\boldsymbol{t}_{\mathcal{X}} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \tag{1} $$

où ${}^{\mathcal{Y}}R_{\mathcal{X}}$ est une matrice de rotation et ${}^{\mathcal{Y}}\boldsymbol{t}_{\mathcal{X}}$ une translation. Pour représenter les rotations sous forme de vecteurs nous utilisons le vecteur rotation angle-axis ${}^{\mathcal{Y}}\Omega_{\mathcal{X}}$ défini tel que :

$$ {}^{\mathcal{Y}}R_{\mathcal{X}} = exp\left[{}^{\mathcal{Y}}\Omega_{\mathcal{X}}\right]_{\times} \tag{2} $$

où $[*]_{\times}$ est l'opérateur anti-symétrique défini par :

$$ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \tag{3} $$

Pour représenter les vitesse angulaires nous définissons le vecteur vitesse angulaire ${}^{\mathcal{Y}}\omega_{\mathcal{X}}$ tel que :

$$ {}^{\mathcal{Y}}\dot{R}_{\mathcal{X}} = \left[{}^{\mathcal{Y}}\omega_{\mathcal{X}}\right]_{\times} {}^{\mathcal{Y}}R_{\mathcal{X}} \tag{4} $$

Dynamique

— $\boldsymbol{D}$: torseur dynamique
— $\boldsymbol{P}$: quantité de mouvements
— $\boldsymbol{\sigma}$: moment cinétique
— $\boldsymbol{E}$: torseur des efforts
— $\boldsymbol{F}$: somme des forces
— $\boldsymbol{T}$: somme des moments
— $\boldsymbol{F}_c$: somme des forces aux contacts
— $\boldsymbol{T}_c$: somme des moments aux contacts
— $\boldsymbol{F}_{\text{C},i}$: forces au contact C, i
— $\boldsymbol{T}_{\text{C},i}$: moments au contact C, i
— ${}^{\text{p}}b_{\boldsymbol{f}}$: biais sur les forces de contacts

Capteurs

— $\boldsymbol{f}_i$: forces mesurées par le capteur de force du pied i
— $\boldsymbol{t}_i$: couples mesurés par le capteur de force du pied i
— $\boldsymbol{y}_{f,i}$: vecteur des mesures d'efforts du capteur au pied i
— $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$: vecteur des mesures du gyroscope
— $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$: vecteur des mesures de l'accéléromètre

Modèle des contacts

Aux pieds

— K_{ts} : raideurs en torsion
— K_{td} : amortissements en torsion
— K_{fs} : raideurs en compression
— K_{fd} : amortissements en compression
— $\Delta M_{\text{C},i}$: déformations en torsion et compression d'une flexibilité
— $\Delta R_{\text{C},i}$: déformations en torsion d'une flexibilité (matrice de rotation)
— $\Delta \boldsymbol{t}_{\text{C},i}$: déformations en compression d'une flexibilité
— $\Delta \boldsymbol{\Omega}_{\text{C},i}$: déformations en torsion d'une flexibilité (vecteur angle-axis)
— $\delta \boldsymbol{\Omega}_{\text{C},i}$: vitesses de déformation en torsion d'une flexibilité
— $\delta \boldsymbol{t}_{\text{C},i}$: vitesses de déformation en compression d'une flexibilité
— $\boldsymbol{d}$: vecteur liant les positions des deux pieds
— $M_{\text{C},i,0}$: matrice homogène représentant la configuration de la cheville i si la flexibilité à cette cheville n'est pas excitée

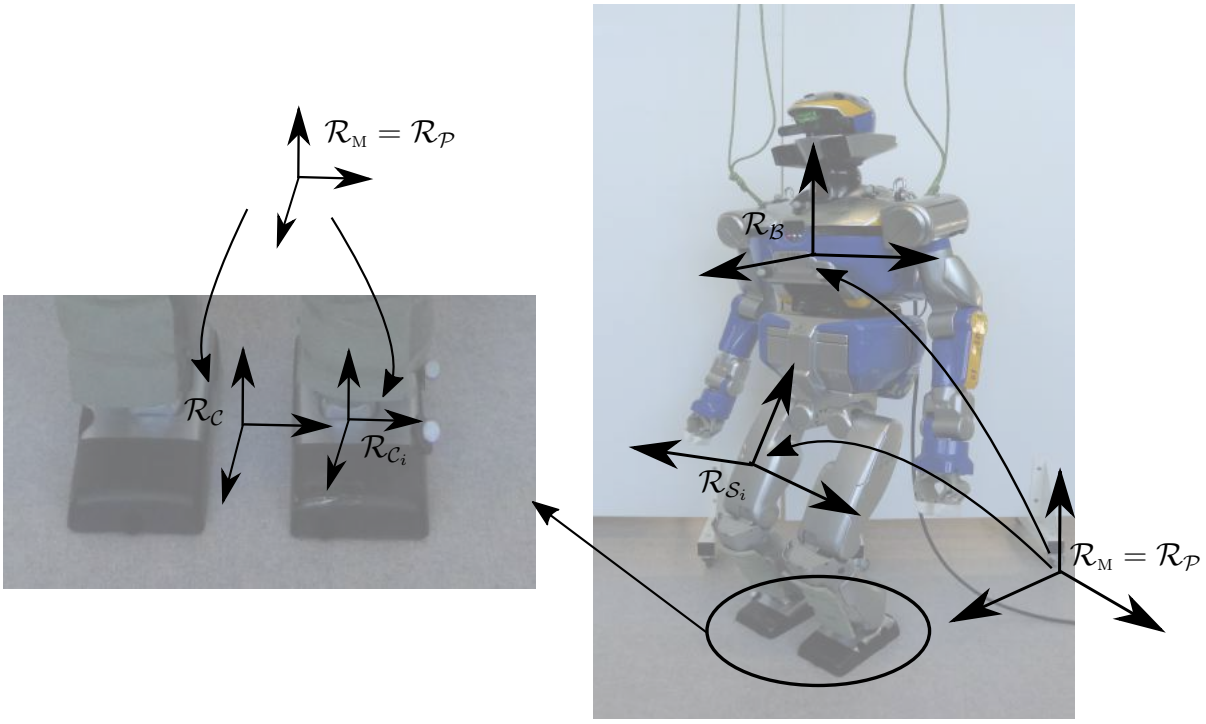


FIGURE 1 – Illustration des différents repères utilisés

Aux épaules

— $\boldsymbol{u}_{s,i}$: vecteur unitaire donnant la direction de la corde i
— $\boldsymbol{p}_e$: position du point d'ancrage des cordes au plafond

Stabilisateur

— I_r : tenseur d'inertie exprimé autour du centre de masse du robot
— $\boldsymbol{\sigma}_r$: moment cinétique exprimé autour du centre de masse du robot
— R_l : orientation du torse du robot dans le repère proprioceptif
— I_0 : répartition de masses du haut du corps du robot exprimé dans le repère lié au torse du robot
— ${}^{\text{P}}\boldsymbol{c}_0$: position du centre de masse dans le repère proprioceptif à l'état d'équilibre
— $R_{0,\text{P}}$: orientation du repère proprioceptif par rapport au repère monde à l'état d'équilibre

Chapitre 1

État de l'art & Positionnement du problème

Sommaire

1.1 Introduction 5
1.2 État de l'art 6
1.2.1 Estimation en robotique mobile 6
1.2.2 Stabilisation 12
1.2.3 Observabilité et commandabilité 12
1.3 Positionnement du problème 16
1.3.1 Dynamique du robot : 16
1.3.2 Positionnement du problème 18

1.1 Introduction

Les robots humanoïdes sont des robots qui, à l'image des robots mobiles, sont sous-actionnés au niveau de leur positionnement dans le monde. Pour pouvoir se déplacer, ils doivent générer les efforts nécessaires aux contacts qu'ils ont avec leur environnement. Comme pour la majorité des robots mobiles, ces contacts sont unilatéraux, c'est à dire qu'ils ne permettent pas de tirer sur le sol comme pourrait le faire, par exemple, une ventouse. Cela impose des contraintes sur les efforts que les robots humanoïdes peuvent créer. Une particularité de ces contacts est qu'ils sont ponctuels et ont lieu sur de petites surfaces. Cela permet aux robots humanoïdes d'avancer dans des environnements accidentés, mais impose des contraintes supplémentaires sur les efforts qu'ils peuvent générer avec leur environnement.

Une autre particularité des robots humanoïdes est le nombre important de degrés de liberté qu'ils possèdent. Cela permet une multiplicité des tâches que le robot peut réaliser simultanément, et en fait ainsi un outil universel qui peut structurellement à la fois, tenir en équilibre (tâche à part entière), marcher, et utiliser un ou plusieurs outils. Ce grand nombre de degré de liberté

fait aussi du robot humanoïde un système redondant, qui peut faire une même tâche de plusieurs manières. Cette particularité est intéressante mais nécessite une attention particulière. Si tous les degrés de liberté du robot sont mobilisés pour qu'il ne tombe pas, alors il ne sera plus utile à rien d'autre.

En robotique humanoïde l'estimation de l'orientation du robot dans l'environnement n'est pas seulement nécessaire pour effectuer les tâches de haut niveau. Elle l'est aussi pour sa stabilisation. En effet, même si les efforts aux contacts déterminent la dynamique du robot dans son environnement, ne contrôler que ceux-ci ne suffit pas. Des erreurs de mesures et de contrôle s'accumuleraient sans que nous soyons capables de les détecter, mettant en danger la stabilité du robot. Dans cette thèse, nous chercherons à estimer et contrôler l'orientation du robot humanoïde HRP-2. Une de ses particularités est la présence de flexibilités au niveau de ses chevilles. Nous en tirerons parti pour estimer puis contrôler l'orientation du robot.

Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter un état de l'art sur l'estimation pour les robots mobiles en générale et humanoïdes en particulier, puis sur la stabilisation de ces derniers. Nous définirons ensuite les notions de commandabilité et d'observabilité qui seront nécessaires tout au long de ce manuscrit. Puis nous modéliserons la dynamique d'un robot humanoïde sous forme de système multi-corps poly-articulé flottant. Ce modèle nous sera utile pour positionner le problème que nous chercherons à résoudre dans la suite de cette thèse.

1.2 État de l'art

1.2.1 Estimation en robotique mobile

1.2.1.1 Pour les robots à roues et à jambes

Parmi les capteurs utilisés en robotique, est faite la différence entre d'une part, les capteurs extéroceptifs, qui mesurent des grandeurs reflétant l'état du robot dans son environnement (par exemple sa position et son orientation dans un référentiel inertiel, ou sa vitesse et son accélération), et d'autre part, les capteurs proprioceptifs qui mesurent des grandeurs indépendantes de l'environnement du robot (comme la position angulaire des roues d'un robot mobile, ou les angles articulaires d'un robot humanoïde).

Dans les méthodes utilisant des capteurs proprioceptifs, nous pouvons citer [Amidi 1990] qui vise à localiser par odométrie un robot mobile à roue et [Roston 1992] qui a le même objectif avec un robot à jambes. Ces deux travaux n'utilisent que des encodeurs, capteurs proprioceptifs, pour en déduire la position du robot dans son environnement.

Parallèlement, certains travaux s'inspirent de techniques issues de l'aviation et utilisent des centrales inertielles pour atteindre le même but. Ces capteurs fournissent des informations sur la vitesse angulaire et l'accélération linéaire du robot dans son environnement, il s'agit donc de capteurs extéroceptifs. Pour pouvoir les utiliser pour reconstruire la position du robot relativement à son point de départ, il faut intégrer ces deux grandeurs, et donc intégrer des bruits et biais de mesures qui rendent l'estimation de la position de plus en plus incertaine au cours du temps. Dès le début des recherches dans ce domaine, deux types de solutions ont été explorés. Dans le premier type de solutions, par exemple dans [Vaganay 1993], les auteurs cherchent à fusionner les différentes grandeurs mesurées par la centrale inertielle de manière à minimiser les effets de l'intégration des biais de mesures. Dans cette lignée, dans [Kang 2009], les auteurs présentent un filtre de Kalman où l'intégration des vitesses angulaires du gyromètre est utilisée en prédiction de l'orientation du robot, et où l'accéléromètre est utilisé pour mesurer l'orientation avec le champ gravitationnel. Pour compenser les erreurs dues à l'accélération propre de l'accéléromètre, non distinguable de l'accélération de la pesanteur, les auteurs présentent un système ajustant la confiance faite à l'accéléromètre en fonction des mouvements du robot détectés par la centrale inertielle. Dans le deuxième type, présenté par exemple dans [Barshan 1995], les auteurs cherchent à identifier ces biais pour les compenser lors de l'intégration.

L'idée de fusionner les données provenant d'encodeurs et les données provenant de centrales inertielles a été explorée assez tôt dans le but d'améliorer la qualité de l'observation. Nous pouvons citer [Fuke 1996], ainsi que [Kim 1998, Chung 2001], travaux dans lesquels les auteurs fusionnent des données d'encodeurs avec un gyromètre. Plus récemment, nous pouvons citer [Reinstein 2013] [Bloesch 2013]. D'autres méthodes utilisent en plus un magnétomètre pour en déduire directement l'orientation du robot par rapport au champ gravitationnel et améliorer ainsi la localisation du robot [Cobano 2008].

Avec l'apparition du GPS (Système de positionnement global) au milieu des années 90, des travaux fusionnent cette nouvelle mesure extéroceptive de la position des robots avec des centrales inertielles [Sukkarieh 1999] et des données provenant d'encodeurs [Goel 1999, Gassmann 2005], rendant la position du système observable, c'est à dire distinguable de toutes les positions possibles du robot. D'autres méthodes utilisent elles des algorithmes de vision pour remplacer le GPS [Ma 1999].

1.2.1.2 En robotique humanoïde

En robotique humanoïde, les premiers travaux d'estimation que nous avons trouvés sont ceux de [Pongsak 2002]. Les auteurs y décrivent un estimateur de la position et de l'orientation du robot dans son environnement en utilisant un modèle linéarisé des équations multi-corps de Newton-Euler et comme capteurs, une centrale inertielle. Pour résoudre le problème d'estimation, ils utilisent un filtre optimal H2-norm pour ne pas pâtir de l'hypothèse de bruit gaussien d'un filtre de Kalman. Malheureusement, seuls des tests en simulation ont étés effectués.

Puis, dans [Baltes 2005], les auteurs ont utilisé une heuristique simple pour, à partir d'un gyromètre, détecter si le robot tombe ou non, et ainsi générer les mouvements nécessaires pour qu'il garde son équilibre. L'heuristique était alors de déterminer, sur un cycle de marche typique où le robot ne perd pas l'équilibre, une zone de confiance des mesures du gyromètre au-delà de laquelle une compensation semble être nécessaire. Cette approche ne permet cependant pas d'estimer l'attitude du robot dans son environnement, mais seulement d'estimer une information binaire déterminant si le robot tombe ou non.

Ont suivi les travaux de [Lebastard 2006], théoriques au départ, dans lesquels les auteurs construisent des observateurs de l'attitude du robot, basés sur le principe des observateurs en modes glissants qui ont l'avantage de converger en temps finis. Ces travaux ont plus tard été expérimentés sur des robots dans [Aoustin 2008, Lebastard 2011].

Méthodes utilisant la fusion de capteurs : Rapidement après le début des recherches sur l'estimation en robotique humanoïde, les différents travaux ont essayé de fusionner les données fournies par les encodeurs du robot avec celles fournies par d'autres capteurs, principalement des capteurs de forces et des centrales inertielles.

Pour la fusion avec les capteurs de forces, nous pouvons citer [Kwon 2007], travaux dans lesquels les auteurs se sont intéressés à l'estimation de la position du centre de masse à partir des encodeurs et des capteurs de forces présents dans les pieds du robot. Ils sont partis du principe que la position du centre de masse mesurée à l'aide des encodeurs doit être filtrée pour diminuer l'effet des erreurs de modèle, des jeux dans les articulations et de la flexibilités des segments. Pour cela, ils ont construit un filtre de Kalman dont le modèle de prédiction est un pendule inverse linéarisé et où la phase de mise à jour est effectuée par le centre de masse reconstruit à partir des encodeurs et du modèle de la répartition des masses du robot. Les capteurs de forces n'étaient utilisés que pour connaître la position du centre de pression, nécessaire au

modèle du pendule inverse linéarisé dans la phase de prédiction. Les auteurs ont conclu qu'ils devraient à l'avenir être inclus dans l'étape de mise à jour pour les fusionner avec les encodeurs, et éventuellement une centrale inertielle. Des travaux similaires [Park 2009] utilisent un filtre de Kalman, estimant la position et la vitesse du centre de masse du robot dans le repère monde. La dynamique est prédite avec un modèle de pendule inverse linéarisé et mise à jour avec la position du centre de masse estimée par un algorithme de vision.

Pour la fusion avec des centrales inertielles, nous pouvons citer [Masuya 2013]. Les auteurs y présentent un filtre complémentaire de la position de la base du robot. La partie basse fréquence est estimée à l'aide de la cinématique du robot, la partie haute fréquence utilise une double intégration des données de l'accéléromètre, qui sont biaisées mais donnent de bons résultats localement, sur des temps assez courts. Dans [Khandelwal 2013], les auteurs présentent un filtre de Kalman étendu estimant l'orientation du robot dans son environnement. La phase de prédiction consiste en une intégration de la vitesse angulaire donnée par le gyromètre, la phase de mise à jour utilise les mesures de l'accéléromètre et la configuration articulaire des jambes du robot.

La plupart des travaux qui considèrent à la fois la centrale inertielle et les capteurs de forces utilisent ces signaux séparément [Kajita 2010], [Buschmann 2009], [Stephens 2010], ce qui signifie qu'ils utilisent principalement ces capteurs pour reconstruire des parties distincts de l'état du robot, ce qui n'est pas exactement de l'estimation avec fusion de données. Une exception est le travail de Zhang et al [Zhang 2013] qui utilise une centrale inertielle et des capteurs de forces embarqués dans une bicyclette pour reconstruire l'état d'un cycliste. Cependant, à cause d'un manque de données proprioceptives sur l'humain, les auteurs ont dû utiliser un modèle dynamique simplifié d'un pendule inverse.

Vers l'utilisation de modèles plus complets de la dynamique : Les méthodes d'estimation décrites précédemment utilisent majoritairement des modèles simplifiés de la dynamique du robot. Ces simplifications ont un impact sur la qualité de l'estimation. Faisant ce constat, des auteurs ont étudié des stratégies prenant en compte ces erreurs ou les minimiser.

Dans [Stephens 2011], les auteurs explorent la nécessité de prendre en compte les erreurs de modèle dans l'estimation de la position et de la vitesse du centre de masse. Ils étudient l'impact de forces externes qui biaisent la reconstruction des ces grandeurs à partir de capteurs de forces et l'impact d'erreurs dans les masses de chaque segment qui faussent leur reconstruction à partir de la configuration du robot.

Dans [Xinjilefu 2012], les auteurs comparent deux méthodes pour estimer

la position et la vitesse du centre de masse. Les deux utilisent un filtre de Kalman étendu, l'un utilise un modèle de pendule inverse 2D linéarisé, l'autre un modèle de cinématique 2D complet d'un robot à 5 segments. La conclusion est que les deux estimateurs ont des résultats comparables pour ce qui est d'estimer la position du centre de masse, mais que le modèle plus complet du robot à 5 segments donne de meilleurs résultats pour estimer la vitesse du centre de masse. Les auteurs concluent donc sur la nécessité d'utiliser des modèles plus complets pour l'estimation, mais remarquent que cela implique des développements plus complexes, coûteux en temps de calculs, et souvent spécifiques à un robot. Les auteurs proposent donc dans [Xinjilefu 2014b] de prendre en compte la dynamique corps-complet dans l'estimation pour améliorer les résultats mais, en réponses aux problèmes de temps de calculs, ils découpent le problème en deux estimateurs indépendants et plus rapides. Le premier pour estimer la position du centre de masse du robot, et le deuxième pour estimer ses positions articulaires. Finalement, ces mêmes auteurs ont présenté dans [Xinjilefu 2014a], un estimateur utilisant un solveur QP (Quadratic Programming) pour résoudre le problème d'estimation en minimisant un coût quadratique au lieu d'utiliser des filtres de Kalman. L'intérêt est qu'il n'est plus nécessaire de modéliser le système assez complexe qu'est un robot humanoïde. Un deuxième intérêt, que les auteurs mettent en avant, est le fait de pouvoir ajouter explicitement des contraintes, comme des limites articulaires, géométriques ou dynamiques (limites en couples articulaires).

Toujours dans l'optique de minimiser les erreurs engendrées par l'utilisation de modèles simplifiés, nous pouvons citer les trois articles suivants. Dans [Wittmann 2015], les auteurs proposent une méthode pour prendre en compte la dynamique corps-complet du robot dans l'estimation. Ils ajoutent au modèle dynamique du pendule inverse linéarisé un terme d'erreur sur les moments générés aux contacts pour améliorer la prédiction d'un filtre de Kalman. Ce terme est calculé par l'algorithme de génération de mouvements. Dans [Piperakis 2016], les auteurs présentent un filtre de Kalman pour estimer la cinématique du centre de masse. La prédiction est faite à l'aide d'un modèle de pendule inverse linéarisé à partir du centre de pression issu des capteurs de forces. La phase de mise à jour est effectuée en utilisant les mesures d'une centrale inertielle et la position du centre de masse calculée à partir des encodeurs. Pour modéliser les erreurs de modèles et les perturbations, les auteurs ont ajouté à l'état, des efforts non modélisés. L'état a été montré observable à partir des capteurs utilisés. Dans [Lowrey 2016], les auteurs suppriment le problème de l'utilisation de modèles simplifiés en calculant autant de fois que nécessaire la dynamique corps-complet du robot. Cela est rendu possible par un simulateur dynamique très performant et la parallélisation des calculs.

Utilisation de la position des contacts : À notre connaissance, le premier travail intégrant la position des contacts dans l'estimation de la cinématique pour un robot humanoïde est le travail de Rotella et al. [Rotella 2014]. Les auteurs y intègrent directement les mesures fournies par la centrale inertielle, et corrigent cette intégration en considérant un modèle de contact avec le sol. Leur méthode est capable de produire une bonne estimation de l'orientation et de la vitesse du robot, et leur modèle est intéressant pour des contacts glissants. Dans [Rotella 2015], ces mêmes auteurs utilisent les encodeurs du robot et les capteurs de forces dans les organes terminaux (pieds et mains) du robot pour estimer la position du centre de masse, le moment cinétique et la quantité de mouvement du robot. Ils présentent plusieurs versions de l'estimateur en ajoutant dans l'état, soit des biais sur la position du centre de masse et le moment cinétique, soit en estimant des efforts externes. Le modèle utilisé est un modèle de Newton-Euler complet liant toutes ces grandeurs, et une étude d'observabilité a été faite pour chaque estimateur.

Ont suivi les travaux de [Fallón 2014] qui reprennent les principes de [Xinjilefu 2014b] et de [Rotella 2014]. Comme dans [Rotella 2014], la phase de prédiction d'un filtre de Kalman étendu est faite en intégrant directement les mesures de la centrale inertielle. La phase de mise à jour utilise la cinématique des jambes du robot ainsi que la position des contacts. La nouveauté est l'utilisation d'un LIDAR qui ajoute une mesure absolue de la position et de l'orientation du robot, moins précise que des capteurs proprioceptifs, mais qui a l'avantage de ne pas dévier.

Lors de la même conférence, [Benallegue 2014] propose lui aussi un estimateur, basé sur un filtre de Kalman, utilisant la position des contacts dans l'environnement pour améliorer l'observabilité de la cinématique du robot. Les auteurs montrent ainsi que, même avec une dynamique simplifiée de l'état (double intégration d'une accélération constante), nous pouvons estimer la cinématique d'un robot humanoïde dans son environnement.

Dans [Bae 2017], les auteurs présentent un estimateur de la cinématique du centre de masse ainsi que de l'orientation du robot. Ils utilisent une centrale inertielle comme données d'entrées pour prédire l'état, et utilisent les encodeurs et les capteurs de forces dans les pieds du robot comme mesures. La nouveauté principale de ce travail provient du type d'algorithme utilisé pour l'estimation. Partant du principe que le filtre de Kalman, utilisé dans la majorité des travaux présentés précédemment, n'est pertinent que si les bruits sont gaussiens et la dynamique linéaire, les auteurs proposent d'utiliser un estimateur à fenêtre glissante qui est plus adapté pour les systèmes non-linéaires, permettant notamment de garantir une forme d'optimalité dans la fenêtre.

1.2.2 Stabilisation

La plupart des solutions pour commander et équilibrer un robot humanoïde génèrent des efforts de référence, soit directement [Kajita 2010] [Ott 2011], soit en utilisant une variable intermédiaire comme le centre de pression [Kajita 2003]. En particulier, le robot HRP-2 est capable de marcher et de maintenir son équilibre grâce à un stabilisateur qui compense la flexibilité. Le stabilisateur actuel utilise des capteurs de forces et de couples et un modèle des flexibilités que le robot a dans ses chevilles pour réguler le torseur des efforts de référence [Kajita 2001, Kajita 2005].

Plusieurs travaux exploitent l'orientation du robot pour la stabilisation. Cet actionnement est utilisé pour compenser le moment cinétique généré par le mouvement du centre de masse [Li 2012][Kajita 2010]. Cependant, il est capable de fournir plus qu'une compensation. Il permet d'avoir de la redondance dans la commande du moment cinétique et d'accroître la robustesse aux perturbations extérieures comme cela a été montré dans [Whitman 2012] où un changement de variable permet d'utiliser l'orientation du tronc conjointement avec un modèle de pendule inverse linéarisé. D'autres résultats intéressants sont présentés dans [Hyon 2007] et [Ott 2011], où les efforts de contacts sont régulés pour garantir l'équilibre, la poursuite d'une consigne en position et le maintient d'une posture. Ces travaux ne sont pas développés pour des robots avec des compliances passives, mais ils pourraient probablement être adaptés pour les prendre en compte.

La plupart des travaux qui n'utilisent pas de capteurs de forces utilisent des mesures de couples articulaires, soit directement, soit en utilisant le courant électrique des moteurs [Hyon 2009] [Hyon 2007][Hur 2007]. Nous pouvons aussi citer les travaux sur les robots coureurs, qui modifient la position des contacts selon l'orientation du robot [Tajima 2009] [Morris 2006]. Finalement, le travail de Perrin et al. [Perrin 2013] utilise un estimateur basé sur la centrale inertielle pour la commande de la posture, cependant, ils utilisent des mesures d'efforts pour estimer la déviation du centre de pression.

1.2.3 Observabilité et commandabilité

Nous rappelons ici quelques définitions pour les systèmes non-linéaires, présentées dans [Hermann 1977]. Nous ferons ainsi le lien entre ces définitions et les démonstrations d'observabilité et de commandabilité de notre modèle dans le chapitre suivant.

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \tag{1.1}$$
$$\boldsymbol{y} = g(\boldsymbol{x}) \tag{1.2}$$

où $\boldsymbol{x} \in \mathcal{X}$ est un état de l'espace d'état $\mathcal{X}$, $\boldsymbol{u} \in \mathcal{U}$ est un contrôle dans l'espace de contrôle $\mathcal{U}$ et $\boldsymbol{y}$ est le vecteur des mesures. f et g sont des fonctions non linéaires qui représentent la dynamique de l'état $\boldsymbol{x}$ contrôlé par l'entrée $\boldsymbol{u}$ et observé par les mesures $\boldsymbol{y}$.

1.2.3.1 Observabilité

Intuitivement, pour qu'un système soit observable, il faut être capable, avec les mesures $\boldsymbol{y}$ fournies par les capteurs, de distinguer chacun des points de l'espace d'état $\mathcal{X}$ des autres points. Cela a été formalisé dans [Hermann 1977] :

Définition 1 *Observabilité : L'état du système est observable si et seulement si, chaque point de son espace d'états est observable, c.à.d. que les mesures futures fournies par les capteurs permettent de le distinguer de tous les autres points de l'espace d'état.*

Cette définition en nécessite une autre, la notion centrale de distingabilité. Il existe plusieurs types de distingabilité, qui conduisent à plusieurs types d'observabilité. Ces différents types d'observabilité sont plus ou moins contraignants et déterminent ce que l'on pourra faire ou non avec notre système, si l'on veut que celui-ci reste observable tout au long de son évolution.

Observabilité classique : Ce type d'observabilité est ce que l'on désigne lorsqu'on dit qu'un système est observable, sans précision supplémentaire. Il repose sur la notion classique de distingabilité définie dans [Hermann 1977] :

Définition 2 *Distinguabilité : Deux états $\boldsymbol{x}_0$ et $\boldsymbol{x}_1$ de l'espace d'états sont distinguables, si et seulement s'il existe une trajectoire de la commande $\boldsymbol{u}(t)$ qui, à partir des états $\boldsymbol{x}_0$ et $\boldsymbol{x}_1$, donne des trajectoires respectives des mesures $\boldsymbol{y}_1(t)$ et $\boldsymbol{y}_2(t)$ qui sont différentes.*

L'avantage de cette définition est sa généralité : elle nécessite de n'avoir l'existence que d'une seule trajectoire de la commande, quelconque et aussi longue que nécessaire, pour distinguer deux états.

Observabilité locale : Une contrepartie de la définition 2 est que les trajectoires permettant de distinguer deux points de l'espace d'état ne sont pas contraintes dans le temps. Il peut ainsi falloir un temps très long pour distinguer deux points. Pour remédier à cela, [Hermann 1977] a défini la notion de distinguabilité locale :

Définition 3 *Distinguabilité locale : Deux états de l'espace d'états sont localement distinguables, si et seulement si, pour tous voisinage contenant les deux points, ceux-ci sont distinguables par une trajectoire de la commande générant des trajectoires de l'état ne sortant pas de ce voisinage.*

Le fait que ce voisinage soit quelconque rend cette observabilité beaucoup plus stricte que la précédente. Si un système est localement observable, alors les trajectoires permettant de distinguer deux points de l'espace d'état doivent être contenues dans un espace très petit et donc être elles-mêmes très courtes.

Observabilité uniforme : Une autre contrepartie de la définition 2, est qu'un système peut être observable en chaque point de l'espace d'état mais ne pas l'être le long d'une trajectoire désirée. Pour que cela soit possible, il faut qu'il existe au moins une commande générant cette trajectoire et rendant en même temps tous les points de la trajectoire observables, ce qui n'est pas trivial. Il existe ainsi un autre type d'observabilité, présenté dans [Hammouri 2003] (définition 2.1) et appelé observabilité uniforme qui permet de compenser ce problème :

Définition 4 *Observabilité uniforme : Un système est uniformement observable si pour toute commande $\boldsymbol{u}$, celle-ci est universelle, c'est à dire qu'elle permet de distinguer n'importe qu'elle paire de points de l'espace d'état.*

Si toute commande permet de distinguer toute les paires de points, alors chaque point de l'espace d'état est distinguable de tous les autres quelle que soit la commande. Cela permet de découpler l'étude d'observabilité de la commande du système.

Observabilité et dérivation : Dans l'étude d'observabilité du chapitre suivant, nous utiliserons à plusieurs reprises une propriété qui dit que si un grandeur $\boldsymbol{x}$ est observable, alors sa dérivée $\dot{\boldsymbol{x}}$ l'est aussi. En effet, si la dérivée n'était pas observable alors il existerait au moins deux points différents $\dot{\boldsymbol{x}}_0$ et $\dot{\boldsymbol{x}}_1$, d'un espace d'état ne contenant que la dérivée de la grandeur $\boldsymbol{x}$, qui ne seraient pas distinguables. Cela signifirait qu'il n'existe aucune commande qui, à partir de ces deux points, fasse évoluer le système de telle manière que les mesures soient différentes. Or, il existe au moins l'ensemble des commandes

permettant de distinguer $\boldsymbol{x}_0$ et $\boldsymbol{x}_1$. Cet ensemble n'est pas vide si $\boldsymbol{x}_0$ et $\boldsymbol{x}_1$ sont différents, car $\boldsymbol{x}$ est observable. S'ils sont égaux mais que leurs dérivées ne le sont pas, alors une commande nulle les conduira nécessairement à devenir différents, et donc à retomber dans le cas précédent. Ainsi si une grandeur est observable, alors sa dérivée l'est aussi.

Dans le cas d'une observabilité locale de $\boldsymbol{x}$, cela n'implique pas forcément l'observabilité locale de $\dot{\boldsymbol{x}}$. En effet, quel que soit le voisinage dans lequel l'évolution de l'état $\boldsymbol{x}$ est limitée, cette évolution peut être indifféremment très rapide ou très lente. Ainsi, le voisinage dans lequel évolue les variations $\dot{\boldsymbol{x}}$ de $\boldsymbol{x}$ n'est pas forcément aussi petit qu'on le souhaite. À contrario, l'observabilité uniforme de $\boldsymbol{x}$ implique l'observabilité uniforme de $\dot{\boldsymbol{x}}$. En effet, si l'observabilité de $\boldsymbol{x}$ est vraie quelle que soit la commande, alors n'importe qu'elle commande permet de rendre observable sa dérivée, de la même manière que nous l'avons montré dans le paragraphe précédent.

Autres types d'observabilité : Les deux sections précédentes rendent la définition de l'observabilité plus stricte que la première. Une définition moins stricte, appelée observabilité faible, permet, pour tester l'observabilité d'un point de l'espace d'états, de restreindre l'espace à un voisinage quelconque de ce point et de ne tester la distinguabilité qu'avec les points de ce voisinage. Ainsi, même si le point n'est pas distinguable d'un point qui n'est pas dans le voisinage, alors le système reste faiblement observable. Ce voisinage peut être aussi petit que nécessaire.

Nous pouvons combiner cette définition avec celle de l'observabilité locale, pour aboutir à l'observabilité locale faible. Elle permet l'observabilité locale mais dans un voisinage quelconque potentiellement très proche du point d'intérêt. Cette définition est la plus communément vérifiée. Montrer qu'un système la respecte se fait de manière systématique, en calculant, à l'aide des dérivées de Lie, la matrice d'observabilité [Hermann 1977] et en vérifiant qu'elle est de rang plein. C'est la définition utilisée classiquement pour démontrer l'observabilité. Le critère utilisé est similaire à celui des systèmes linéaires.

1.2.3.2 Commandabilité :

La notion de commandabilité est quant à elle basée sur la notion d'accessibilité.

Définition 5 *Commandabilité : Un système est commandable si tout point $\boldsymbol{x}_1$ de l'espace d'état est accessible depuis n'importe quel autre point $\boldsymbol{x}_0$ de l'espace, c.à.d. qu'il existe une commande, mesurable et bornée, qui fait évoluer le système de $\boldsymbol{x}_0$ à $\boldsymbol{x}_1$.*

Comme pour l'observabilité, nous pouvons définir des commandabilités plus ou moins fortes. La commandabilité locale nécessite que pour tous voisinage d'un point $\boldsymbol{x}_i$, tous les points de ce voisinage soient accessibles depuis $\boldsymbol{x}_i$ et que les trajectoires dans l'espace d'état qui le rendent accessible soient incluses dans le voisinage. Comme pour l'observabilité locale, le voisinage doit pouvoir être très petit, cette définition est donc plus stricte que la précédente. La commandabilité faible permet de ne tester l'accessibilité depuis $\boldsymbol{x}_i$ que pour un sous-ensemble de l'espace d'état, autorisant certains points à ne pas être accessibles. Enfin la commandabilité locale faible associe les deux variantes de commandabilité précédentes.

1.3 Positionnement du problème

1.3.1 Dynamique du robot :

Pour démontrer qu'un système est observable (resp. commandable), il faut donc pouvoir trouver les trajectoires du système qui permettent de distinguer (resp. rendre accessible) des points quelconques de l'espace d'état. Ceci peut être fait par des expérimentations, mais il n'est pas envisageable de le faire pour tous les points de l'espace d'état. Nous modélisons donc le système de manière à représenter au mieux toutes ses dynamiques importantes, c.à.d celles qui sont instables et qui peuvent donc compromettre l'observabilité et la commandabilité du système. Ce modèle nous fournira un moyen d'étudier l'observabilité et la commandabilité du système, ainsi qu'un modèle de prédiction de l'état du système pour l'observer et le commander.

1.3.1.1 Torseur dynamique :

Un robot humanoïde est constitué de $N_{\mathcal{B}}$ segments $\mathcal{S}_i$ avec $i \in \{1, ..., N_{\mathcal{B}}\}$. Chaque segment est lié à un repère $\mathcal{R}_{\mathcal{S}_i}$, centré sur son centre de masse, qui a une orientation R_i et une position $\boldsymbol{c}_i$ dans un repère $\mathcal{R}_{\text{M}}$ associé au référentiel inertiel terrestre (voir Fig. 1). Nous regroupons ces grandeurs dans la matrice homogène suivante, pour le segment $\mathcal{S}_i$:

$$M_i = \begin{pmatrix} R_i & \boldsymbol{c}_i \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

Le torseur dynamique $\boldsymbol{D}$ du robot dans le référentiel terrestre, exprimé dans le repère monde $\mathcal{R}_{\text{M}}$, est composé des dérivées temporelles de la quantité de mouvement totale $\boldsymbol{P}$ et du moment cinétique total $\boldsymbol{\sigma}$ dans le référentiel

terrestre exprimés dans le repère monde $\mathcal{R}_{\text{M}}$:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{P}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

De manière générale, pour un système multi-corps, $\boldsymbol{P}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ s'écrivent :

$$\boldsymbol{P} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} m_i \dot{\boldsymbol{c}}_i \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} \left(R_i {}^{i}I R_i^T \boldsymbol{\omega}_i + [\boldsymbol{c}_i]_{\times} m_i \dot{\boldsymbol{c}}_i \right) \tag{1.6}$$

où m_i est la masse du segment $\mathcal{S}_i$, ${}^{i}I$ son tenseur d'inertie et $\boldsymbol{\omega}_i$ sa vitesse angulaire dans $\mathcal{R}_{\text{M}}$ définie de telle manière que $\dot{R}_i = [\boldsymbol{\omega}_i]_{\times} R_i$ avec $[*]_{\times}$ l'opérateur anti-symétrique défini par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

1.3.1.2 Torseur des efforts :

Le torseur des efforts $\mathcal{F}$ exprimé dans le repère monde $\mathcal{R}_{\text{M}}$ est composé des forces $\boldsymbol{F}$ et des moments $\boldsymbol{T}$ dans le repère monde :

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{T} \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

Les efforts se composent principalement des forces aux contacts $\boldsymbol{F}_c$, des moments aux contacts $\boldsymbol{T}_c$ et des forces et moments générés par la gravité. Ils s'expriment ainsi :

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_c - mg\boldsymbol{u}_z \tag{1.9}$$

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_c - [\boldsymbol{c}]_{\times} mg\boldsymbol{u}_z \tag{1.10}$$

avec g, l'accélération de la pesanteur, $\boldsymbol{u}_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$ la direction du champ gravitationnel et où :

$$\boldsymbol{c} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} m_i \boldsymbol{c}_i \tag{1.11}$$

est la position du centre de masse dans le repère monde.

1.3.1.3 Dynamique de Newton-Euler

Le principe fondamental de la dynamique nous permet d'écrire l'égalité entre le torseur dynamique et le torseur des efforts :

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{P}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{T} \end{pmatrix} = \mathcal{F} \tag{1.12}$$

1.3.2 Positionnement du problème

Un robot humanoïde est donc un système poly-articulé mobile, qui a ainsi une position et une orientation variables dans le repère inertiel de référence que nous appellerons repère monde. Comme nous l'avons vu en introduction, du fait de la petite taille des surfaces avec il crée des contacts avec son environnement, sa dynamique contient des instabilités naturelles [Wieber 2002], notamment celle de son orientation. Cela pose des problèmes d'estimation et de commande que nous positionnons dans les sections suivantes.

1.3.2.1 Stabilisation

Comme nous l'avons vu en introduction, la taille des surfaces avec lesquelles un robot humanoïde est en contact avec son environnement, et l'unilatéralité des ces contacts, créent des contraintes sur les efforts générés aux contacts qui font que sa dynamique est naturellement instable. Le critère de stabilité le plus utilisé (valable uniquement sur sol plat), est donc basé sur le torseur des efforts de contacts. Il énonce que le centre de pression (CdP) du robot doit être strictement contenu dans l'enveloppe convexe minimale contenant les points de contacts [Wieber 2002]. En ce sens, la stabilité du robot est complètement déterminée par le torseur des efforts aux contacts du robot avec son environnement.

Estimation de l'orientation du robot : Même si les efforts aux contacts déterminent la dynamique future de l'orientation du robot dans le repère monde et donc sa stabilité, commander ceux-ci ne peut suffire à maintenir une orientation désirée. En effet, l'intégration des erreurs de contrôle et de mesures s'accumulent et créent une dérive. Il est donc nécessaire de contrôler à la fois les efforts de contacts et l'orientation du robot dans le repère monde. Cette orientation n'étant pas actionnée, pour la contrôler il faut utiliser les actionnements disponibles du robot pour générer les efforts de contacts permettant d'obtenir la dynamique voulue. Il faut donc s'assurer qu'elle soit commandable. Enfin, pour pouvoir commander une grandeur, il est nécessaire

de pouvoir l'estimer, il faut donc qu'elle soit observable. Nous positionnerons ce problème d'estimation dans la section 1.3.2.2

Flexibilités : Un autre problème auquel nous chercherons à répondre dans cette thèse, est spécifique aux robots contenant des flexibilités, comme les robots HRP-2 de Kawada Industries, Roméo d'Aldebaran Robotics et Talos de Pal Robotics. Ces flexibilités sont de manière générale inévitables. Dans les cas des robots que nous venons de citer, elles sont voulues.

Lorsque le robot est dans une position statique, les flexibilités modifient la position du centre de masse et peuvent rendre des positions, stables sans flexibilités, instables. De plus, elles modifient aussi la position des organes terminaux, rendant délicates des tâches demandant une bonne précision de la position des organes terminaux.

Pour des mouvements dynamiques, les flexibilités vont directement modifier le torseur dynamique et donc le torseur des efforts. Cela modifie la position du centre de pression du robot et peut affecter la stabilité de ce dernier. Enfin, les flexibilités accumulent de l'énergie potentielle. Cette énergie peut se transformer en énergie cinétique, qui peut exciter de nouveau les flexibilités qui vont la transformer en énergie potentielle. Ce phénomène de va et vient peut, si le contrôleur ne prend pas les flexibilités en compte, faire entrer le robot en résonance.

Le problème est alors d'estimer l'état de ces flexibilités et de le commander de manière à les stabiliser.

Redondances : Comme nous l'avons vu en introduction, un robot humanoïde contient de nombreux degrés de liberté, qui en font un système redondant. Pour toute tâche, et donc en particulier celle de stabiliser le robot, une question qui se pose est alors de déterminer quels degrés de libertés vont être utilisés. Dans cette optique, il est intéressant de se demander de quelle manière nous pouvons tirer parti de la redondance, afin d'améliorer les performances du stabilisateur.

1.3.2.2 Estimation

Observabilité de l'orientation du robot : La centrale inertielle est composée d'un accéléromètre dont les mesures sont notées $\boldsymbol{y}_{\mathrm{A}}$ et d'un gyromètre dont les mesures sont notées $\boldsymbol{y}_{\mathrm{G}}$. Le gyromètre mesure la vitesse angulaire de la centrale inertielle dans le référentiel monde mais exprimée dans un repère lié à elle-même. L'accéléromètre mesure l'accélération de la centrale inertielle dans le référentiel monde (comprenant l'accélération de la pesanteur) mais

exprimée dans un repère lié à elle-même. Nous avons :

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_{\mathrm{G}} \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{A}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{\mathrm{B}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B}} \\ R_{\mathrm{B}}^T \left(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{B}} + g\boldsymbol{u}_z \right) \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

où $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B}}$ est la vitesse angulaire d'un référentiel attaché au torse du robot et dont nous définissons $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$, un repère qui lui est associé et qui a pour origine un point appelé "base flottante". La centrale inertielle étant elle même liée au torse du robot, nous assimilons sa dynamique à celle de ce repère (à une transformation rigide près, les dynamiques sont les mêmes). $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{B}}$ est l'accélération linéaire de ce même repère dans le repère monde.

Comme il a par exemple été montré dans [Benallegue 2014], ces informations ne sont pas suffisantes pour reconstruire l'orientation du robot dans le repère monde. En considérant les mesures $\boldsymbol{y}_{\mathrm{G}}$ données par le gyromètre, il existe une infinité de matrices de rotations R_{B} et de vecteurs vitesses angulaires $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B}}$ donnant les mêmes mesures, ces deux grandeurs ne sont donc pas distinguables. Il faut donc regarder du côté des mesures $\boldsymbol{y}_{\mathrm{A}}$ fournies par l'accéléromètre pour tenter de prouver l'observabilité de l'orientation du robot. En distribuant la matrice de rotations nous avons :

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{B}}^T \ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{B}}^T g\boldsymbol{u}_z \tag{1.14}$$

Les deux termes de part et d'autre du signe "+", ne sont pas distinguables pour les mêmes raisons qui rendent R_{B} et $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B}}$ non distinguables. Les mesures de l'accéléromètre ne permettent pas de distinguer entre l'accélération de la pesanteur et l'accélération du capteur dans le champ gravitationnel. Cette équation seule ne permet donc pas de dire que l'orientation du robot est observable. Quand bien même se serait possible, R_{B} et $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{B}}$ ne seraient pas distinguables.

Pour observer une partie de la dynamique angulaire du robot, il faut alors utiliser un modèle pour l'accélération $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{B}}$. Nous pouvons par exemple considérer un bruit blanc Gaussien pour construire un filtre de Kalman [Crassidis 2007] ou comme un signal de haute fréquence dans un filtre complémentaire [Kubelka 2012]. Nous pouvons aussi, comme dans [Benallegue 2014], faire des hypothèses sur la position des contacts, nous permettant ainsi d'obtenir un couplage entre la position et l'orientation du robot et de rendre une partie de l'état observable. Cependant, ces méthodes conduisent à négliger certaines dynamiques, et donc à biaiser les résultats de l'estimation lorsque ces hypothèses ne sont plus valides. De plus, ces méthodes ne permettent pas d'observer la rotation autour de l'axe de lacet.

Nous verrons dans la suite de cette thèse, comment avec un modèle plus

précis nous pouvons rendre toute la dynamique de l'orientation du robot observable avec seulement la centrale inertielle.

Cohérence de l'estimation : En substituant les équations (1.5,1.6,1.9,1.10) dans l'équation (1.12) nous pouvons écrire les efforts de contacts exprimés dans le repère monde $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}$ en fonction de la dynamique de chaque segment exprimé dans ce même repère :

$$\boldsymbol{F}_c = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} m_i \dot{\boldsymbol{c}}_i\right) + mg\boldsymbol{u}_z \tag{1.15}$$

$$\boldsymbol{T}_c = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} \left(R_i {}^i I R_i^T \boldsymbol{\omega}_i + [\boldsymbol{c}_i]_\times m_i \dot{\boldsymbol{c}}_i\right)\right) + [\boldsymbol{c}]_\times mg\boldsymbol{u}_z \tag{1.16}$$

En considérant que la position et l'orientation du robot sont connues, alors les forces aux contacts dans le repère monde $\boldsymbol{F}_c$ et les moments aux contacts dans le repère monde $\boldsymbol{T}_c$ sont observables grâce aux capteurs de forces présents au niveau des pieds du robot. Ces mêmes grandeurs sont observables sous la même hypothèse, avec la partie droite de chaque équation, grâce aux encodeurs dans les articulations du robot qui permettent de reconstruire $\boldsymbol{c}_i$ et R_i et donc toutes leurs dérivées temporelles.

Ces deux estimations des mêmes grandeurs, mais avec des capteurs différents devraient idéalement donner les mêmes résultats. Cependant, comme nous le verrons au chapitre 3, des écarts sont dus à des erreurs de calibration des capteurs, aux bruits de mesures, aux erreurs de modélisation et aux répercutions des impacts sur les capteurs de forces et la centrale inertielle lors de la marche. La question est alors de savoir comment tirer parti de ces deux méthodes, pour obtenir l'estimation la meilleure possible de toute la dynamique du robot. Il s'agit de trouver un moyen de fusionner tous les capteurs.

Modélisation de la dynamique du robot : Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, une question qui revient régulièrement dans les différents travaux et le choix du modèle. Le modèle retenu doit être le plus complet possible pour engendrer le moins d'erreurs d'estimation possible. Mais il doit aussi pouvoir être calculé suffisamment rapidement pour être utilisable en temps réel.

Chapitre 2

Construction de l'estimateur

Sommaire

2.1 Introduction 23
2.2 Modélisation 25
2.2.1 Torseur dynamique 25
2.2.2 Torseur des efforts de contacts 28
2.3 L'estimateur 34
2.3.1 Dynamique de l'état 34
2.3.2 Dynamique de la mesure 37
2.3.3 Le filtre de Kalman étendu 38
2.4 Observabilité 40
2.4.1 Proprioception 40
2.4.2 Ajout de la centrale inertielle 41
2.4.3 Ajout des capteurs de forces 47
2.4.4 Quelques remarques et perspectives 50

2.1 Introduction

Les robots humanoïdes, sont généralement considérés rigides et leurs interactions avec l'environnement sont modélisés comme des contacts rigides. Ce modèle est pratique d'un point de vue numérique et permet de simplifier la dynamique. Or, en plus du fait que l'environnement n'est pas toujours rigide, tous les robots humanoïdes comportent, comme tous les systèmes mécaniques, des flexibilités. Elles peuvent être situées au niveau de leurs articulations ou de leur structure. Ces flexibilités sont inévitables et parfois non négligeables du fait des puissances que les robots déploient et qui les excitent. Mais, elles sont parfois souhaitées. Un bon exemple étant le robot HRP-2 qui a un composant flexible entre chaque pied et la cheville correspondante (voir l'illustration en figure 2.1). Ils permettent d'absorber les impacts [Kanehira 2002], lors de mouvements de marche par exemple. De plus, le fait d'avoir une flexibilité

voulue et peu raide par rapport aux flexibilités structurelles, permet de négliger ces dernières. En effet, les déformations qu'elles créent sont négligeables devant celles engendrées par les composants flexibles.

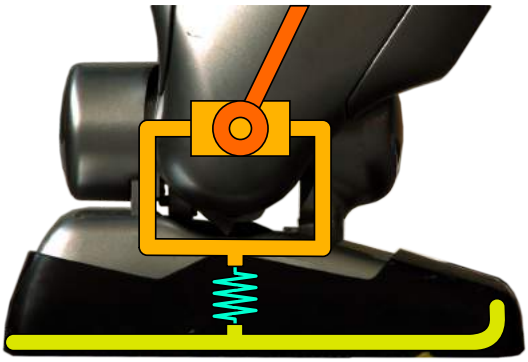


FIGURE 2.1 – Présence d'un composant flexible entre le pied et la cheville d'HRP-2

La concentration de ces composants flexibles au niveau des pieds nous permet de les utiliser pour résoudre le problème d'estimation de l'orientation du robot dont nous avons parlé au chapitre précédent. Les déformations qu'elles engendrent modifient la cinématique de la base flottante du robot et, en faisant quelques hypothèses, nous pouvons assimiler les déformations en torsion à l'orientation du robot. Celle-ci peut être reconstruite en utilisant uniquement des capteurs proprioceptifs et cinématiques, comme une centrale inertielle. Ces capteurs sont peu chers, assez précis et moins sensibles aux impacts que les capteurs de forces. En plus de fournir des informations sur la direction du champ gravitationnel, ils fournissent des informations sur la déviation entre le repère local du robot et le repère inertiel du monde (accélérations linéaires et vitesses angulaires). De plus, si nous avons un modèle de l'élasticité des flexibilités du robot, nous sommes capables de lier leurs déformations aux efforts qui les ont générés. Cela signifie que si nous pouvons reconstruire précisément les déformations avec une centrale inertielle, nous pourrons estimer les efforts aux contacts sans capteurs de forces.

Il a été montré précédemment que lorsque nous couplons les mesures d'une centrale inertielle avec des informations sur la position des contacts, nous pouvons reconstruire une partie de l'orientation du robot en temps réel [Benallegue 2014]. Ces informations sur les contacts donnent l'observabilité d'une partie de l'orientation du robot et améliorent la précision de l'estimation. Nous montrerons dans ce chapitre, qu'en utilisant ces mesures et en ajoutant un modèle de l'élasticité, nous sommes capables de reconstruire précisément la cinématique du second ordre du robot humanoïde, mais aussi

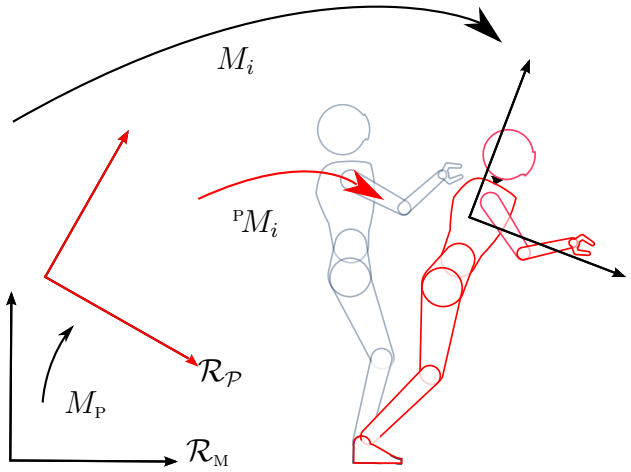


FIGURE 2.2 – Définition du repère proprioceptif : ${}^{\mathrm{P}}M_i$ est la position d'un segment dans le repère proprioceptif $\mathcal{R}_{\mathcal{P}}$, M_i est la position de ce même segment dans le repère monde $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}$, M_{P} est la transformation homogène entre ces deux repères.

d'estimer les efforts de contact. Enfin nous montrerons ce que peut apporter la fusion des données de la centrale inertielle et des capteurs de forces dans les pieds du robot.

2.2 Modélisation

2.2.1 Torseur dynamique

Dans les équations du chapitre précédent, chaque segment du robot a sa propre orientation et position dans le repère monde $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}$. Cela impose, pour modéliser le torseur dynamique, de connaître la configuration de chaque articulation du robot et de calculer par dynamique directe la position et l'orientation de chaque segment. Cependant, HRP-2 est un robot commandé en position et sa commande est très réactive et précise. Nous faisons donc l'hypothèse suivante :

Hypothèse 1 : La position articulaire de chaque articulation est parfaitement connue et contrôlée dans le temps.

Les chevilles du robot ne font pas partie de ces positions articulaires, seule la partie supérieure aux chevilles l'est. Si la position de chaque articulation du robot est parfaitement connue à chaque instant, alors, même si le robot

avance, la position et l'orientation de chaque segment peut être reconstruite précisément à chaque instant. dans un repère proprioceptif que nous définissons comme suit (illustré en figure 2.2) :

Définition 6 *Repère proprioceptif : Le repère proprioceptif, que nous notons $\mathcal{R}_\mathcal{P}$, est défini égale au repère monde à l'initialisation du mouvement, lorsque la somme des moments aux contacts au niveau des pieds du robot est nulle et la somme des forces aux contacts des pieds est égale au poids du robot (le robot est statique)*

Lorsque le robot avance, il avance dans le repère proprioceptif. La configuration M_i du $i^{ème}$ segment dans le repère monde $\mathcal{R}_\text{M}$ sera alors la composition de la configuration M_P du repère proprioceptif dans le repère monde et de la configuration ${}^\text{P}M_i$ du segment dans le repère proprioceptif :

$$M_i = \begin{pmatrix} R_i & \boldsymbol{c}_i \\ 000 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_\text{P} & \boldsymbol{t}_\text{P} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^\text{P}R_i & {}^\text{P}\boldsymbol{c}_i \\ 000 & 1 \end{pmatrix} = M_\text{P}\,{}^\text{P}M_i \tag{2.1}$$

où la matrice R_P représente l'orientation du repère proprioceptif $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ par rapport au repère monde $\mathcal{R}_\text{M}$, assimilée à l'orientation du robot. Le vecteur $\boldsymbol{t}_\text{P}$ représente la position de $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ dans $\mathcal{R}_\text{M}$. La cinématique du second ordre $\boldsymbol{x}_{kine}$ de $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ par rapport au repère monde $\mathcal{R}_\text{M}$ peut alors se représenter de la manière suivante :

$$\boldsymbol{x}_{kine} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{t}_\text{P}^T & \boldsymbol{\Omega}_\text{P}^T & \dot{\boldsymbol{t}}_\text{P}^T & \boldsymbol{\omega}_\text{P}^T \end{pmatrix}^T \tag{2.2}$$

où $\boldsymbol{\Omega}_\text{P}$ est définie de telle sorte que $R_\text{P} = exp([\boldsymbol{\Omega}_\text{P}]_\times)$. Cette représentation sous forme de vecteur des orientations s'appelle la représentation angle-axis [Murray 1994]. Le vecteur $\boldsymbol{\Omega}_\text{P}$ représente la rotation d'un angle $\|\boldsymbol{\Omega}_\text{P}\|$ autour d'un axe dirigé selon le vecteur $\frac{\boldsymbol{\Omega}_\text{P}}{\|\boldsymbol{\Omega}_\text{P}\|}$. Nous pouvons alors découpler la dynamique du robot dans le repère proprioceptif $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ de celle de ce repère par rapport au référentiel inertiel du monde, similairement à [Xinjilefu 2014b]. La dynamique du robot dans le repère $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ étant, par définition du repère, connue, cela nous permet de la séparer de celle, à priori non connue, qui doit être observée, et dont la construction de l'observateur fait l'objet de ce chapitre. Pour le $i^{ème}$ segment nous pouvons récrire l'équation (2.1) ainsi :

$$R_i = R_\text{P}\,{}^\text{P}R_i \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{c}_i = R_\text{P}\,{}^\text{P}\boldsymbol{c}_i + \boldsymbol{t}_\text{P} \tag{2.4}$$

En substituant ces équations dans la dynamique corps complet du robot présentée dans les équations (1.5,1.6), nous pouvons isoler la quantité de mouvement ${}^\text{P}\boldsymbol{P}$ et le moment cinétique ${}^\text{P}\boldsymbol{\sigma}$ exprimés sans le repère proprioceptif.

Nous avons :

$$ {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{P} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} m_i {}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}}_i \tag{2.5} $$

$$ {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} \left({}^{\mathrm{P}}R_i {}^{i}I {}^{\mathrm{P}}R_i^T {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\omega}_i + [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_i]_\times m_i {}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}}_i \right) \tag{2.6} $$

Nous pouvons aussi isoler la position du centre de masse du robot ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}$ et le tenseur d'inertie ${}^{\mathrm{P}}I$ dans le repère proprioceptif :

$$ {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} m_i {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_i \tag{2.7} $$

$$ {}^{\mathrm{P}}I = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{S}}} \left({}^{\mathrm{P}}R_i {}^{i}I {}^{\mathrm{P}}R_i^T - m_i [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_i]_\times^2 \right) \tag{2.8} $$

où m est la masse totale du robot. Ces deux grandeurs sont liées respectivement à la quantité de mouvement $\boldsymbol{P}$ et au moment cinétique $\boldsymbol{\sigma}$ dans le repère monde $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}$ par la relation suivante :

$$ \boldsymbol{P} = R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{P} - R_{\mathrm{P}} [m {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + m \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \tag{2.9} $$

$$ \boldsymbol{\sigma} = R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma} + R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}I R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + \boldsymbol{\sigma_t} \tag{2.10} $$

où les premiers termes de ces deux équations représentent les mouvements internes du robot dans son repère proprioceptif, et où les deux termes suivant de chaque équation représentent les effets inertiels dus aux vitesses angulaires et linéaires du robot dans le monde. L'expression de $\boldsymbol{\sigma_t}$ est plus complexe et difficile à interpréter, nous explicitons ici sa dérivée temporelle :

$$ \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{t}} = [R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times \frac{d}{dt} \left(m \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \right) + [\boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}]_\times \boldsymbol{F}_c \tag{2.11} $$

Le premier terme correspond au moment cinétique associé à la quantité de mouvements issue de la vitesse linéaire de la base flottante. Le second correspond au moment des forces de contacts par le bras de levier $\boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}$. Finalement, après dérivation, les équations (2.9,2.10) nous fournissent un modèle du torseur dynamique du robot en fonction de grandeurs connues dans le repère

proprioceptif et des grandeurs à observer :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_c =& m[\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}]_\times {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times^2 {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + 2m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \\ &+ m{R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + m\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} + mg\boldsymbol{u}_z \qquad (2.12)\\ \boldsymbol{T}_c =& [\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}} I R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\dot{I} R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}} I R_{\mathrm{P}}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}} \\ &+ [\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma} + {R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\dot{\sigma} \\ &+ m[{R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times \ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} + [\boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}]_\times \boldsymbol{F}_c + [{R_{\mathrm{P}}}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times mg\boldsymbol{u}_z \qquad (2.13)\end{aligned}$$

Nous montrerons, dans la section 2.4 que ces équations, couplées aux équations du modèle du torseur des efforts de la section suivante, nous permettent de rendre observable la cinématique du repère proprioceptif dans le repère monde, mais aussi les efforts de contact au niveau des chevilles du robot.

2.2.2 Torseur des efforts de contacts

Comme nous l'avons vu en introduction, si nous sommes capables de modéliser les efforts aux contacts en fonction de l'état de la cinématique $\boldsymbol{x}_{kine}$ du repère proprioceptif dans le repère monde, nous pourrons alors envisager de rendre observable l'état de cette cinématique, mais aussi les efforts aux contacts, avec des capteurs de cinématiques, comme par exemple une centrale inertielle. Le but est schématiquement de transformer le robot en un capteur d'efforts géant, dans lequel un modèle de ressort amorti pour les flexibilités nous permet de relier des déformations mesurables aux efforts.

Dans cette section nous modéliserons les efforts générés par des contacts au niveau des pieds du robot. Nous montrerons l'observabilité locale de $\boldsymbol{x}_{kine}$ grâce à ce modèle et une centrale inertielle. Nous modéliserons aussi les efforts générés par des contacts au niveau des épaules du robot, lorsque celui-ci est pendu au plafond par des cordes fixées au niveau des épaules (voir figure 2.5). Nous ne montrerons pas l'observabilité de ce système, mais testerons dans le chapitre suivant sa stabilité, lorsqu'il est utilisé pour estimer l'orientation du robot dans le monde quand il est suspendu au plafond.

2.2.2.1 Contacts au niveau des pieds du robot

Les pieds du robot peuvent être considérés comme des corps rigides. Le torseur des efforts de contact généré au niveau de la semelle de chaque pied est le même que celui généré au niveau des chevilles juste au-dessus. Dans le modèle suivant, nous modéliserons donc les efforts dans les chevilles du robot, et les assimilerons aux efforts de contacts. Cette simplification est d'autant plus commode que les capteurs de forces que nous utiliserons pour faire de la fusion sont eux mêmes situés juste au-dessus des flexibilités, dans les chevilles.

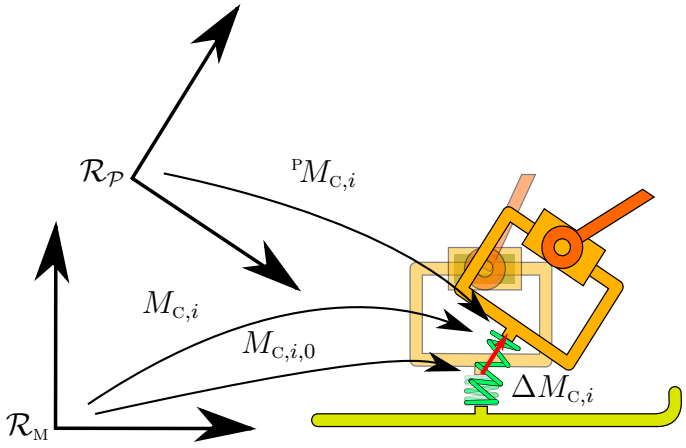


FIGURE 2.3 – Illustration du modèle des efforts dans les chevilles. La déformation $\Delta M_{\mathrm{C},i}$ de la flexibilité d'une cheville dépend de la position de la cheville $M_{\mathrm{C},i}$ lorsque la flexibilité est excitée et de la position de la cheville $M_{\mathrm{C},i,0}$ lorsque celle-ci n'est pas excitée. La matrice ${}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i}$ représente la position de la cheville dans le repère proprioceptif $\mathcal{R}_\mathcal{P}$

Pour chaque cheville, nous définissons ainsi un repère $\mathcal{R}_{\mathcal{C}_i}$ qui lui est lié et qui a une position $\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ et une orientation $R_{\mathrm{C},i}$ dans le repère monde, regroupés dans la matrice homogène suivante (voir figure 2.3) :

$$M_{\mathrm{C},i} = \begin{pmatrix} R_{\mathrm{C},i} & \boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

Les déformations $\Delta M_{\mathrm{C},i}$ générées par les flexibilités présentent sous chaque cheville sont composées de déformations en torsion $\Delta R_{\mathrm{C},i}$ et en compression $\Delta \boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ (voir figure 2.3). Elles s'expriment comme l'écart entre la position de la cheville dans le repère monde $\mathcal{R}_\mathrm{M}$ et cette même position si la flexibilité n'était pas excitée $M_{\mathrm{C},i,0}$ (voir figure 2.3) :

$$\Delta M_{\mathrm{C},i} = \begin{pmatrix} \Delta R_{\mathrm{C},i} & \Delta \boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} = M_{\mathrm{C},i,0}^{-1} M_{\mathrm{C},i} \tag{2.15}$$

Par définition du repère proprioceptif, nous pouvons séparer $M_{\mathrm{C},i}$ en la position ${}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i}$ du contact dans ce repère :

$${}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i} = \begin{pmatrix} {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i} & {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

et la position de ce repère dans le monde. Ce qui s'exprime par l'équation suivante :

$$M_{\mathrm{C},i} = M_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i} \tag{2.17}$$

Pour que ce modèle puisse être observable, nous cherchons alors à modéliser $M_{\mathrm{C},i,0}$ en fonction des grandeurs qui sont déjà connues. Nous exprimons $M_{\mathrm{C},i,0}$ ainsi :

$$M_{\mathrm{C},i,0} = {}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i} \tag{2.18}$$

Cette égalité induit l'hypothèse que les déformations de chaque flexibilité ne sont dues qu'à la cinématique du repère proprioceptif par rapport au repère monde. Cette hypothèse est vérifiée si les deux hypothèses suivantes le sont :

Hypothèse 2 : La position ${}^{\mathrm{P}}M_{\mathrm{C},i}$ de la cheville i dans le repère proprioceptif est constante pendant toute la durée du contact

Hypothèse 3 : Il n'y a pas de glissement, c'est à dire que la position du pied dans le repère monde est constante pendant toute la durée du contact

En substituant les équations (2.17,2.18) dans l'équation (2.15), nous obtenons une expression des déformations $\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ et $\Delta R_{\mathrm{C},i}$ en fonction de la cinématique $\boldsymbol{x}_{kine}$ et de grandeurs connues dans le repère proprioceptif :

$$\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T}\left(R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}\right) \tag{2.19}$$

$$\Delta R_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T} R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i} \tag{2.20}$$

Par dérivation, en considérant que la position des chevilles est constante dans le repère proprioceptif (hypothèse 2), nous obtenons des expressions de vitesses linéaires $\delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ et angulaires $\delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i}$ de ces déformations, toujours en fonction de la cinématique $\boldsymbol{x}_{kine}$ et de grandeurs connues dans le repère proprioceptif :

$$\delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T}\left(\left[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_{\times} R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}}\right) \tag{2.21}$$

$$\delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \tag{2.22}$$

Les quatre équations (2.19,2.20,2.21,2.22) nous fournissent donc des expressions simples de la déformation des composants flexibles. Ces expressions ne dépendent que de grandeurs connues dans le repère proprioceptif et de l'état de la cinématique de ce repère dans le repère monde. Nous modélisons les efforts qui ont généré ces déformations comme un ressort 6D (translations

et orientations) amorti (voir figure 2.3) :

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} = (-K_{fs}\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - K_{fd}\delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}) \tag{2.23}$$

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{C},i} = \left(-K_{ts}\Delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} - K_{td}\delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} + [\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}]_{\times}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i}\right) \tag{2.24}$$

avec $\Delta R_{\mathrm{C},i} = exp([\Delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i}]_{\times}$. K_{fs} et K_{fd} sont respectivement les raideurs de compression et de torsion des flexibilités. K_{ts} et K_{td} sont respectivement les amortissements en compression et torsion des flexibilités. Ce modèle fait l'hypothèse suivante :

Hypothèse 4 : Les raideurs et amortissements en compression et torsion des flexibilités sont constantes. Les efforts générés sont donc linéaires vis-à-vis des déformations qui les ont crées.

Finalement, en substituant (2.19,2.20,2.21,2.22) dans les deux équations précédentes et en sommant ces dernières sur le nombre de contacts :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \Big(&-K_{fs}{}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^T\left(R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}\right)\\ &-K_{fd}{}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^T\left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times}R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}}\right)\Big)\end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\boldsymbol{T}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \boldsymbol{T}_{\mathrm{C},i} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \left(-K_{ts}\Delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} - K_{td}{}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^T\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + [\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}]_{\times}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i}\right) \tag{2.26}$$

avec :

$$\Delta R_{\mathrm{C},i} = exp[\Delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i}]_{\times} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^T R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i} \tag{2.27}$$

Nous verrons en section 2.4, que ces équations, et donc les hypothèses qui ont permis de les écrire, permettent de rendre observable localement l'état $\boldsymbol{x}_{kine}$ de la cinématique du repère proprioceptif dans le repère monde, au sens défini dans le chapitre 1.

2.2.2.2 Contacts au niveau des épaules du robot

Dans la section précédente, nous avons développé un modèle de contacts lorsque les pieds du robot sont au sol. Nous cherchons ici à développer un modèle similaire, lorsque le robot est suspendu à des cordes (voir figure 2.5). Dans ce cas, les forces de contacts sont orientées par la direction des cordes $\boldsymbol{u}_{s,i}$, obtenues en normalisant les vecteurs liants les positions des point de contact à l'épaule dans le repère monde $\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ au point d'ancrage au plafond $\boldsymbol{p}_e$

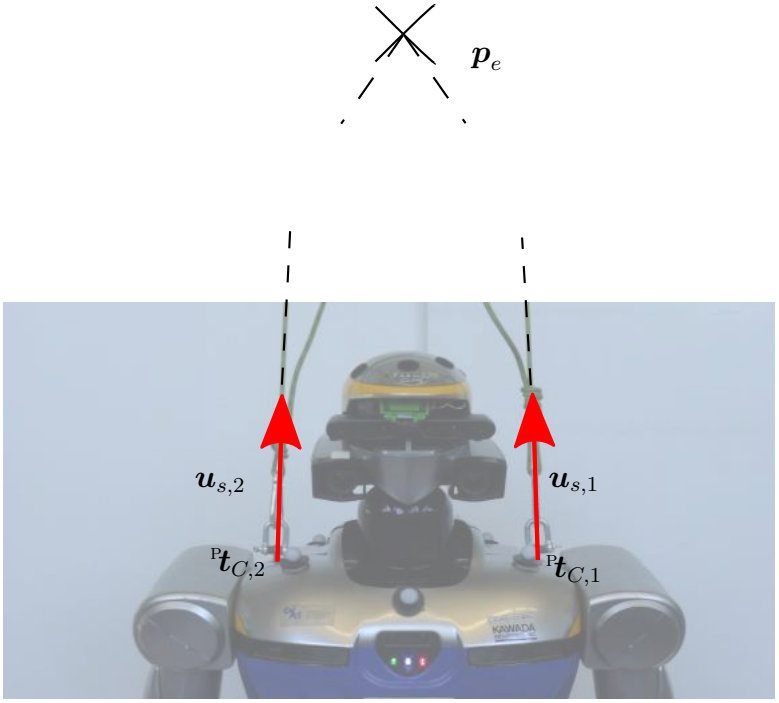


FIGURE 2.4 – Grandeurs utiles pour le modèle de contacts au niveau des épaules : $\boldsymbol{p}_e$ est la position du point d'ancrage des cordes au plafond, ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ avec $i \in \{1, 2\}$ représente la position dans le repère proprioceptif des points d'ancrage des cordes au niveau des deux épaules, $\boldsymbol{u}_{s,i}$ avec $i \in \{1, 2\}$ représente les vecteurs unitaires donnant la direction des cordes dans le repère monde.

(voir figure 2.4) :

$$\boldsymbol{u}_{s,i} = \frac{\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - \boldsymbol{p}_e}{\|\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - \boldsymbol{p}_e\|} \tag{2.28}$$

$$= \frac{R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - \boldsymbol{p}_e}{\|R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - \boldsymbol{p}_e\|} \tag{2.29}$$

où ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ est la position du contact i entre une corde et le robot.

Alors, $\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ est la différence entre la longueur de la corde modifiée par la flexibilité et la longueur initiale de la corde orientée par $\boldsymbol{u}_{s,i}$. Nous avons :

$$\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} = \left(\|R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - \boldsymbol{p}_e\| - \|{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - \boldsymbol{p}_e\|\right)\boldsymbol{u}_{s,i} \tag{2.30}$$

Les déformations de ces cordes génèrent des forces selon un modèle de ressort



FIGURE 2.5 – Entre les différents tests, le robot HRP-2 peut être suspendu par des cordes au niveau des épaules.

amorti similaire au modèle précédent :

$$\boldsymbol{F}_c = \sum_{i=1}^{N_\mathcal{C}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} = \sum_{i=1}^{N_\mathcal{C}} -K_{fs}\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - K_{fd}\dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \tag{2.31}$$

où le terme proportionnel à $\dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}}$ est un terme d'amortissement permettant de garantir la stabilité de notre modèle. Ces efforts créent des moments avec le bras de levier ${}_{R_{\mathrm{P}}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}$ que l'on modélise comme suit :

$$\boldsymbol{T}_c = -K_{ts}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}} - K_{td}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + \sum_i \left[{}_{R_{\mathrm{P}}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}\right]_\times \boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} \tag{2.32}$$

Le terme proportionnel à $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}$ garantit la stabilité du modèle, et peut être interprété comme dans frottements secs de l'air. Le terme $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$ ne peut pas être interprété physiquement. Nous l'avons ajouté pour interdire une déviation de l'orientation du robot autour de l'axe de lacet, qui n'est pas observable, comme nous l'avons constaté expérimentalement. Ainsi, K_{ts} est de la forme :

$$K_{ts} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{ts} \end{pmatrix} \tag{2.33}$$

Nous ne démontrerons pas l'observabilité de ce modèle, mais le testerons dans le chapitre suivant qui vise à valider l'estimateur.

2.3 L'estimateur

2.3.1 Dynamique de l'état

2.3.1.1 Dynamique du repère proprioceptif dans le repère monde

Nous souhaitons estimer l'état de la cinématique du robot dans le repère monde :

$$\boldsymbol{x}_{kine} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}^T & \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}^T & \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}}^T & \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}^T \end{pmatrix}^T \tag{2.34}$$

C'est une dynamique du deuxième ordre dont l'accélération angulaire $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}$ et linéaire $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}}$ sont obtenues en isolant ces deux grandeurs dans les équations

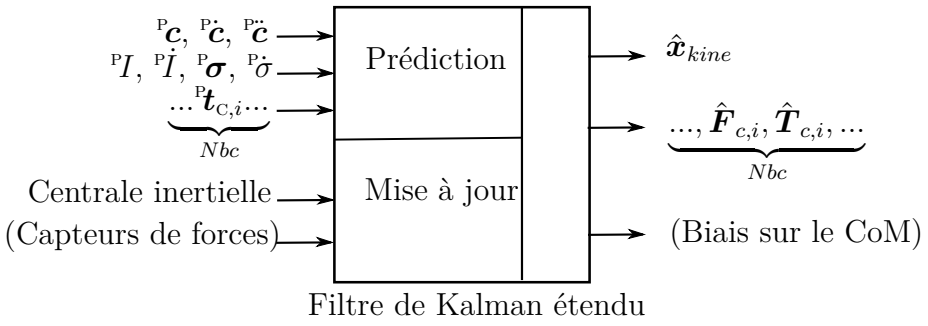


FIGURE 2.6 – Illustration des entrées et des sorties de notre filtre de Kalman étendu : ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}$ est la position du centre de masse dans le repère proprioceptif, ${}^{\mathrm{P}}I$ le tenseur d'inertie dans le repère proprioceptif, ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma}$ est le moment cinétique dans le repère proprioceptif et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ représente la position des contacts dans le repère proprioceptif. En sortie, $\hat{\boldsymbol{x}}_{kine}$ est l'estimation filtrée de l'état de la cinématique du repère proprioceptif dans le repère monde et $\hat{\boldsymbol{F}}_{c,i}$ et $\hat{\boldsymbol{T}}_{c,i}$ représentent respectivement l'estimation de forces et moments dans la cheville i. Les grandeurs entre parenthèses d'entrées sont optionnelles, mais nécessaires pour estimer les grandeurs entre parenthèses en sortie.

(2.12,2.13) :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}} =& R_{\mathrm{P}}({}^{\mathrm{P}}I + m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_{\times}^{2})^{-1}(R_{\mathrm{P}}^{T}\boldsymbol{T}_{c} - [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}]_{\times}\boldsymbol{F}_{c} \\ &- \left((\left[R_{\mathrm{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_{\times}{}^{\mathrm{P}}IR_{\mathrm{P}}^{T} + {}^{\mathrm{P}}\dot{I}R_{\mathrm{P}}^{T})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma} + \left[R_{\mathrm{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_{\times}{}^{\mathrm{P}}\dot{\sigma}\right) \\ &+ [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_{\times}\left(m{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + 2m\left[R_{\mathrm{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_{\times}{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} + m\left[R_{\mathrm{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_{\times}^{2}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}\right))\end{aligned} \tag{2.35}$$

et :

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} =& \frac{1}{m}\Big(\boldsymbol{F}_{c} - (R_{\mathrm{P}}m{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + 2m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times}R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \\ &+m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times}^{2}R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + gm\boldsymbol{u}_{z})\Big) + [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_{\times}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}\end{aligned} \tag{2.36}$$

Avec le modèle des efforts dans les chevilles des équations (2.25,2.26) nous obtenons :

$$\boldsymbol{F}_{c} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}}(-K_{fs}\Delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - K_{fd}\delta\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}) \tag{2.37}$$

$$\boldsymbol{T}_{c} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}}\left(-K_{ts}\Delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} - K_{td}\delta\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} + [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}]_{\times}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i}\right) \tag{2.38}$$

et :

$$\Delta \boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T} \left(R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) \tag{2.39}$$

$$exp([\Delta \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i}]_{\times}) = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T} R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i} \tag{2.40}$$

et enfin :

$$\delta \boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T} \left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times} R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \right) \tag{2.41}$$

$$\delta \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C},i} = {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}^{T} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \tag{2.42}$$

Ces équations ne dépendent que de grandeurs connues dans le repère proprioceptif et de l'état $\boldsymbol{x}_{kine}$. Par intégration numérique elles fournissent donc un modèle de prédiction de la dynamique de l'orientation du robot.

2.3.1.2 Dynamique du biais et des efforts non modélisés

Comme nous le verrons dans l'étude d'observabilité de la section 2.4, en utilisant comme capteurs la centrale inertielle et les capteurs de forces dans les pieds du robot, nous pouvons estimer des grandeurs supplémentaires à l'état de la cinématique du repère proprioceptif dans le repère monde. Nous donnons comme exemple l'estimation d'un biais sur le centre de masse et l'estimation d'efforts non modélisés. Ces grandeurs ont par nature une dynamique qui n'est pas modélisable. Nous les considérerons donc constantes entre deux instants d'estimation. Nous complétons donc l'état comme suit :

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_{kine} & {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{b_c} & {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{b_f} \end{pmatrix}^{T} \tag{2.43}$$

Comme dans certains travaux que nous avons présenté en état de l'art [Wittmann 2015, Piperakis 2016], le but en complétant l'état avec ces grandeurs, est de compenser des erreurs de modèles, qui ne proviennent pas ici d'un modèle simplifié mais d'erreurs d'identifications (pour le biais sur le centre de masse) ou d'erreurs non modélisables (pour les efforts non modélisés). L'estimation de ce grandeurs permet de plus de compenser partiellement les erreurs éventuelles dans les grandeurs que nous considérons connues dans le repère proprioceptif (hypothèse 1).

2.3.1.3 Dynamique des efforts aux pieds

Les hypothèses que nous avons faites pour modéliser la dynamique de l'état conduisent à mal prédire ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$ lorsqu'on s'éloigne de leur domaine de validité. Elles biaisent ainsi la phase de prédiction du filtre de Kalman. Pour diminuer les effets de ces erreurs de modèle nous ajoutons les efforts

dans les chevilles dans l'état :

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_{kine} & {}^{\text{P}}\boldsymbol{b_c} & {}^{\text{P}}\boldsymbol{b_f} & {}^{\text{C}_1}\boldsymbol{f}_1^T & {}^{\text{C}_1}\boldsymbol{t}_1^T & {}^{\text{C}_2}\boldsymbol{f}_2^T & {}^{\text{C}_2}\boldsymbol{t}_2^T \end{pmatrix}^T \tag{2.44}$$

Ainsi, les efforts utilisés pour calculer les accélérations linéaires et angulaires dans les équations (2.35) et (2.36) seront les efforts estimés de l'état précédent, qui profitent du filtrage effectué par le filtre de Kalman. Les efforts prédits sont eux calculés avec les équations (2.25) et (2.26) qui comportent des erreurs de modèle. Nous pouvons ainsi régler les covariances des erreurs des capteurs de forces de manière à ne pas subir les erreurs de modèle. Dans les cas où nous n'utilisons pas les capteurs de forces, la qualité de l'estimation dépendra de la validité des hypothèses (hypothèses 2, 3 et 4) du modèle.

2.3.2 Dynamique de la mesure

2.3.2.1 Centrale inertielle

Le gyromètre mesure la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}$ du torse du robot dans le repère monde mais exprimée dans un repère $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$ lié au torse du robot. Nous appelons l'origine de ce repère la base flottante du robot. L'accéléromètre mesure l'accélération $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}}$ du torse du robot dans le repère monde (comprenant l'accélération de la pesanteur) mais exprimée dans ce même repère $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$. Nous avons :

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_{\text{G}} \\ \boldsymbol{y}_{\text{A}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{\text{B}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{B}} \\ R_{\text{B}}^T \left(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} + g\boldsymbol{u}_z \right) \end{pmatrix} \tag{2.45}$$

La centrale inertielle étant liée à un des corps du robot, nous pouvons écrire $\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}$ et $\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}}$ comme suit :

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{B}} = R_{\text{P}} {}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{P}} \tag{2.46}$$

$$\boldsymbol{t}_{\text{B}} = R_{\text{P}} {}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}} + \boldsymbol{t}_{\text{P}} \tag{2.47}$$

où ${}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}$ est la vitesse angulaire du repère $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$ dans le repère local et ${}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}}$ la position du repère $\mathcal{R}_{\mathcal{B}}$ dans ce même repère. En substituant ces équations dans les équations de (2.45), nous pouvons réécrire $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$ comme suit :

$$\boldsymbol{y}_{\text{G}} = R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}} + {}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}} \tag{2.48}$$

et $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$ comme suit :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_{\text{A}} =&\left[R_{\text{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}} + \left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times^2 {}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}} + 2\left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\dot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} + {}^{\text{P}}\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} \\ &+ R_{\text{P}}^T\left(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}} + g\boldsymbol{u}_z\right)\end{aligned} \tag{2.49}$$

Nous montrerons dans la section 2.4.2, que la centrale inertielle, et sa dynamique associée, permettent de rendre observable l'état $\boldsymbol{x}_{kine}$ que nous avons présenté en section précédente.

2.3.2.2 Capteurs de forces

Les efforts étant stockés dans l'état, la dynamique de la mesure ne fait que récupérer la valeur prédite par la dynamique de l'état.

2.3.3 Le filtre de Kalman étendu

Pour estimer l'état du système, nous utilisons un filtre de Kalman Étendu (EKF). Contrairement au filtre de Kalman dans le cas des systèmes linéaires, ce filtre n'est pas le filtre optimal pour un modèle d'incertitude Gaussien. Il a cependant l'avantage de permettre d'ajouter ou d'enlever facilement des mesures, même en ligne, dans le cas d'un défaut sur un capteur par exemple. Étant basé modèle, il nous permet de faire de la fusion de capteurs et ainsi d'envisager un estimateur unique, prenant en compte toute la dynamique du robot. Enfin, les flexibilités étant principalement excitées dans leur zone linéaire, le fait que l'EKF soit sous-optimal dans les zones non-linéaires a un impact limité. Ce filtre comporte deux étapes. La première est une phase de prédiction qui permet, à partir de l'état estimé à l'instant précédent, de calculer un à priori de l'état actuel et des mesures correspondantes. Ensuite, lors d'une phase de mise à jour, les mesures prédites sont comparées aux mesures réelles et une correction est apportée à la prédiction de l'étape précédente pour obtenir une estimation de l'état actuel. Ces deux étapes et les équations correspondantes sont détaillées dans les deux sections suivantes.

Soit le système dynamique suivant :

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = f(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_{k+1} \tag{2.50}$$

$$\boldsymbol{y}_{k+1} = h(\boldsymbol{x}_{k+1}) + \boldsymbol{w}_{k+1} \tag{2.51}$$

où $\boldsymbol{x}$ est l'état du système, $f()$ est le modèle de la dynamique de l'état, $\boldsymbol{v}$ est un bruit Gaussien modélisant les erreurs du modèle dynamique de l'état, $\boldsymbol{y}$ est le vecteur des mesures, $h()$ est le modèle de la dynamique des mesures et $\boldsymbol{w}$ est un bruit Gaussien modélisant des bruits de mesure.

2.3.3.1 Prédiction

Supposons qu'à l'instant k+1, nous avons une estimation de l'état $\boldsymbol{x}_k$ à l'instant k que nous notons $\hat{\boldsymbol{x}}_k$. Nous modélisons l'erreur $\boldsymbol{e}_k = \boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k$ comme une variable aléatoire qui suit une distribution Gaussienne centrée pour laquelle nous supposons que nous connaissons la matrice des covariances P_k. La prédiction consiste à simuler le modèle dynamique du système dans un cas non bruité et non perturbé. Nous définissons :

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{x+1} = f(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k) \tag{2.52}$$

où $\overline{\boldsymbol{x}}_{x+1}$ est la prédiction de l'état par la dynamique de l'état $f()$. Cette prédiction induit aussi une erreur $\overline{\boldsymbol{e}}_{k+1}$ qui est due au transport de $\boldsymbol{e}_k$ par $f()$ additionnée au bruit du modèle $\boldsymbol{v}_{k+1}$. Nous modélisons aussi $\overline{\boldsymbol{e}}_{k+1}$ comme un bruit aléatoire Gaussien et nous linéarisons la dynamique de l'état $f()$ pour approximer sa matrice des covariances :

$$\overline{P}_{k+1} = F_{k+1} P_k F_{k+1}^T + Q_{k+1} \tag{2.53}$$

où Q_{k+1} est la matrice des covariances de $\boldsymbol{v}_{k+1}$, et

$$F_{k+1} = \left. \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} \right|_{\boldsymbol{x}=\overline{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_k} \tag{2.54}$$

Nous pouvons finalement prédire les mesures obtenues si l'état était égal à la prédiction :

$$\overline{\boldsymbol{z}}_{k+1} = h\left(\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1}, \boldsymbol{u}_{k+1}\right) \tag{2.55}$$

où $\overline{\boldsymbol{z}}_{k+1}$ est le vecteur des mesures prédites.

2.3.3.2 Mise à jour

La phase de mise à jour consiste à utiliser les mesures actuelles $\boldsymbol{z}_{k+1}$ pour corriger le mieux possible la prédiction de l'état précédent. Pour cela, nous définissons l'erreur de prédiction des mesures en comparant les mesures actuelles avec les mesures prédites avec le système dynamique :

$$\boldsymbol{e}_{z,k+1} = \boldsymbol{z}_{k+1} - \overline{\boldsymbol{z}}_{k+1} \tag{2.56}$$

Cette erreur est modélisée comme un bruit aléatoire Gaussien, et sa matrice des covariances est approximée comme suit :

$$P_{z,k+1} = H_{k+1}\overline{P}_{k+1}H_{k+1}^T + R_{k+1} \tag{2.57}$$

où R_{k+1} est la matrice des covariances de $\boldsymbol{w}_{k+1}$, et

$$H_{k+1} = \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{x}=\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1},\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_{k+1}} \tag{2.58}$$

Cela permet de calculer le gain presque-optimal K_{k+1} minimisant l'espérance de l'erreur quadratique pour l'erreur d'estimation $\boldsymbol{e}_{k+1} = \boldsymbol{x}_{k+1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$, où

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \overline{\boldsymbol{x}}_{k+1} + K_{k+1}\boldsymbol{e}_{z,k+1} \tag{2.59}$$

Le gain presque-optimal K_{k+1} est obtenu comme suit :

$$K_{k+1} = \overline{P}_{k+1}H_{k+1}^T P_{z,k+1}^{-1} \tag{2.60}$$

Et la covariance correspondante de $\boldsymbol{e}_{k+1}$ est alors :

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})\,\overline{P}_{k+1} \tag{2.61}$$

2.4 Observabilité

2.4.1 Proprioception

Le repère proprioceptif, que nous avons introduit au début de ce chapitre pourrait être défini de deux manières, lié à un segment du robot ou non. Dans la première méthode (voir Fig. 2.7, dessin gauche), la cinématique du segment auquel le repère est lié sera assimilée à la cinématique du robot dans $\mathcal{R}_{\text{M}}$. Le problème de cette définition est qu'elle ne permet pas de distinguer entre des mouvements internes des articulations du robot et des mouvements dus aux flexibilités dans les chevilles du robot. Des mouvements du repère proprioceptif dans le repère monde qui ne seraient dus qu'à des mouvements internes du robot seront donc vus dans le modèle des efforts aux contacts aux pieds comme une excitation des flexibilités.

Dans la suite de cette thèse, nous choisissons donc de ne pas lier ce repère à un segment du robot (voir Fig. 2.7, dessin de droite et Fig. 2.2), de manière à ce qu'un mouvement dans l'espace des configurations du robot ne modifie pas la position du repère local dans le repère monde. Ainsi, lorsque le robot marche, il avance dans le repère proprioceptif et les mouvements de ce dernier

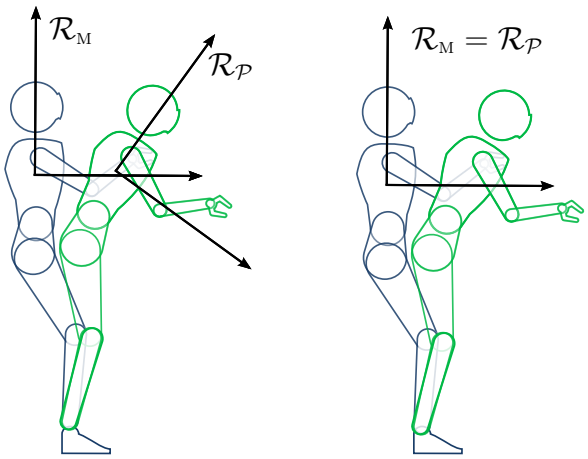


FIGURE 2.7 – Deux définitions du repère local. La seule différence entre le robot bleu et le robot vert est un changement de sa configuration dans le repère proprioceptif, les flexibilités ne sont pas excitées. À gauche, le repère local est lié au torse du robot et bouge lorsque celui-ci change de configuration ou que la flexibilité est excitée. À droite, le repère local reste à sa position lorsque le robot change de configuration mais bouge lorsque la flexibilité est excitée.

dans le repère monde ne représentent qu'une excitation des flexibilités. Si après avoir fait quelques pas, le robot se retrouve dans une position où les flexibilités ne sont pas excitées, alors le repère proprioceptif sera confondu avec le repère monde.

2.4.2 Ajout de la centrale inertielle

Nous avons montré dans le chapitre précédent que la centrale inertielle seule ne permet pas d'observer l'orientation du robot. De plus, nous avons montré en section 2.3.2.1, que la dynamique des mesures fournies par le gyromètre $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$ et l'accéléromètre $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$ peuvent s'écrire, en séparant la dynamique dans le repère proprioceptif de celle du repère proprioceptif dans le repère monde :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{y}_{\text{G}} =& R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}} + {}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}} \\
\boldsymbol{y}_{\text{A}} =& \left[R_{\text{P}}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}} + \left[R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times^2 {}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{B}} + 2\left[R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\dot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} + {}^{\text{P}}\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} \\
& + R_{\text{P}}^T \left(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}} + g\boldsymbol{u}_z\right)
\end{aligned} \tag{2.62}$$

Si ${}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}$ est observable, alors $R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ est observable avec la mesure $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$. En effet, pour ${}^{\text{P}}\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}$ connu, deux valeurs différentes de $R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ donneront forcément

deux valeurs différentes de la mesure $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$, toutes les valeurs de $R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ sont donc distinguables entre elles. $R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ étant observable, $R_{\text{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{P}}$ l'est aussi. Ainsi, dans la deuxième équation, la première ligne n'est composée que de grandeurs observables avec les mesures du gyromètre, si nous supposons que toutes les grandeurs exprimées dans $\mathcal{R}_{\mathcal{P}}$ sont connues. Ainsi, nous avons l'observabilité du terme suivant :

$$R_{\text{P}}^T\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}} + gR_{\text{P}}^T\boldsymbol{u}_z \tag{2.63}$$

Mais, les mesures $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$ et $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$ ne nous permettent pas de distinguer entre les deux termes de cette expression. En effet, une infinité de combinaisons de $R_{\text{P}}^T\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}}$ et $gR_{\text{P}}^T\boldsymbol{u}_z$ peuvent nous donner la même mesure $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$. Ainsi, $\boldsymbol{y}_{\text{G}}$ et $\boldsymbol{y}_{\text{A}}$ ne nous permettent pas d'observer l'orientation du robot R_{P} sans plus d'informations. Le but est alors de démontrer que le modèle des efforts développé précédemment permet de découpler les deux termes de l'équation (2.63) avec la centrale inertielle et la proprioception uniquement.

2.4.2.1 Observabilité du torseur des efforts dans le repère proprioceptif

L'équation (2.1) nous permet d'exprimer les efforts aux contacts dans le repère proprioceptif en fonction des efforts aux contacts dans le repère monde :

$$^{\text{P}}\boldsymbol{F}_c = R_{\text{P}}^T\boldsymbol{F}_c \tag{2.64}$$

$$^{\text{P}}\boldsymbol{T}_c = R_{\text{P}}^T\boldsymbol{T}_c - \left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{t}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_c \tag{2.65}$$

En substituant ces équations dans les équations (2.12,2.13) nous pouvons exprimer le torseur des efforts dans le repère proprioceptif :

$$\begin{aligned} {}^{\text{P}}\boldsymbol{T}_c =& \left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}I R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}} + {}^{\text{P}}\dot{I} R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}} + {}^{\text{P}}I R_{\text{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{P}} \\ &+ \left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\boldsymbol{\sigma} + {}^{\text{P}}\dot{\sigma} \\ &+ m[{}^{\text{P}}\boldsymbol{c}]_\times (R_{\text{P}}^T\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}} + gR_{\text{P}}^T\boldsymbol{u}_z) \end{aligned} \tag{2.66}$$

$$\begin{aligned} {}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_c =& \left[R_{\text{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{P}}\right]_\times m{}^{\text{P}}\boldsymbol{c} + \left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times^2 m{}^{\text{P}}\boldsymbol{c} + 2m\left[R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_\times {}^{\text{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \\ &+ m{}^{\text{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + m(R_{\text{P}}^T\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{P}} + gR_{\text{P}}^T\boldsymbol{u}_z) \end{aligned} \tag{2.67}$$

Ces équations ne dépendent que de grandeurs dans le repère proprioceptif, de $R_{\text{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ et ses dérivées qui sont observables (voir section 1.2.3.1) avec le gyromètre, et de la somme (2.63), dans laquelle nous ne pouvons toujours pas distinguer entre les deux termes mais dont la somme est observable. Ainsi les moments $^{\text{P}}\boldsymbol{T}_c$ et les forces $^{\text{P}}\boldsymbol{F}_c$ dans le repère proprioceptif sont observables.

Cette démonstration ne dépendant pas de la commande du système, l'observabilité est uniforme. N'ayant aucune contrainte sur l'amplitude des variations de la vitesse angulaire, l'observabilité n'est à priori pas locale (voir section 2.4.3.1 pour les conditions de ce type d'observabilité).

Ce résultat est à remarquer, indépendamment de l'étude d'observabilité qui nous intéresse ici. Il nous permet de dire, de manière générale, qu'une centrale inertielle ne donne pas que des informations sur la cinématique du corps auquel elle est attachée. Elle nous permet d'observer les efforts externes (poids exclu) qui mettent en mouvement une chaîne cinématique quelconque (à fortiori un corps isolé). Ces efforts peuvent être exprimés dans n'importe quel repère où l'on connaît la position du centre de masse de la chaîne cinématique, sa répartition de masses, son moment cinétique, et les dérivées temporelles de ces grandeurs. Dans le cas d'un corps isolé, il s'agit de tous les points de ce corps. Ce résultat peut notamment permettre d'estimer les efforts internes d'un robot humanoïde sans utiliser de capteurs d'efforts dans les articulations du robot. En positionnant au moins une centrale inertielle dans chaque jambe du robot, et une dans son torse, ce résultat peut aussi permettre de se passer de capteurs de forces dans les pieds du robot.

2.4.2.2 Observabilité de l'orientation du robot

Le but est alors de montrer que l'observabilité de la somme des efforts aux contacts suffit pour rendre observable l'orientation du robot R_{P} avec le modèle présenté dans la section précédente. Pour simplifier les développements, nous considérerons pendant toute l'étude d'observabilité que ${}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i} = \mathbb{I}$. Cette grandeur nous est fournie par le contrôleur et ne modifie donc pas l'observabilité du modèle. Le modèle des efforts de contacts dans le repère local s'écrit donc :

$$
\begin{aligned}
{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{C},i} &= \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \left(-R_{\mathrm{P}}^T K_{ts} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}} - R_{\mathrm{P}}^T K_{td} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + \left[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right]_{\times} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} \right) && (2.68) \\
{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} &= - \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} R_{\mathrm{P}}^T K_{fs} \left(R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) \\
&\quad - \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} R_{\mathrm{P}}^T K_{fd} \left(\left[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \right]_{\times} R_{\mathrm{P}} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} + \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \right) && (2.69)
\end{aligned}
$$

Nous séparons l'étude entre les cas de simple support (le robot est sur un pied) et de double support (le robot est sur ses deux pieds).

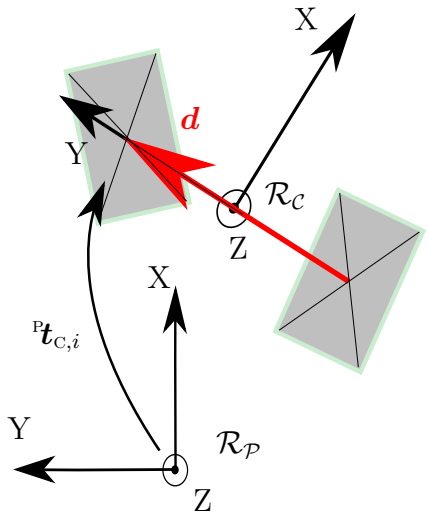


FIGURE 2.8 – Illustration du repère $\mathcal{R}_\mathcal{C}$ et du vecteur $\boldsymbol{d}$

Simple support : Dans ce cas nous pouvons réécrire l'équation (2.68) ainsi :

$$ {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c = -R_{\mathrm{P}}^T K_{ts} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}} - R_{\mathrm{P}}^T K_{td} R_{\mathrm{P}} \left(R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \right) + \left[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{c,1} \right]_\times {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c \tag{2.70} $$

Les mesures de la centrale inertielle imposent les valeurs de ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$, ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ et $R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}$. La valeur de ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{c,1}$ étant elle connue dans le repère proprioceptif, il est évident qu'il n'existe qu'une matrice R_{P} satisfaisant toutes les mesures. Toutes les orientations du repère proprioceptif par rapport au monde sont donc distinguables entre elles avec la centrale inertielle et la proprioception. L'orientation est donc observable, ainsi que sa vitesse et son accélération angulaire.

Double support : Dans ce cas nous pouvons réécrire l'équation (2.68) ainsi :

$$ {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c = -2R_{\mathrm{P}}^T K_{ts} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}} - 2R_{\mathrm{P}} K_{td} R_{\mathrm{P}} \left(R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \right) + \sum_{i=0}^{2} \left[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right]_\times {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} \tag{2.71} $$

Aucun capteur ne fournissant des valeurs de ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i}$ pour chaque contact i, nous devons utiliser le modèle des forces de l'équation (2.69) pour montrer que le système est tout de même observable.

Pour cela, nous définissons un nouveau repère $\mathcal{R}_\mathcal{C}$ (voir figure 2.8) qui a pour origine le milieu du segment liant les deux pieds et qui est orienté par ce segment (voir figure 1). Il ne dépend que de la position des contacts dans le repère proprioceptif, sa position ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C}}$ et son orientation ${}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C}}$ sont donc observables dans le repère proprioceptif. En définissant le vecteur ${}^{\mathrm{C}}\boldsymbol{d}$ liant les

deux pieds dans ce même repère comme suit :

$$^{\text{C}}\boldsymbol{d} = {}^{\text{C}}\boldsymbol{t}_{\text{C}_1} - {}^{\text{C}}\boldsymbol{t}_{\text{C}_2} \tag{2.72}$$

alors chaque contact i a une position dans $\mathcal{R}_{\mathcal{C}}$ qui s'exprime ainsi :

$$^{\text{C}}\boldsymbol{t}_{\text{C},i} = (-1)^{i+1}\frac{1}{2}{}^{\text{C}}\boldsymbol{d} \tag{2.73}$$

En substituant ${}^{\text{C}}\boldsymbol{t}_{\text{C}_1}$ et ${}^{\text{C}}\boldsymbol{t}_{\text{C}_2}$ par (2.73) nous obtenons :

$$\sum_{i=0}^{2}[{}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{C},i}]_{\times}{}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C},i} = \frac{1}{2}[{}^{\text{P}}\boldsymbol{d}]_{\times}({}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C}_1} - {}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C}_2}) + [{}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{C}}]_{\times}{}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{c} \tag{2.74}$$

où ${}^{\text{P}}\boldsymbol{d} = {}^{\text{P}}R_{\text{C}}{}^{\text{C}}\boldsymbol{d}$. Ce qui nous permet d'obtenir une équation qui dépend de la somme et de la différence des forces aux contacts. En utilisant le modèle, la différence des efforts de contacts s'écrit ainsi :

$${}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C}_1} - {}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C}_2} = -R_{\text{P}}^{T}\left(K_{fs}\left(R_{\text{P}}{}^{\text{P}}\boldsymbol{d} - {}^{\text{P}}\boldsymbol{d}\right) + K_{fd}R_{\text{P}}\left[R_{\text{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right]_{\times}{}^{\text{P}}\boldsymbol{d}\right) \tag{2.75}$$

La centrale inertielle imposant $R_{\text{P}}^{T}\boldsymbol{\omega}_{\text{P}}$ et ${}^{\text{P}}\boldsymbol{d}$ étant observable dans le repère proprioceptif, la différence des forces aux contacts est complètement imposée par la matrice R_{P}. Dans l'équation (2.74), ${}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{c}$ étant imposé par la centrale inertielle et ${}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{C}}$ étant observable dans le repère proprioceptif, le terme $\sum_{i=0}^{2}[{}^{\text{P}}\boldsymbol{t}_{\text{C},i}]_{\times}{}^{\text{P}}\boldsymbol{F}_{\text{C},i}$ est finalement lui aussi complètement imposée par la matrice R_{P}. Ainsi, dans l'équation (2.71), il n'existe qu'une seule matrice R_{P} satisfaisant toutes les mesures. Comme dans le cas du simple support, l'orientation du repère proprioceptif par rapport au monde est donc observable, ainsi que la vitesse et l'accélération angulaire.

L'observabilité est là aussi uniforme. La démonstration de cette section n'utilisant pas la propriété de la section 1.2.3.1, l'observabilité pourrait être locale. Mais, le torseur des efforts dans le repère proprioceptif n'étant pas observable localement, ce n'est pas le cas (voir section 2.4.3.1 pour les conditions de ce type d'observabilité).

2.4.2.3 Observabilité de la position du robot

La somme des efforts aux contacts dans le repère proprioceptif et l'orientation du robot étant observable avec la centrale inertielle et la proprioception. Il nous reste à montrer que la position du robot dans le repère monde, composée de sa position dans le repère proprioceptif et de la position $\boldsymbol{t}_{\text{P}}$ de ce repère dans le monde, est observable. La position du robot dans le repère proprioceptif étant par définition de ce repère, observable, il nous faut montrer

l'observabilité de $\boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}$. Nous réécrivons l'équation (2.69), en séparant les parties déjà observables des parties qui ne le sont pas :

$$\begin{aligned} {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c + \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \left(K_{fs} \left({}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) + K_{fd} \left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times} {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) \right) \\ = -N_{\mathcal{C}} K_{fs} \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} - N_{\mathcal{C}} K_{fd} \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \end{aligned} \tag{2.76}$$

Ce système peut être vu comme le système système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{33} & \mathbb{I}_{33} \\ \mathbf{0}_{33} & \mathbf{0}_{33} \end{pmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{33} \\ obs \end{pmatrix} && = A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{y} &= N_{\mathcal{C}} \begin{pmatrix} -K_{fs} & -K_{fd} \end{pmatrix} \boldsymbol{x} && = C\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{2.77}$$

avec :

$$\begin{aligned} obs = \ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} = & \frac{1}{m} \boldsymbol{F}_c - \Big(\left[\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}} \right]_{\times} {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + \left[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} \right]_{\times}^2 {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} \\ & + 2[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times} {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} + {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + g\boldsymbol{u}_z \Big) \end{aligned} \tag{2.78}$$

et où le vecteur des mesures $\boldsymbol{y}$ s'écrit :

$$\boldsymbol{y} = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} \left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} + K_{fs} \left({}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} - {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) + K_{fd} \left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_{\times} {}_{\mathrm{P}}R_{\mathrm{P}}\,{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i} \right) \right) \tag{2.79}$$

et le vecteur d'état $\boldsymbol{x}$ est :

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{t}_{\mathrm{P}} \\ \dot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} \end{pmatrix} \tag{2.80}$$

Dans ce système, *obs* étant observable, le vecteur $\boldsymbol{v}$ défini à l'équation (2.77) ne change donc pas l'observabilité du système et peut être omis pour l'étude de l'observabilité. La matrice d'observabilité s'écrit alors :

$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_{fs} & -K_{fd} \\ \mathbf{0}_{33} & -K_{fs} \end{pmatrix}$$

qui est inversible. La position du robot est donc observable. Il est important de noter que dans cette section, la linéarité du système n'est pas une hypothèse supplémentaire à celles formulées dans le modèle du torseur des efforts aux contacts. L'observabilité locale que nous avons montrée pour la somme des efforts aux contacts et l'orientation est donc aussi valable pour la position du robot. Comme pour la démonstration de l'observabilité de l'orientation du robot, l'observabilité est ici uniforme mais non locale (voir section 2.4.3.1 pour

les conditions de ce type d'observabilité).

2.4.3 Ajout des capteurs de forces

Les capteurs de forces au niveau des pieds et des mains du robot HRP-2 permettent d'ajouter au vecteur des mesures le vecteur suivant, pour le contact i :

$$\boldsymbol{y}_{f,i} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_i \\ \boldsymbol{t}_i \end{pmatrix} \tag{2.81}$$

où $\boldsymbol{f}_i$ est le vecteur des forces mesurées par le capteur de forces à la $i^{ème}$ cheville, et $\boldsymbol{t}_i$ les moments mesurés par ce même capteur. Comme nous allons le voir dans les sections suivantes, le fait que l'état soit observable avec la proprioception et la centrale inertielle nous permet, en ajoutant les capteurs de forces, d'améliorer l'estimation en ajoutant de la redondance.

2.4.3.1 Redondance

Amélioration des résultats : Les grandeurs mesurées par $\boldsymbol{y}_{f,i}$ sont reliées au torseur des efforts des contacts dans le repère proprioceptif par les équations suivantes :

$${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}\boldsymbol{f}_i \tag{2.82}$$

$${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{C}}} ({}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}\boldsymbol{t}_i + [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}]_{\times}\, {}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}\boldsymbol{f}_i) \tag{2.83}$$

où ${}^{\mathrm{P}}R_{\mathrm{C},i}$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}$ sont connus grâce aux capteurs proprioceptifs du robot. Ainsi, les efforts aux contacts ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$ dans le repère proprioceptif sont observables par les capteurs de forces. Comme nous l'avons vu dans la partie 2.4.2.1, la proprioception et la centrale inertielle nous permettent aussi d'observer ces efforts. Cette redondance permet à l'estimateur de faire de la fusion de capteurs et ainsi d'améliorer l'estimation des efforts de contacts dans le repère proprioceptif. Cette redondance permet aussi une consistance des différentes grandeurs estimées vis à vis des différents capteurs comme nous l'avons expliqué dans le positionnement du problème, et comme nous le montrerons expérimentalement dans le chapitre suivant. Cela se répercute dans la qualité de l'estimation de l'état $\boldsymbol{x}_{kine}$ car celui-ci est lié à l'estimation de ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$ comme nous l'avons vu en section 2.4.2.2. La fusion de capteur permet ainsi de tirer parti des performances de chaque capteur et de compenser leurs défauts.

Cette redondance nous permet aussi de gérer les erreurs commises par le

modèle lorsqu'un nouveau contact est créé alors que le tronc a une vitesse non nulle dans le référentiel monde. Comme nous pouvons le voir dans les équations (2.68,2.69), lors de l'ajout d'un contact, un échelon en force et en couple apparaît si le tronc a une vitesse linéaire ou angulaire non nulle. Cet échelon au niveau des efforts n'est pas réaliste mais peut être compensé par des mesures des capteurs qui eux le sont.

Observabilité locale : Les grandeurs ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$ étant directement mesurables, l'observabilité de l'orientation du robot devient localement observable (voir section 2.4.2.2). Ainsi, dans les équations des mesures de l'accéléromètre (2.62) et de l'expression du torseur des efforts (2.66), toute les grandeurs mise à part l'accélération angulaire $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}$ sont connues. Il n'existe alors qu'une valeur possible de $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}$ pour un vecteur de mesures donné et cette grandeur est donc observable localement. Finalement, toute la partie dynamique angulaire étant observable localement. La dynamique en translation l'est aussi car elle peut être isolée pour obtenir un système linéaire (voir section 2.4.2.3).

2.4.3.2 Agrandissement de l'état

Le modèle du torseur dynamique que nous avons présenté dans les sections précédentes repose essentiellement sur l'hypothèse 1 qui nous permet de définir un repère (le repère proprioceptif) dans lequel nous connaissons la position du centre de masse du robot, son tenseur d'inertie, son moment cinétique et les dérivées temporelles de ces grandeurs. Cette hypothèse est assez forte, nous avons constaté durant nos expériences qu'il y avait un écart entre la position du centre de masse réel et celle supposée. Cette erreur est certainement due à des biais sur les masses des segments du robot, qui engendre des erreurs sur les grandeurs dans le repère proprioceptif qui dépendent directement des positions articulaires du robot. Pour modéliser cela, nous ajoutons un biais sur le centre de masse. Pour modéliser des erreurs sur le torseur des efforts, principalement dues aux erreurs de modèle, nous ajoutons dans l'état des forces "non modélisées".

Forces non modélisées : La redondance dont nous avons parlé dans la section précédente nous donne deux manières d'estimer les mêmes efforts dans les chevilles du robot. Si le robot est soumis à d'autres efforts de perturbations, ceux-ci seront mesurés par les capteurs de forces mais ne seront pas pris en compte dans le modèle de contacts flexibles tant qu'ils n'auront pas engendré de mouvements de la centrale inertielle. L'écart entre ces deux estimations peut nous donner une estimation des efforts de perturbations. Ces efforts peuvent être dus à un contact supplémentaire non modélisé (une personne

poussant le robot par exemple). Mais ils peuvent aussi être dus à un glissement des pieds sur le sol. L'ajout des capteurs de forces dans les mesures du filtre nous permet donc d'assouplir l'hypothèse 3 du modèle du torseur des efforts dans les chevilles, et ainsi de minimiser l'impact sur la qualité de l'estimation lorsque l'on sort de sa zone de validité.

Enfin, si des capteurs de forces sont présents ailleurs dans le robot, ils peuvent être pris en compte comme mesures, même s'ils ne sont pas modélisés dans la dynamique de l'état autrement que par un modèle de forces constantes. Toutes les variations de ces efforts viennent alors de la phase de mise à jour du filtre de Kalman que nous avons présenté en partie 2.3.3. Cependant, la prise en compte de ces efforts est intéressante pour améliorer la phase de prédiction, et ainsi la précision globale de l'estimateur lorsque des perturbations agissent sur les mains du robot.

Biais sur la position du centre de masse : La redondance ajoutée par les capteurs de forces nous permet d'ajouter à l'état estimé un biais sur la position du centre de masse dans le repère proprioceptif qui complète la dynamique du torseur dynamique. Nous posons :

$$^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} = {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}' + {}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}} \tag{2.84}$$

où ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}'$ est le centre de masse biaisé par le biais ${}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}}$. Ainsi, nous pouvons séparer dans l'équation (2.82), la dynamique qui dépend de la position biaisée du centre de masse :

$$\begin{aligned} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}'_c = &\left[R_{\mathrm{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}\right]_\times m{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}' + \left[R_{\mathrm{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_\times^2 m{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}' + 2m\left[R_{\mathrm{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_\times {}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \\ &+ m{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + mR_{\mathrm{P}}^T(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\mathrm{P}} + g\boldsymbol{u}_z) \end{aligned} \tag{2.85}$$

de celle dépendant du biais sur le centre de masse :

$${}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{f}} = \left[R_{\mathrm{P}}^T\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}\right]_\times m{}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}} + \left[R_{\mathrm{P}}^T\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right]_\times^2 m{}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}} \tag{2.86}$$

avec :

$${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c = {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}'_c + {}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{f}} \tag{2.87}$$

La dynamique de l'état sans biais étant observable avec la centrale inertielle seule, ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}'_c$ l'est aussi. ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_c$ étant observable à l'aide des capteurs de forces, ${}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{f}}$ est donc observable. Finalement, toutes les grandeurs autres que ${}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}}$ dans l'équation (2.86) étant observables avec la centrale inertielle seule, le biais sur le centre de masse ${}^{\mathrm{P}}b_{\boldsymbol{c}}$ est observable. Ajouter les capteurs de forces dans

les mesures du filtre nous permet donc en plus d'assouplir l'hypothèse 1 du torseur des efforts aux contacts.

2.4.4 Quelques remarques et perspectives

2.4.4.1 Remarques quant à l'observabilité de l'état avec les capteurs de forces et la proprioception

Dans cette thèse, nous ne montrons pas que l'état, observable avec la proprioception et la centrale inertielle, l'est en changeant cette dernière par les capteurs de forces dans les pieds du robot. Nous pouvons cependant remarquer, qu'en négligeant les termes d'amortissement dans le modèle des moments dans les chevilles du robot ($K_{td} = \mathbf{0}_{3,3}$), l'observabilité est vérifiée. En effet, si nous reprenons l'équation (2.71) en supprimant le terme d'amortissement :

$$^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c = -2R_{\mathrm{P}}^T K_{ts} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}} + \sum_{i=0}^{2} \left[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{C},i}\right]_{\times} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i} \tag{2.88}$$

alors ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{C},i}$ et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{T}_c$ étant directement connus dans le repère proprioceptif grâce aux capteurs de forces et la proprioception, il est évidant qu'il n'existe qu'une matrice de rotation R_{P} satisfaisant cette équation pour des mesures données (rappelons que $R_{\mathrm{P}} = exp[\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}]_{\times}$ est bijectif). Ainsi R_{P} et ses dérivées sont observables et la démonstration de l'observabilité de la position du robot de la section 2.4.2.3 reste vraie.

L'avantage de cela, serait que les capteurs de forces et la centrale inertielle soient complètement redondants vis-à-vis de l'estimation de l'état. Ainsi, mis à part les grandeurs nécessitant les deux types de capteurs à la fois pour être observables (biais sur le centre de masse et forces externes), un défaut sur un capteur n'engendrera pas de perte d'observabilité mais seulement une dégradation de la qualité de l'estimation.

2.4.4.2 Remarques sur la validité des hypothèses du modèle des efforts dans les chevilles

Nous avons vu qu'en ajoutant les capteurs de forces dans les mesures du filtre, nous sommes capables d'assouplir les hypothèses 1 et 3 du modèle du torseur des efforts aux contacts. L'hypothèse 2, qui impose que les positions des contacts actifs dans le repère proprioceptif soient constantes n'a quant à elle pas besoin d'être assouplie. En effet, elle est généralement vérifiée et ne pose pas de problèmes particuliers. La dernière hypothèse (hypothèse 4), suppose que le modèle de ressort amorti dans les chevilles du robot soit linéaire vis-à-vis des déformations linéaires et angulaires de la flexibilité. Assouplir cette

hypothèse ne pose pas de problème temps que la fonction de la raideur et/ou de l'amortissement reste bijective par rapport aux déformations.

De plus, comme nous l'avons expliqué en section 2.3.1.3, le fait d'ajouter les efforts aux contacts dans le vecteur d'état, en plus de les avoir dans le vecteur des mesures, permet de s'affranchir des erreurs de modèles en réglant convenablement les matrices de covariances de l'erreur des capteurs de forces.

Chapitre 3

Validation expérimentale de l'estimateur

Sommaire

3.1 Introduction 53
3.2 Dispositif expérimental 54
3.2.1 Le robot HRP-2 54
3.2.2 La pile des tâches 55
3.3 Avec les encodeurs seulement 56
3.4 Avec la centrale inertielle seulement 57
3.4.1 Le robot posé au sol 57
3.4.2 Le robot pendu aux cordes 61
3.5 Fusion de la centrale inertielle et des capteurs de forces 62
3.5.1 Amélioration de la précision de l'estimation 62
3.5.2 Cohérence de l'estimation 62
3.5.3 Biais sur le centre de masse 66
3.6 Conclusion 69

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons quelques expérimentations qui visent à valider que l'estimateur décrit au chapitre 2 répond bien aux problématiques soulevées au chapitre 1. Nous testerons l'estimateur dans différentes versions : avec la proprioception uniquement, en ajoutant la centrale inertielle ou les capteurs de forces, ou enfin en fusionnant tous les capteurs. Nous pourrons ainsi valider, à l'aide de différentes réalités terrain, l'estimation de la cinématique du repère proprioceptif dans le repère monde et la cohérence des mesures entre cette dernière et les efforts estimés. Nous verrons aussi les performances que nous obtenons en utilisant la centrale inertielle pour estimer les forces aux contacts, et validerons ainsi expérimentalement ce que l'étude d'observabilité du chapitre 2 démontre. Enfin, la qualité de le l'estimation nous permettra

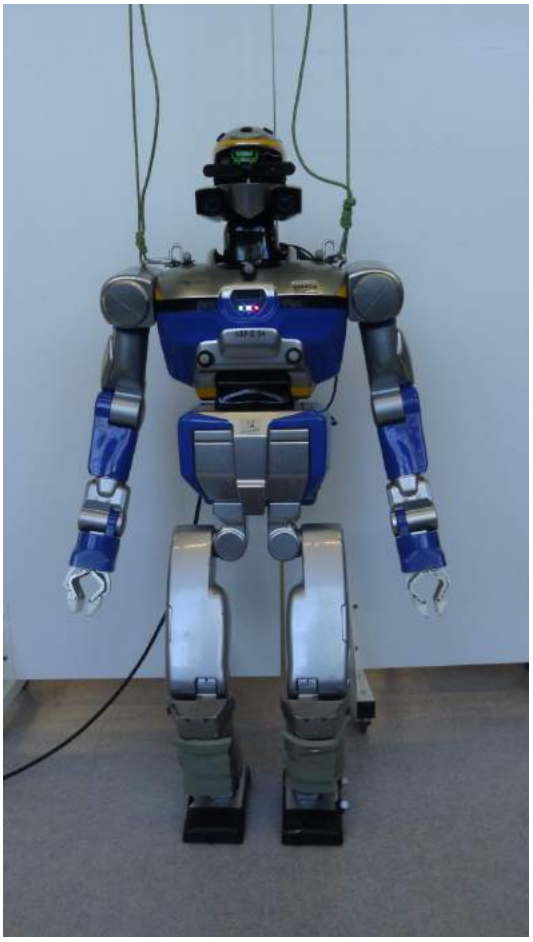


FIGURE 3.1 – Le robot humanoïde HRP-2

de valider les hypothèses que nous avons faites pour développer le modèle dynamique.

3.2 Dispositif expérimental

3.2.1 Le robot HRP-2

Le robot humanoïde utilisé pour nos expériences est le robot HRP-2 (voir figure 3.1), commandé en position à 200 Hz. Les capteurs utilisés sont les capteurs historiques qui datent de l'année 2006. Pour le modèle des efforts, nous utilisons les matrices K_{ts}, K_{td}, K_{fs} et K_{fd} présentées au tableau 3.2.

Les raideurs et amortissements utilisés pour les flexibilités dans les pieds du robot sont, pour K_{ts} et K_{td}, des paramètres identifiés pour un autre robot HRP-2 [Mikami 2014]. La raideur K_{fs} est quant à elle choisie pour simuler

	K_{ts} (n.m.rad^{-1})			K_{td} (n.m.s.rad^{-1})			K_{fs} (n.m^{-1})			K_{fd} (n.s.m^{-1})		
	Ox	Oy	Oz	Ox	Oy	Oz	Ox	Oy	Oz	Ox	Oy	Oz
Pieds	400			10			40000			600		
Cordes	600			60			-		10000	300		800

FIGURE 3.2 – Raideurs et amortissements utilisés pour les expérimentations.

des contacts assez raides en compression. Enfin, l'amortissement K_{fd} permet d'avoir une dynamique des efforts stable mais est choisie faible. Les raideurs et amortissements pour le modèle de contact du robot au niveau des épaules avec les cordes sont des paramètres indicatifs qui permettent d'obtenir une estimation stable et assez proche de la réalité terrain du dispositif de capture du mouvement.

3.2.2 La pile des tâches

Notre environnement de contrôle est la Pile de Tâches (Stack-of-tasks [Mansard 2009]) qui est un solveur de cinématique inverse de tâches hiérarchisées. Nous présentons ici son fonctionnement.

Soit $M_1(\boldsymbol{q}) = \begin{pmatrix} R_1(\boldsymbol{q}) & \boldsymbol{t}_1(\boldsymbol{q}) \\ 000 & 1 \end{pmatrix}$ la position d'un segment du robot dans le repère proprioceptif, dépendant de la configuration $\boldsymbol{q}$ des articulations du robot. Soit $M_1^*(t) = \begin{pmatrix} R_1^*(t) & \boldsymbol{t}_1^*(t) \\ 000 & 1 \end{pmatrix}$ une trajectoire de référence, dépendant du temps, pour la position de ce segment. Nous définissons la tâche qui devra faire réaliser la trajectoire $M_1^*(t)$ au segment comme suit :

$$\boldsymbol{T}_1(\boldsymbol{q}, t) = \begin{pmatrix} \delta \boldsymbol{t}_1 \\ \delta \boldsymbol{\Omega}_1 \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

où $\delta R_1 = exp[\delta \boldsymbol{\Omega}_1]_\times$ avec :

$$\delta M_1 = \begin{pmatrix} \delta R_1 & \delta \boldsymbol{t}_1 \\ 000 & 1 \end{pmatrix} = M_1^{*-1} M_1 \tag{3.2}$$

qui représente l'erreur en position et orientation entre la position actuelle du segment et sa position désirée. Nous cherchons à faire converger exponentiellement vers l'identité cette erreur en cherchant un vecteur des vitesses des articulations $\dot{\boldsymbol{q}}_1$ qui impose :

$$\dot{\boldsymbol{T}}_1 = J_1 \dot{\boldsymbol{q}} + \frac{\delta \boldsymbol{T}_1}{\delta t} = -\lambda \boldsymbol{T}_1 \tag{3.3}$$

où $J_1 = \frac{\delta \boldsymbol{T}_1}{\delta \boldsymbol{q}}$ est la Jacobienne de la tâche et où λ est un réel quelconque appelé le "gain" associé à la tâche. À partir de l'équation précédente nous définissons finalement $\dot{\boldsymbol{q}}_1$ ainsi :

$$\dot{\boldsymbol{q}}_1 = -J_1^+ \left(\lambda \boldsymbol{T}_1 + \frac{\delta \boldsymbol{T}_1}{\delta t} \right) \tag{3.4}$$

où J_1^+ est la transformation de Moore-Penrose de J_1. Ces développements nous permettent de déterminer la vitesse de référence de chaque articulation pour faire converger exponentiellement l'erreur de la tâche vers l'identité et donc faire suivre la trajectoire désirée au segment associé à cette tâche. Nous avons ici parlé de trajectoire d'un segment du robot, mais il peut très bien s'agir de la position de son centre de masse. Chaque tâche n'utilise qu'une partie des degrés de liberté du robot. Les degrés de liberté restants sont appelés "espace nul" de la tâche. Pour réaliser des tâches moins prioritaires, le but est alors de trouver la référence à donner à la commande des actionneurs de manière à satisfaire la tâche courante (en utilisant les degrés de liberté de l'espace nul) et les références déterminées par les tâches de priorités plus importantes.

Lors des expérimentations au sol, les tâches à réaliser par le solveur sont définies pour garder les pieds du robot au sol et le centre de masse au dessus de la position centrale du polygone support. Pour l'expérience de la compensation des mains (voir Fig. 3.6), une tâche a été ajoutée pour maintenir constante la position des mains dans le repère monde $\mathcal{R}_{\text{M}}$ [Benallegue 2014].

3.3 Avec les encodeurs seulement

La première expérimentation consiste à tester la réponse de notre estimateur sans phase de mise à jour. Sur le robot, avec la pile de tâches décrite en section 3.2, nous demandons un centre de masse de référence qui suit un échelon de 2 cm. Ainsi, la pile de tâches génère les mouvements des articulations qui permettent d'obtenir la nouvelle position du centre de masse. Nous regardons alors l'évolution de la position du CdP estimée à celle calculée à partir des capteurs de forces. Les résultats sont montrés dans la figure 3.3. Nous pouvons voir que, sans la correction des capteurs, qui compensent les erreurs de modèle, nous pouvons reconstruire la position du CdP avec une bonne approximation. Cependant, Nous pouvons voir un biais de 3.7 cm entre les deux états stables sur la composante X (vers l'avant). Nous constatons aussi que les pseudo-périodes des deux signaux ne sont pas égales. Comme la description du filtre de Kalman Étendu en section 2.3.3 le suggère, il existe deux méthodes pour améliorer ces résultats. Nous pouvons améliorer la phase de

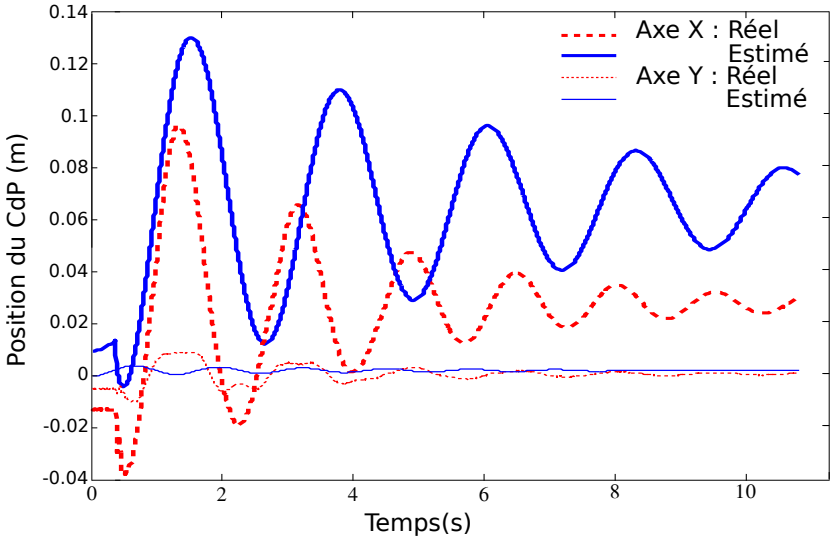


FIGURE 3.3 – Sans correction des capteurs pour un échelon de 2 cm vers l'avant de la position de référence du centre de masse : en bleu le CdP reconstruit par notre estimation des efforts de contacts et en rouge pointillé le CdP reconstruit à partir des capteurs de forces. L'axe X est dirigé vers l'avant, l'axe Y vers la gauche

prédiction, en identifiant plus précisément les paramètres de ce modèle, ou en améliorant la correspondance du modèle avec le système réel, en supprimant une ou plusieurs hypothèses explicitées dans le chapitre 1.

3.4 Avec la centrale inertielle seulement

Nous testons ensuite les performances de notre estimateur lorsqu'il n'utilise que la centrale inertielle pour la phase de mise à jour. Nous montrons qu'il permet, dans ces conditions, d'estimer l'orientation du robot lorsque celui-ci est posé au sol mais aussi lorsqu'il est pendu par des cordes au niveau de ses épaules. Nous montrerons de plus que l'estimateur permet assez bien d'estimer le torseur des efforts de contacts lorsque le robot est au sol. Ces expérimentations permettent ainsi de valider l'étude de l'observabilité du modèle avec la centrale inertielle seule de la section 2.4.2.

3.4.1 Le robot posé au sol

Pour tester les performances de l'estimateur avec la centrale inertielle comme seul capteur, lorsque le robot est sur ses pieds, nous avons mis en place plusieurs expérimentations. Le premier type permet de valider l'estima-



FIGURE 3.4 – Illustration du système de capture de mouvements : à gauche, le torse d'HRP-2 comprenant plusieurs marqueurs détectés par plusieurs caméras comme celle de droite. Les marqueurs sont localisés par triangularisation.

tion de la cinématique (position et vitesse) de la base flottante du robot. Le deuxième permet de valider l'estimation du torseur des efforts en comparant la position du CdP estimée et mesurée directement avec les capteurs de forces.

3.4.1.1 Estimation de la cinématique de la base flottante

Pour valider l'estimation de la cinématique de la base flottante du robot, nous proposons deux types d'expériences. La première, qui ne permet de valider que la partie orientation, est de comparer l'orientation estimée du repère proprioceptif dans le repère monde à celle mesurée avec un dispositif de capture de mouvements. La deuxième, qui permet de valider aussi la vitesse de la base flottante, est la compensation de la position et de la vitesse des mains dans le repère monde (voir Fig. 3.6).

Capture de mouvements : Nous présentons en figure 3.5, l'évolution de l'orientation du robot lorsqu'il est soumis à plusieurs perturbations. Nous comparons l'estimation de cette orientation avec une grandeur issue du dispositif de capture de mouvements (voir figure 3.4). Seule la dynamique de ces courbes est donc comparable. L'écart moyen qu'il y a entre les deux est dû à l'orientation initiale du robot dans son environnement.

Les écarts entre ces deux courbes, sont entourés en rouge et, sont principalement dus à la présence d'efforts non modélisés lorsque nous poussons le robot pour exciter la flexibilité. Mis à part cela, les dynamiques des deux courbes de la figure 3.5 sont très proches, ce qui nous donne une première validation de l'estimation de la position de la cinématique de la base flottante.

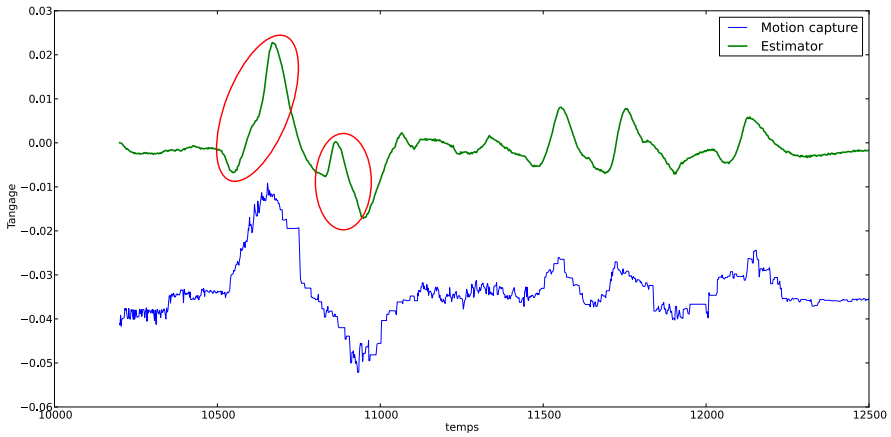


FIGURE 3.5 – Comparaison de l'estimation (en vert) de l'orientation du robot posé au sol, soumis à plusieurs perturbations avec la mesure de cette même orientation par un dispositif de capture de mouvements (en bleu). Entouré en rouge, les principales erreurs entre les deux courbes

Compensation des mains : La seconde expérience consiste à compenser le déplacement des mains causé par la déformation de la flexibilité pour garder leur position constante dans le repère monde (Fig. 3.6). Cette expérience permet de valider l'estimation de la cinématique de la base flottante : la flexibilité est bien estimée si les mains ont une position et une orientation constante dans $\mathcal{R}_{\mathrm{M}}$, malgré la déformation de la flexibilité. Le contrôle ayant un terme de feed-forward, les termes de vitesse de la cinématique sont aussi validés.

Nous avons fait l'expérience de compensation des mains en imposant au centre de masse un échelon de 2 cm. La position des mains est à 1.1 m de distance des contacts. Si elles n'étaient pas compensées elles auraient bougé de 20 cm. Au lieu de cela les mains ont bougé de moins de 2.0 cm.

3.4.1.2 Estimation du torseur des efforts de contacts

Nous cherchons maintenant à valider l'estimation du torseur des efforts de contacts. Pour cela, nous poussons successivement le robot pour exciter la flexibilité en orientation autour des axes de roulis et tangage. Nous comparons alors la position du centre de pression du robot (CdP), reconstruit à partir de l'estimation des efforts de contacts, avec celui reconstruit à partir des capteurs de forces. Les résultats sont montrés en figure 3.7.

Nous pouvons voir que le CdP reconstruit lors d'une excitation autour de l'axe de tangage, est très proche de celui reconstruit à partir des capteurs

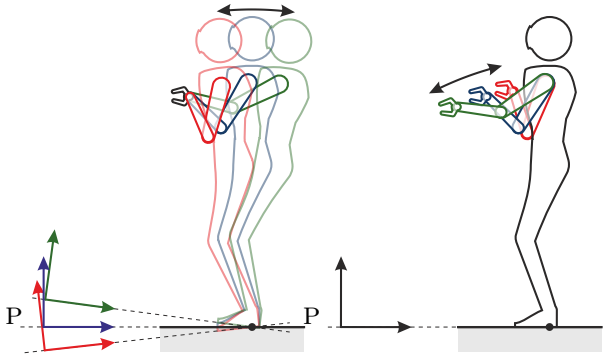


FIGURE 3.6 – Compensation des mains. Gauche : la position des mains est constante dans $\mathcal{R}_{\text{M}}$ alors que la base flottante bouge. Droite : la position des mains bouge dans $\mathcal{R}_{\mathcal{P}}$ alors que la base flottante est fixe.

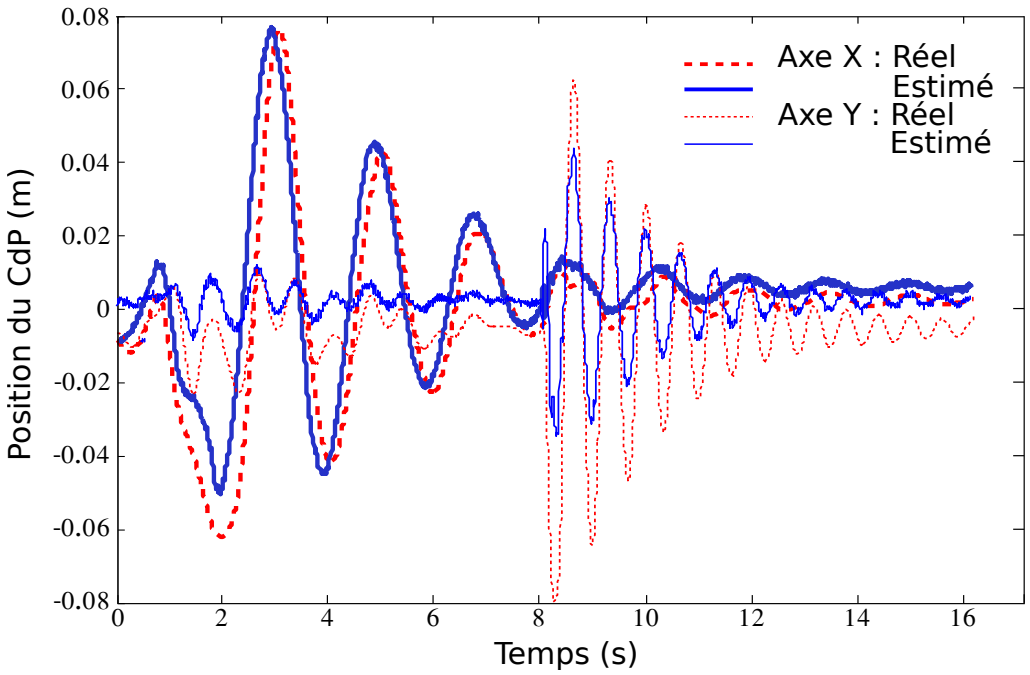


FIGURE 3.7 – Avec correction des capteurs : en bleu le CdP reconstruit par notre estimation des efforts de contacts et en rouge pointillé le CdP reconstruit à partir des capteurs de forces. L'axe X est dirigé vers l'avant, l'axe Y vers la gauche

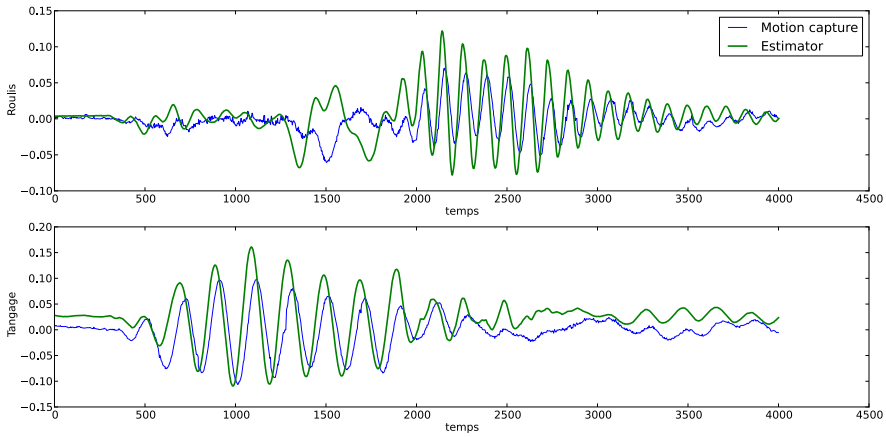


FIGURE 3.8 – Estimation de l'orientation du robot lorsqu'il est pendu à des cordes : en bleu l'orientation reconstruite à partir d'un dispositif de capture de mouvement et en vert l'orientation estimée par notre estimateur

de forces. La première oscillation est moins bien estimée à cause des forces non modélisées de la main poussant le robot. Par contre, les rotations autour de l'axe de roulis donnent de moins bon résultats. C'est essentiellement dû au modèle des efforts dans les chevilles du robot. Les matrices de raideurs et d'amortissement du modèle d'efforts en compression sont considérées comme constantes. Or, lorsque le robot est sur ses deux pieds et est perturbé dans le plan frontal, les flexibilités en compression sont excitées suffisamment pour entrer dans une zone de non-linéarité entre les forces générées et la compression.

3.4.2 Le robot pendu aux cordes

Dans les sections précédentes, nous avons étudié la réponse de l'estimateur lorsque le robot est posé sur ses pieds. Comme nous l'avons vu lors de l'étude de l'observabilité de l'état, celle-ci vient du modèle des efforts de contacts. Cependant, la proprioception et la centrale inertielle nous donnent l'observabilité des efforts de contacts dans le repère local, et ce, quel que soit le type de contacts. Nous avons présenté en section 2.2.2.2, un modèle des contacts du robot avec des cordes le soutenant par les épaules lorsqu'il n'est pas en contact avec le sol. Nous n'avons pas montré l'observabilité de ce modèle mais avons testé l'estimateur avec celui-ci.

Nous présentons en figure 3.8, les résultats que nous obtenons lorsque nous pendons le robot aux cordes et que nous le perturbons en rotation autour des axes de roulis et de tangage. La partie translation et l'orientation autour

de l'axe de lacet ne semblant, aux vue des résultats, pas observables avec ce modèle, nous n'excitons pas ces directions. Nous constatons que la dynamique autour de l'axe de tangage semble bien estimée même si elle pourrait l'être mieux si on identifiait plus précisément la dynamique des efforts de contacts. Comme pour le cas où le robot est au sol, la dynamique autour de l'axe de roulis est moins bien estimée, et les erreurs sont dues à l'hypothèse de raideurs et amortissements constants qui n'est pas respectée.

3.5 Fusion de la centrale inertielle et des capteurs de forces

Nous cherchons maintenant à montrer ce qu'apporte à l'estimation, la fusion des mesures de la centrale inertielle avec celles des capteurs de forces. Nous montrerons un apport en terme de précision de l'estimation de l'orientation du robot et un apport en terme de cohérence avec les capteurs. Ce deuxième point permet de valider la redondance qu'apportent les capteurs de forces, que nous avons étudié en section 2.4.3.1.

3.5.1 Amélioration de la précision de l'estimation

Nous présentons en figure 3.9, l'évolution de l'orientation du robot lorsqu'il est soumis à plusieurs perturbations. Nous comparons l'estimation de cette orientation avec une grandeur issue du dispositif de capture de mouvements. Cette dernière est obtenue en retranchant à l'orientation absolue donnée pas le dispositif de capture de mouvements, l'orientation initiale du robot.

Nous pouvons constater que les erreurs entourées en rouge sur la figure 3.5 ne sont plus présentes sur ces résultats. Les efforts non modélisés de la main poussant le robot sont mesurés par les capteurs de forces au niveau des pieds du robot et sont donc pris en compte dans la phase de mise à jour de l'estimateur. L'analyse des résidus pourrait même nous donner une idée de l'intensité de ces perturbations et une indication sur leur localisation.

3.5.2 Cohérence de l'estimation

Pour tester la cohérence de l'estimation avec les capteurs, nous comparons trois versions différentes de l'estimateur : (i) une qui fait la fusion de la centrale inertielle avec les capteurs de forces (F-IMU-Fusion), (ii) une qui n'utilise que les capteurs de forces (Forces-EKF) et (iii) une qui n'utilise que la centrale inertielle (IMU-EKF). Toutes ces versions ont le même modèle dynamique, la seule différence se situe dans la phase de mise à jour de l'état prédit.

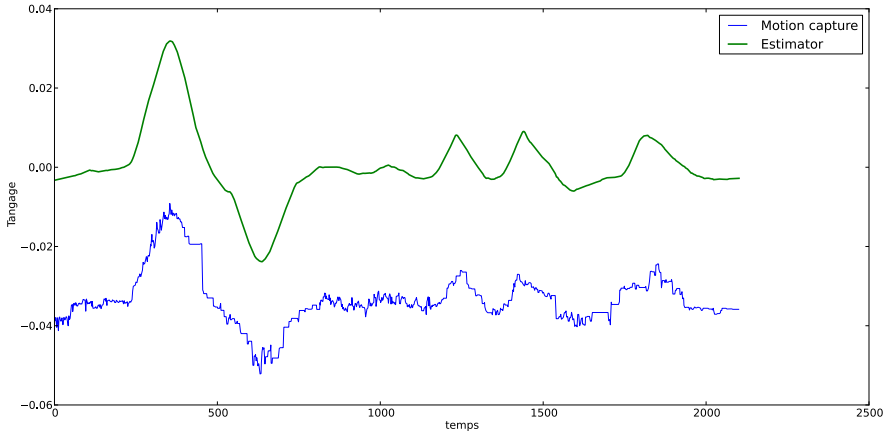


FIGURE 3.9 – Comparaison de l'estimation (en vert) de l'orientation du robot posé au sol, soumis à plusieurs perturbations avec la mesure de cette même orientation par un dispositif de capture de mouvement (en bleu).

Nous choisissons deux critères pour comparer les performances de ces estimateurs, en termes de qualité d'estimation et de cohérence avec les capteurs. Le premier est la qualité de la reconstruction du centre de pressions (CdP), c'est à dire la distance de la position estimé du CdP à une réalité terrain provenant directement des capteurs de forces. Ce critère permet d'évaluer la qualité de l'estimation des forces et des moments. De plus, le CdP représente un critère d'équilibre important pour les robots humanoïdes [Wieber 2002]. Cependant, puisque nous n'avons pas une estimation parfaite de la position du CdP, nous considérons que le CdP mesuré avec les capteurs de forces est la réalité terrain. Par conséquent, pour l'évaluation des performances nous ajoutons un bruit blanc gaussien artificiel aux mesures des capteurs de forces que nous ajoutons à l'estimateur. Cela nous permet de voir leur capacité à rejeter ces perturbations. Ce bruit est centré et avec une déviation standard de 10 N pour les forces et 10 N.m pour les moments.

Le second critère est la cohérence entre l'estimation et les mesures des capteurs de l'IMU. Nous évaluons cela en montrant les différences pour l'estimation de l'orientation de la flexibilité. Nous considérons que l'estimation de IMU-EKF est la plus cohérente avec les mesures de l'IMU. Nous étudions alors la distance angulaire entre ces valeurs est celles données par Fusion-EKF ou Force-EKF. Le plus près nous sommes de IMU-EKF, meilleure est la cohérence avec les mesures de l'IMU.

L'expérience est conduite en simulation et sur le robot réel. Le robot est debout sur ses deux jambes. Les trois estimateurs tournent en parallèle et le robot subit des perturbations : en changeant la position du centre de masse

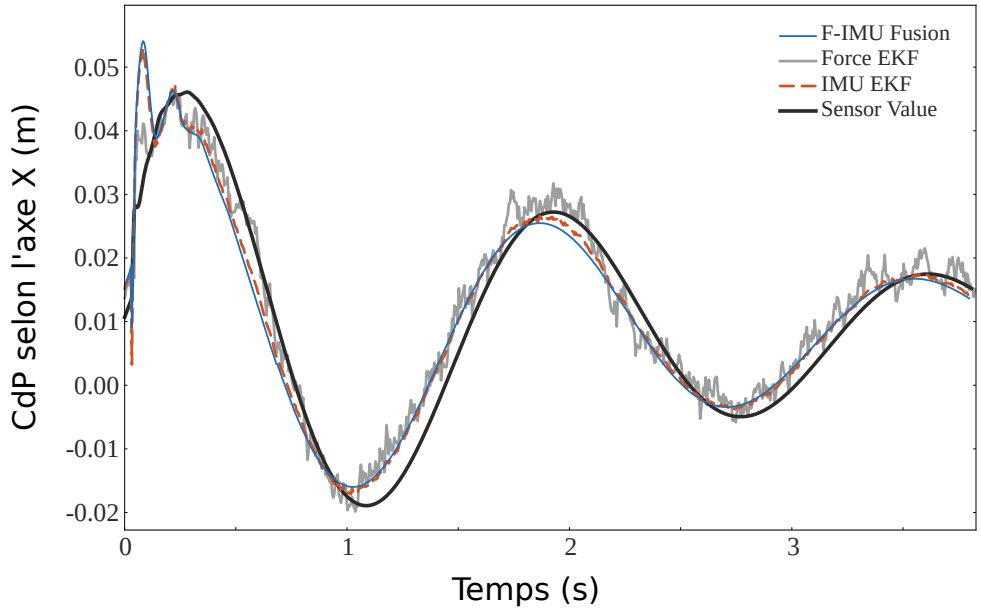


FIGURE 3.10 – Simulation : les différentes estimations de la position selon l'axe X (vers l'avant) du CdP en fonction du temps

en simulation ou en poussant le robot sur le robot réel. Nous étudions alors l'évolution des estimations.

3.5.2.1 Simulation

La simulation est faite avec le simulateur OpenHRP qui simule la dynamique du robot, les capteurs et les flexibilités dans les pieds d'HRP-2. La fréquence d'échantillonnage est toujours de 200 Hz.

Les figures 3.10 et 3.11 montrent, au cours du temps, l'évolution de la position du CdP pour chacun des trois estimateurs selon les axes X (dirigé vers l'avant) et Y (dirigé vers la gauche) respectivement. La ligne noire est le CdP extrait des capteurs de forces non bruités et sont donc des mesures considérées comme parfaites. Le long de l'axe X, tous les estimateurs semblent avoir une précision comparable pour la position du CdP. Le long de l'axe Y, nous avons une erreur de modèle : l'hypothèse de constance des raideurs de la flexibilité est fausse et a un maximum d'effet le long de cet axe. Ainsi, l'estimation de IMU-EKF est fausse. Et, due aux bruits de mesure, l'estimation de Force-EKF est peu précise par rapport aux mesures non bruitées. Cependant, la fusion des capteurs permet de réduire cette erreur. L'erreur moyenne en position de Force-EKF est de 1.4 cm. L'erreur de IMU-EKF est de 1.2 cm, et l'erreur de

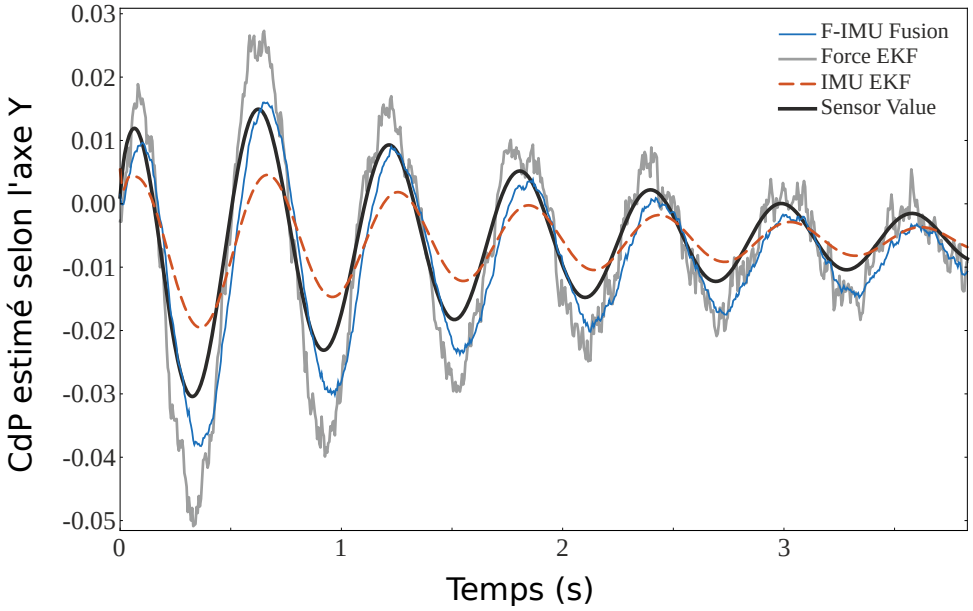


FIGURE 3.11 – Simulation : les différentes estimations de la position selon l'axe Y (vers la gauche) du CdP en fonction du temps

Fusion-EKF est de 1.0 cm. Cette amélioration peut sembler petite, mais il faut prendre en compte le fait que sur HRP-2, la zone dans laquelle le CdP peut évoluer est de 4 cm X 4 cm De plus, nous devons considérer que la fusion utilise le même signal d'efforts bruité que le Force-EKF et un signal de centrale inertielle sensible aux erreurs de modèle. Cette incohérence peut diminuer la qualité de l'estimation ou même compromettre la convergence de l'estimateur. Au lieu de cela, ce que nous observons est qu'en moyenne, les capteurs se compensent mutuellement pour l'estimation, ce qui est l'idée générale derrière la fusion de capteurs.

La figure 3.12 montre l'écart en orientation autour de l'axe de tangage entre les deux estimateurs Fusion-EKF et Force-EKF et l'estimation de IMU-EKF. Nous voyons clairement que cette fusion permet de rester proche de IMU-EKF et que ces mesures ont une meilleure cohérence avec les mesures de la centrale inertielle. Les angles moyens sont de 0.0027 rad pour la fusion et de 0.0049 rad pour le Force-EKF.

3.5.2.2 Robot réel

Les figures 3.13 et 3.14 montrent l'estimation du CdP au cours du temps lorsque le robot réel est poussé. Ici, les erreurs de modèle sont plus petites

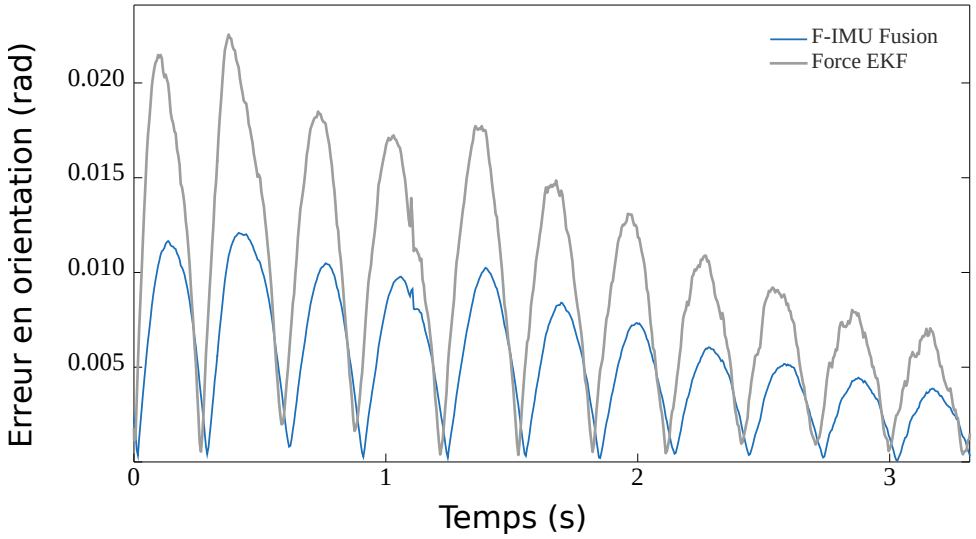


FIGURE 3.12 – Simulation : différence entre l'orientation de la flexibilité issue de l'IMU-EKF avec (i) le Fusion-EKF en bleu, et (ii) le Force-EKF en gris.

et nous voyons que les trois estimations sont capables de suivre la position du CdP fournie par les capteurs de forces. Cependant, nous pouvons toujours constater des améliorations des mesures de forces avec la fusion des capteurs. L'erreur moyenne de Force-EKF est de 0.84 cm, l'erreur de de IMU-EKF est de 0.44 cm et l'erreur de fusion est de 0.36 cm. La cohérence avec la centrale inertielle montrée en figure pour une excitation autour de l'axe de tangage 3.15 montre aussi une amélioration plus importante de la fusion, avec un angle de 0.0004 rad au lieu de 0.0042 rad pour Force-EKF.

3.5.3 Biais sur le centre de masse

Comme nous l'avons vu en section 2.4.3.2, nous pouvons ajouter au modèle une erreur observable sur le centre de masse. Nous présentons en figure 3.16, les résultats de l'estimation d'une erreur de référence ajoutée artificiellement. Nous constatons que celle-ci est bien estimée mais que la précision de l'estimation diminue lorsque la vitesse d'évolution de l'erreur augmente. Ceci est dû au fait que le modèle considère l'erreur comme constante d'une itération à l'autre.

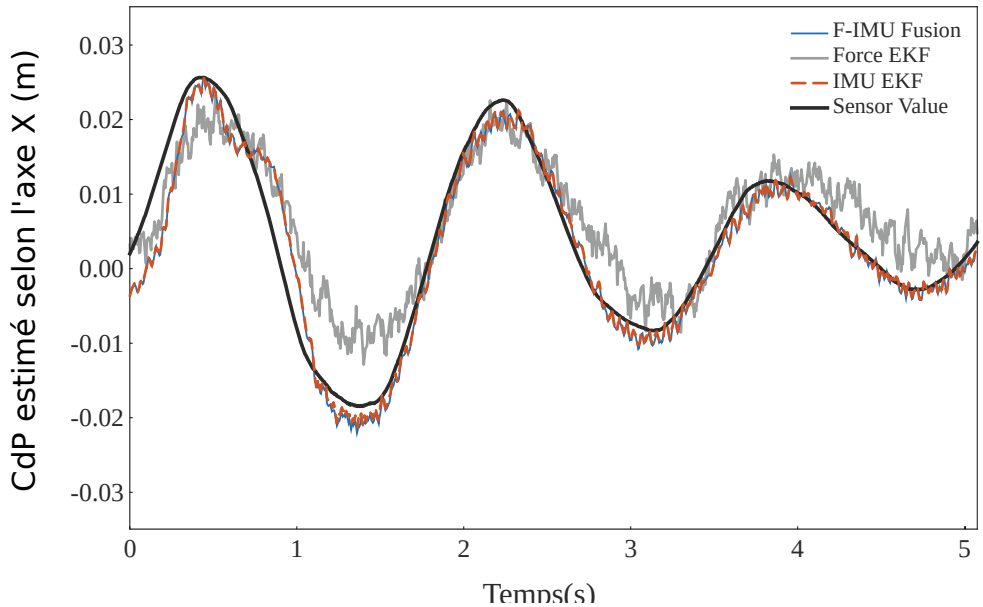


FIGURE 3.13 – Robot réel : les différentes estimations de la position selon l'axe X (vers l'avant) du CdP en fonction du temps

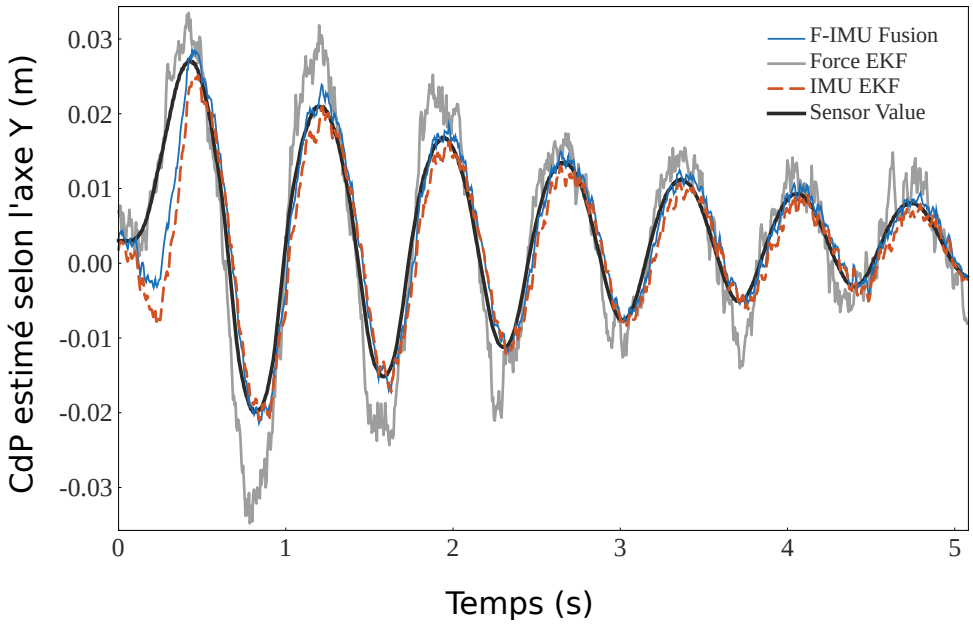


FIGURE 3.14 – Robot réel : les différentes estimations de la position selon l'axe Y (vers la gauche) du CdP en fonction du temps

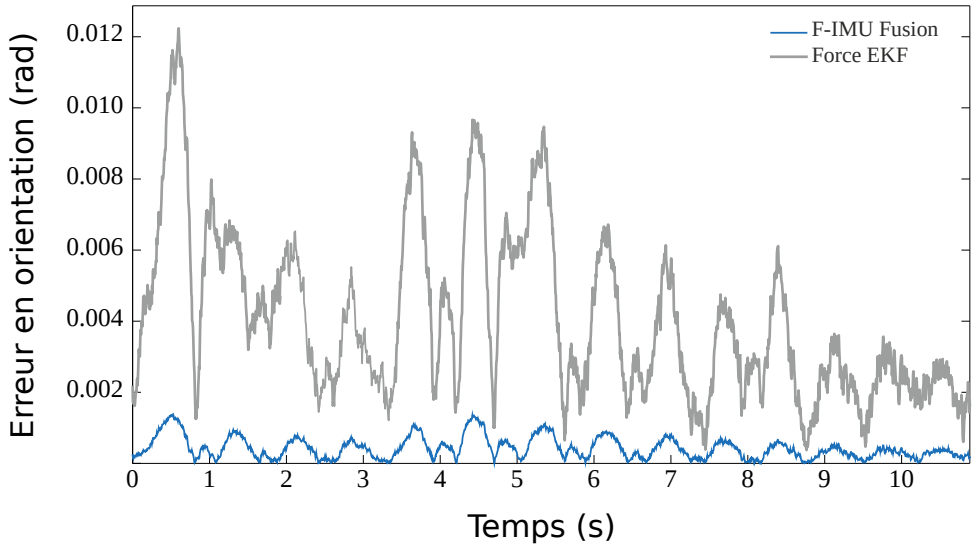


FIGURE 3.15 – Robot réel : différence entre l'orientation de la flexibilité issue de l'IMU-EKF avec (i) le Fusion-EKF en bleu, et (ii) le Force-EKF en gris.

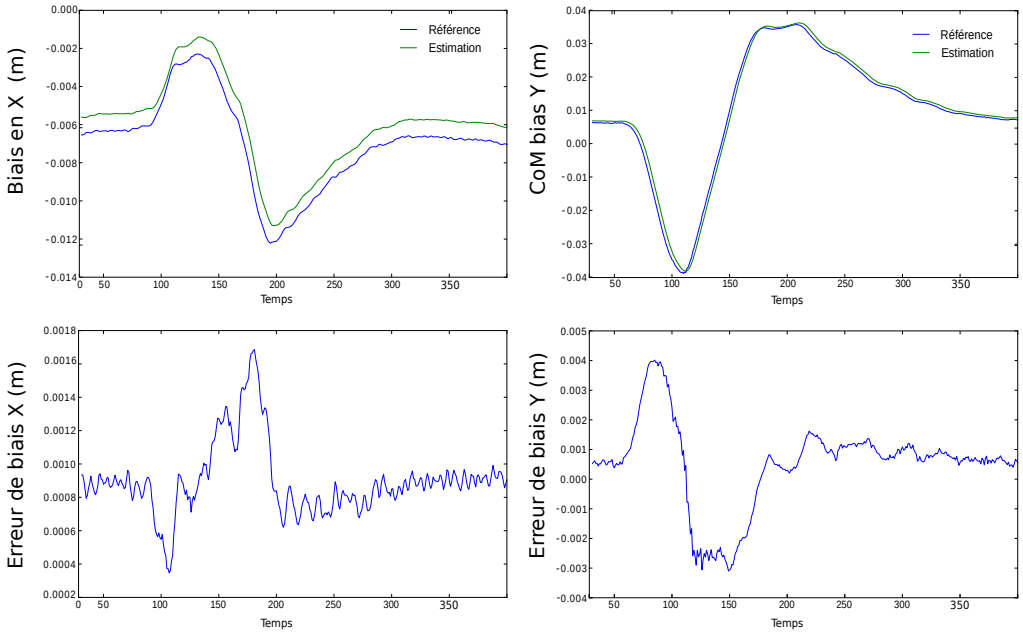


FIGURE 3.16 – Estimation d'une erreur sur la position du centre de masse : en bleu l'erreur artificielle de référence et en vert les erreurs estimées

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré expérimentalement les performances de l'estimateur que nous avons construit dans le chapitre précédent. Nous avons validé la qualité de l'estimation avec la centrale inertielle comme seul capteur extéroceptif, lorsque le robot est posé au sol ou pendu à des cordes. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'observabilité de la cinématique du repère local dans le repère monde avec la centrale inertielle seule, nous permet de profiter de redondances qui nous permettent de fusionner les capteurs de la centrale inertielle avec les capteurs de forces dans les pieds du robot pour compenser les erreurs de modèles. Nous avons validé cela en comparant les performances en termes de précision de l'estimation et de cohérence de l'état estimé avec les deux types de capteurs. Nous avons enfin montré expérimentalement que cette fusion nous permet d'estimer directement des biais dans le modèle dynamique de l'état, ici un biais sur la position du centre de masse.

Chapitre 4

Stabilisation

Sommaire

4.1 Introduction 71
4.2 Modélisation 72
4.2.1 Pendule inverse avec roue d'inertie 73
4.2.2 Pendule inverse flexible avec roue d'inertie 75
4.3 Retour d'état 75
4.3.1 État de la commande 75
4.3.2 État désiré 76
4.3.3 Contrôleur linéaire quadratique (LQR) 77
4.4 Expérimentations 78
4.4.1 Description des expériences 78
4.4.2 Résultats 79
4.5 Conclusion 86

4.1 Introduction

Un robot humanoïde a la propriété d'être sous-actionné. La dynamique de sa base flottante ne peut être commandée qu'en générant des forces de réaction aux contacts avec l'environnement. Ces forces sont contraintes par la nature du contact que le robot a avec l'environnement. Ces contraintes sont particulièrement importantes dans le cas de postures verticales, comme par exemple lorsque le robot est debout et marche, car les contacts avec l'environnement ont lieu sur de petites surfaces. De plus, la hauteur du centre de masse réduit les accélérations faisables de la base flottante [Wieber 2002]. Un critère communément utilisé pour respecter ces contraintes est de s'assurer que la position du centre de pression reste constamment, strictement dans le polygone support du robot [Vukobratović 2004]. Ce critère découle de l'unilatéralité des forces de réaction aux contacts, qui doivent avoir une composante verticale positive.

Cependant, d'autres contraintes peuvent s'appliquer aux forces de contacts. Elles peuvent, par exemple, être géométriques, venir de cônes de frictions, d'un sous actionnement, ou de limites de couples articulaires. Certaines contraintes peuvent aussi être la conséquence de la présence de composants flexibles dans la structure du robot. Ces compliances créent un couplage entre les forces et les déformations. Les forces sont ainsi limitées par des contraintes cinématiques et les variations de ces forces sont bornées par les vitesses articulaires limites du robot.

Les flexibilités dans les chevilles d'HRP-2 ne sont pas actionnées et leurs déformations induisent des modifications de la dynamique du robot. Ces dynamiques peuvent compromettre la stabilité du robot et conduire le robot à tomber. Les flexibilités doivent donc être précisément estimées puis doivent être compensées pour absorber les perturbations externes.

À partir de l'estimation fournie par l'estimateur d'état, le but est de construire un stabilisateur de la flexibilité capable de rejeter des perturbations externes. Le stabilisateur que nous présentons utilise à la fois la quantité de mouvement et le moment cinétique comme actionnement et peut fonctionner avec la centrale inertielle comme seul capteur. Contrairement à beaucoup d'approches de stabilisation courantes qui utilisent ces deux actionnements, ils travaillent ensemble dans un contrôleur unique. Pour cela, le robot est modélisé par une répartition de masses tournant autour du centre de masse d'un pendule inverse, lié au sol par un contact élastique. Les résultats obtenus avec la centrale inertielle seule puis la fusion de celle-ci avec les capteurs de forces permettent de valider l'estimateur. la stabilité de la commande est une bonne évaluation qui montre que l'estimateur peut distinguer entre un mouvement actionné (l'orientation du tronc et la position du centre de masse), la déformation de la flexibilité, et les forces de perturbation.

4.2 Modélisation

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, la dynamique du robot humanoïde HRP-2 peut être décomposée en, d'une part la dynamique de chaque segment du robot dans un repère proprioceptif dans lequel la position et l'orientation de ces segments sont actionnables, et d'autre part la dynamique de ce repère proprioceptif dans le repère monde. Le but est alors de générer une dynamique dans le repère proprioceptif de telle sorte que la dynamique de celui-ci dans le repère monde permette de garder le robot en équilibre. Pour modéliser cela nous reprenons l'équation (2.13) exprimant la somme des moments aux contacts en fonction de la dynamique de $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ dans $\mathcal{R}_\mathrm{M}$ et de grandeurs connues et actionnables dans $\mathcal{R}_\mathcal{P}$. La dynamique de $\boldsymbol{t}_\mathrm{P}$ étant intrinsèquement stable,

nous l'annulons dans l'équation (2.13) que nous réécrivons :

$$\boldsymbol{T}_c = \frac{d}{dt}\left(R_{\text{P}}{}^{\text{P}}\boldsymbol{\sigma} + R_{\text{P}}{}^{\text{P}}I R_{\text{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\text{P}}\right) + [R_{\text{P}}{}^{\text{P}}\boldsymbol{c}]_\times g m \boldsymbol{u}_z \tag{4.1}$$

Comme nous l'avons vu en introduction, contrôler les efforts aux contacts et en particulier $\boldsymbol{T}_c$ permet de contrôler la flexibilité. L'équation (4.1) montre que pour cela nous avons besoin de contrôler la position du centre de masse ${}^{\text{P}}\boldsymbol{c}$ et le moment cinétique ${}^{\text{P}}\boldsymbol{\sigma}$ dans $\mathcal{R}_\mathcal{P}$. Plus précisément, le moment cinétique ${}^{\text{P}}\boldsymbol{\sigma}$ peut être réécrit :

$${}^{\text{P}}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_r + m[{}^{\text{P}}\boldsymbol{c}]_\times {}^{\text{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \tag{4.2}$$

où nous pouvons distinguer entre (i) $\boldsymbol{\sigma}_r$ le moment cinétique autour du centre de masse, dû à la vitesse angulaire de chaque segment dans $\mathcal{R}_\mathcal{P}$ et (ii) le moment cinétique dû à leur vitesse linéaire dans $\mathcal{R}_\mathcal{P}$. Nous pouvons aussi exprimer la matrice d'inertie ${}^{\text{P}}I$ comme :

$${}^{\text{P}}I = I_r - m[{}^{\text{P}}\boldsymbol{c}]_\times^2 \tag{4.3}$$

où nous pouvons distinguer entre (i) I_r le tenseur d'inertie du robot exprimé dans $\mathcal{R}_\mathcal{R}$, et (ii) l'inertie due à la masse m du robot qui a pour centre de masse ${}^{\text{P}}\boldsymbol{c}$. Nous allons, dans la prochaine section, écrire $\boldsymbol{\sigma}_r$ et I_r de manière simplifiée pour faire apparaître une grandeur plus facilement actionnable, l'orientation du tronc du robot, qui leur est directement lié.

4.2.1 Pendule inverse avec roue d'inertie

Le modèle que nous utilisons pour simplifier $\boldsymbol{\sigma}_r$ et I_r est le "reaction mass pendulum model" [Lee 2007] que nous traduisons : pendule inverse avec roue d'inertie. Ce modèle, illustré en figure 4.1 consiste en un seule corps rigide de masse m que nous assimilerons au tronc du robot, tournant autour du centre de masse d'un pendule inverse.

Nous notons R_l l'orientation du tronc. Le tenseur d'inertie I_r est alors exprimé ainsi :

$$I_r = R_l I_0 R_l^T \tag{4.4}$$

où I_0 est le tenseur d'inertie du tronc dans son propre repère local. Par dérivation :

$$\dot{I}_r = [\boldsymbol{\omega}_l]_\times R_l I_0 R_l^T - R_l I_0 R_l^T [\boldsymbol{\omega}_l]_\times \tag{4.5}$$

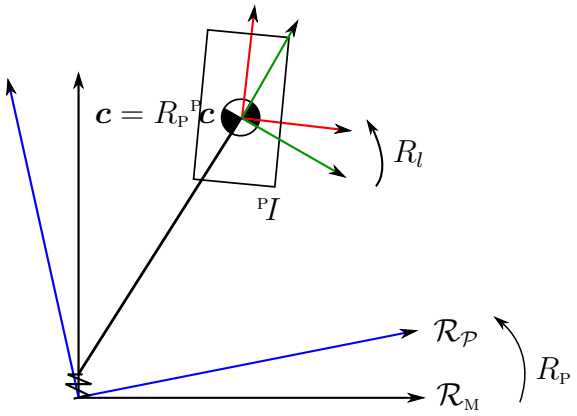


FIGURE 4.1 – Illustration 2D du modèle de contrôle

où $\boldsymbol{\omega}_l$ est la vitesse angulaire du tronc. Nous pouvons aussi exprimer $\boldsymbol{\sigma}_r$ comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma}_r = I_r\boldsymbol{\omega}_l = R_l I_0 R_l^T \boldsymbol{\omega}_l \tag{4.6}$$

Par dérivation :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_r = [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma}]_\times R_l I_0 R_l^T \boldsymbol{\omega}_l + R_l I_0 R_l^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_l \tag{4.7}$$

En substituant (4.2) et (4.3) dans (4.1) :

$$\boldsymbol{T}_c = \frac{d}{dt}\left(R_{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma}_r + R_{\mathrm{P}} I_r R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}\right) + [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times \boldsymbol{F}_c \tag{4.8}$$

où $\boldsymbol{F}_c$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_c =& m[\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times^2 R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + 2m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} \\ &+ mR_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + mg\boldsymbol{u}_z\end{aligned} \tag{4.9}$$

et est obtenue à partir de l'équation (2.12) dans laquelle nous avons annulé la dynamique de $\boldsymbol{t}_{\mathrm{P}}$. Finalement, en inversant l'équation précédente nous avons un modèle de la dynamique de l'orientation du robot :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}} =& (R_{\mathrm{P}} I_r R_{\mathrm{P}}^T - m[R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times^2)^{-1}(\boldsymbol{T}_c \\ &- [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times \left(m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times^2 R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + 2m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} + mR_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + gm\boldsymbol{u}_z\right) \\ &- \left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}} I_r R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + R_{\mathrm{P}}\dot{I}_r R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + [\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}}\boldsymbol{\sigma}_r + R_{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_r\right))\end{aligned} \tag{4.10}$$

Ce modèle nous donne l'accélération de cette orientation en fonction de $\boldsymbol{T}_c$,

de la cinématique de l'orientation et de grandeurs connues et actionnables dans le repère proprioceptif. L'équation est très semblable à l'équation (2.35). La différence est que l'inertie, le moment cinétique dans le référentiel monde et leurs dérivées sont exprimés dans un repère centré au centre de masse et non dans le repère proprioceptif. Il nous permet d'avoir une prédiction de la trajectoire de l'orientation du robot lorsque celui-ci exécute des trajectoires de ${}^{\text{P}}\boldsymbol{c}$ et R_l données dans le repère proprioceptif et de $\boldsymbol{T}_c$ dans le repère monde.

4.2.2 Pendule inverse flexible avec roue d'inertie

Pour modéliser $\boldsymbol{T}_c$, nous reprenons les équations (2.25,2.26) qui ne dépendent que de grandeurs exprimées dans le repère proprioceptif et de la dynamique de l'orientation du robot. Ces équations représentent des contacts flexibles. Ainsi, nous appelons le modèle précédent, augmenté de ce modèle de flexibilité, le pendule inverse flexible avec roue d'inertie. Ce modèle est très similaire à celui dont la commandabilité a été montrée dans [Benallegue 2015]. La différence principale est que le modèle que nous utilisons ici comporte un actionnement supplémentaire qui est l'actionnement du tronc, qui ne peut pas compromettre la commandabilité du système mais ajoute une redondance.

4.3 Retour d'état

4.3.1 État de la commande

Le contrôleur a pour but d'utiliser le centre de masse et l'orientation du tronc pour compenser les perturbations. Même si la flexibilité est une rotation 3D, seuls les composantes horizontales influencent directement l'équilibre du robot. De plus, les perturbations qu'un robot humanoïde subit ont plus d'influence autour des axes horizontaux que l'axe vertical. Ainsi, nous considérons que cette partie de la flexibilité ne nécessite pas de contrôle en boucle fermée, nous définissons donc le vecteur d'état suivant :

$$\boldsymbol{x}_{stab} = \left({}^{\text{P}}\boldsymbol{c}^T, \overline{\boldsymbol{\Omega}}_l^T, \overline{\boldsymbol{\Omega}}^T, {}^{\text{P}}\dot{\boldsymbol{c}}^T, \overline{\boldsymbol{\omega}}_l^T, \overline{\boldsymbol{\omega}}^T,\right)^T \tag{4.11}$$

que nous cherchons à contrôler avec le vecteur suivant :

$$\boldsymbol{u}_{stab} = \left({}^{\text{P}}\ddot{\boldsymbol{c}}^T, \dot{\overline{\boldsymbol{\omega}}}_l^T\right)^T \tag{4.12}$$

où les grandeurs barrées $\bar{*}$ représentent le vecteur $*$ où l'on a supprimé la composante verticale. Le système dynamique :

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{stab} = f(\boldsymbol{x}_{stab}, \boldsymbol{u}_{stab}) \tag{4.13}$$

est le modèle de l'équation (4.10) et la dynamique triviale de ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}$ et $\overline{\boldsymbol{\Omega}}_l$. Puisque le but de notre approche est la stabilisation autour de l'état désiré, la dynamique locale est approximée par linéarisation autour du point d'équilibre. L'état désiré $\boldsymbol{x}^*_{stab}$ est décrit dans la partie suivante. La linéarisation et la discrétisation de la dynamique nous permet d'obtenir des matrices A et B telles que :

$$\delta\boldsymbol{x}_{stab,k+1} = A\delta\boldsymbol{x}_{stab,k} + B\boldsymbol{u}_{stab,k} \tag{4.14}$$

avec $\delta\boldsymbol{x}_{stab,k} = \boldsymbol{x}_{stab,k} - \boldsymbol{x}^*_{stab}$. Nous détaillons en annexe A, la linéarisation de (4.10) par rapport à l'état et la commande.

4.3.2 État désiré

En imposant $\dot{\boldsymbol{x}}_{stab} = \mathbf{0}$ dans (4.10) nous obtenons l'égalité suivante, qui représente un critère d'équilibre qui nous donne tous les points d'équilibre du système :

$$K_{ts}\Omega_{0,\mathrm{P}} = [R_{0,\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times gm\boldsymbol{u}_z \tag{4.15}$$

où $\Omega_{0,\mathrm{P}}$ et $R_{0,\mathrm{P}}$ correspondent au point d'équilibre de la flexibilité et ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0$ est une position du centre de masse où la flexibilité est en équilibre.

Pour avoir le meilleur contrôle du système, nous choisissons de minimiser l'énergie emmagasinée dans la flexibilité et ne considérons ainsi que le cas où la flexibilité est au repos. D'après le modèle des moments aux contacts, cela correspond à une orientation nulle de la flexibilité $\Omega_{0,\mathrm{P}} = \mathbf{0}$. Le critère d'équilibre de l'équation (4.15) nous donne ainsi directement que le centre de masse doit être au-dessus du point de contact (qui est à l'origine) ${}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & l \end{pmatrix}^T$ où l représente une hauteur du centre de masse quelconque. L'orientation du tronc peut être arbitrairement choisie, nous la choisissons nulle. Ce point d'équilibre est le point de linéarisation du modèle dans l'équation (4.13).

Cet état d'équilibre est stable, passivement, si les raideurs selon les trois axes sont plus grandes que mgl. Cependant, quelles que soient ces raideurs, l'état est localement commandable autour de l'état d'équilibre en utilisant seulement l'actionnement du centre de masse. Nous ajoutons l'actionnement de l'orientation du tronc pour avoir de la redondance dans le contrôle.

4.3.3 Contrôleur linéaire quadratique (LQR)

Pour générer le contrôle, faisons un retour d'état. Pour cela, nous cherchons à placer les pôles du système au début de l'expérimentation. Nous utilisons pour ce faire un contrôleur linéaire et quadratique (LQR). Ce contrôleur permet de minimiser, le long d'un horizon, le coût quadratique suivant :

$$L = \sum_{k=0}^{N} \boldsymbol{x}_{stab,k}^T Q \boldsymbol{x}_{stab,k} + \boldsymbol{u}_{stab,k}^T R \boldsymbol{u}_{stab,k} \tag{4.16}$$

où N est l'horizon de prédiction et Q et R sont respectivement les matrices de poids sur l'état et le contrôle. Ces matrices sont généralement choisies diagonales. La matrice Q permet de déterminer l'importance relative que chaque ligne du vecteur d'erreur a dans la fonction coût. Par exemple, augmenter le poids sur l'erreur en orientation autour de l'axe de tangage de la flexibilité diminuera l'importance des autres composantes de l'erreur, et notamment celle sur la position en Ox du centre de masse du robot. Ainsi, la commande minimisant le coût sera moins regardante sur l'erreur en position du centre de masse et acceptera de l'écarter de sa référence le temps que la flexibilité reviennent à son état de référence. De cette manière nous pouvons utiliser un actionnement local autour des positions linéaires du centre de masse et angulaire du tronc pour corriger l'orientation de la flexibilité. La matrice R, quant à elle, permet de définir l'importance relative qu'une composante de la commande a sur la fonction de coût. Cela fournit un moyen de limiter l'amplitude de l'actionnement demandé pour l'une des composantes de la commande. Enfin, augmenter toutes les valeurs d'une des matrices Q et R d'un même ratio, permet de diminuer l'influence des erreurs associées à l'autre matrice. Par exemple, multiplier par 2 les poids de la matrice Q revient à diviser par deux ceux de la matrice R. Le résultat est que l'impact de toute la commande sur la fonction de coût sera divisé par deux et la commande sera plus souple. Régler ces matrice Q et R se fait par essai-erreur. Nous partons d'une commande quasi nulle (poids sur la matrice Q très faible) puis nous augmentons progressivement les poids liés à la flexibilité tout en réglant ceux liés à la position du centre de masse et l'orientation du tronc pour que le contrôle résultant soit stable.

À partir de la fonction de coût, le LQR revient à utiliser le modèle dynamique présenté dans les sections précédentes (équation (4.14)) pour résoudre les équations de Riccati. La résolution de ces équations permet de calculer la matrice des gains G optimale analytiquement, pour que $\boldsymbol{u}_{stab,k} = G\delta\boldsymbol{x}_{stab,k}$ minimise L. Il existe une infinité de matrices Q et R qui donnent un contrôle stable de la flexibilité. Choisir parmi l'ensemble des contrôles possibles nous



FIGURE 4.2 – Illustration des expériences de stabilisation : le robot subit plusieurs fois la même perturbation, de manière à comparer plusieurs versions du stabilisateur

permet de choisir un comportement au robot lorsqu'il est soumis à une perturbation. Nous pouvons par exemple choisir si nous utilisons plus l'actionnement du centre de masse ou celui de l'orientation du tronc.

4.4 Expérimentations

4.4.1 Description des expériences

Le robot humanoïde utilisé pour les expériences est HRP-2. Pour le modèle des efforts nous utilisons les matrices $K_{ts} = k_{ts}\mathbb{I}_{33}$, $K_{td} = k_{td}\mathbb{I}_{33}$, $K_{fs} = k_{fs}\mathbb{I}_{33}$ et $K_{fd} = k_{fd}\mathbb{I}_{33}$ avec les mêmes valeurs que pour l'estimation.

Les tâches de la pile des tâches ont été définies pour (i) garder les deux pieds au sol à 20 cm de distance, (ii) le centre de masse au-dessus du milieu de la ligne joignant les deux pieds et (iii) le haut du corps à une orientation nulle. Cette position respecte l'état d'équilibre désiré défini dans la partie précédente. Le contrôle agit alors autour de la position du centre de masse et de l'orientation du tronc.

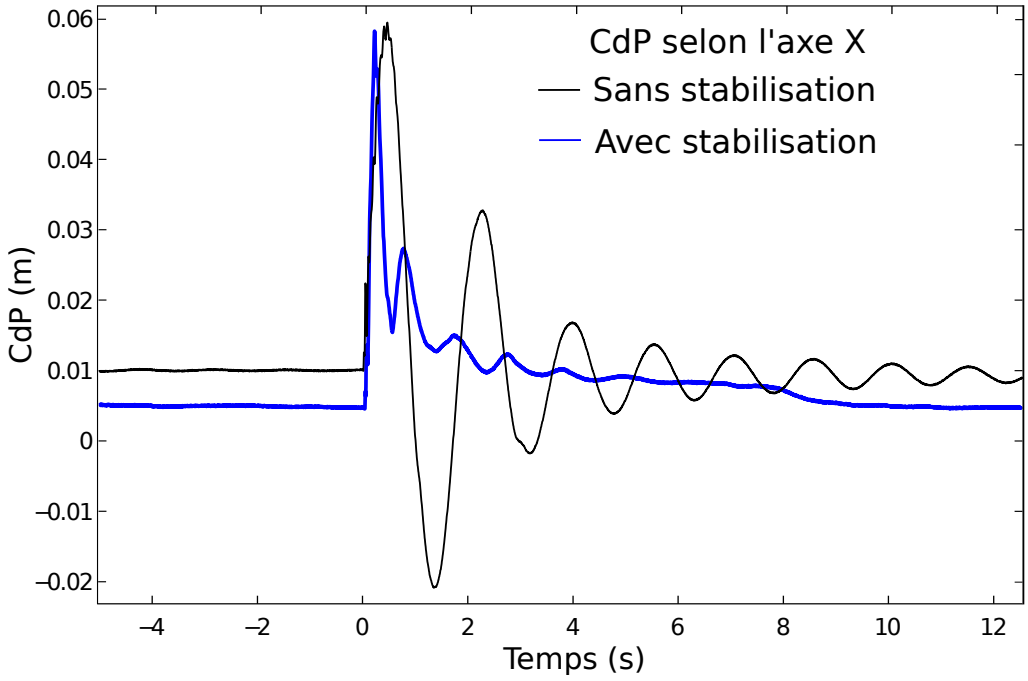


FIGURE 4.3 – Réponse du système pour un impact à t=0s : (i) en bleu avec le stabilisateur et (ii) en noir sans le stabilisateur

Pour tester les performances du stabilisateur nous appliquons une perturbation reproductible au robot. Celle-ci consiste en une masse constante d'environ 0.5 Kg, attachée au bout d'un pendule et lâchée d'une hauteur de 1.25 m au-dessus du point d'impact, où la masse heurte le robot horizontalement.

Quatre scénarios différents ont été comparés. Le premier lorsque le robot n'est pas stabilisé. Le second lorsque le stabilisateur en boucle fermée, couplé avec l'estimateur n'utilisant pas les capteurs de forces est activé. Le troisième utilise les mêmes gains G du retour d'état que pour le second scénario, mais en supprimant entièrement le contrôle du tronc. Le quatrième et dernier scénario consiste à garder le contrôle du tronc et de supprimer celui du centre de masse. Bien sûr, les gains G des deux derniers scénarios ne sont plus optimaux selon la fonction coût du LQR. Le but est ici d'isoler chaque sous-partie du contrôle pour voir en détail comment elles réagissent face aux perturbations.

4.4.2 Résultats

4.4.2.1 Avec l'estimateur n'utilisant que la centrale inertielle

Nous pouvons voir sur la figure 4.3 la position du CdP du robot soumis à une perturbation lorsqu'il est ou non stabilisé. Le CdP est mesuré en utilisant

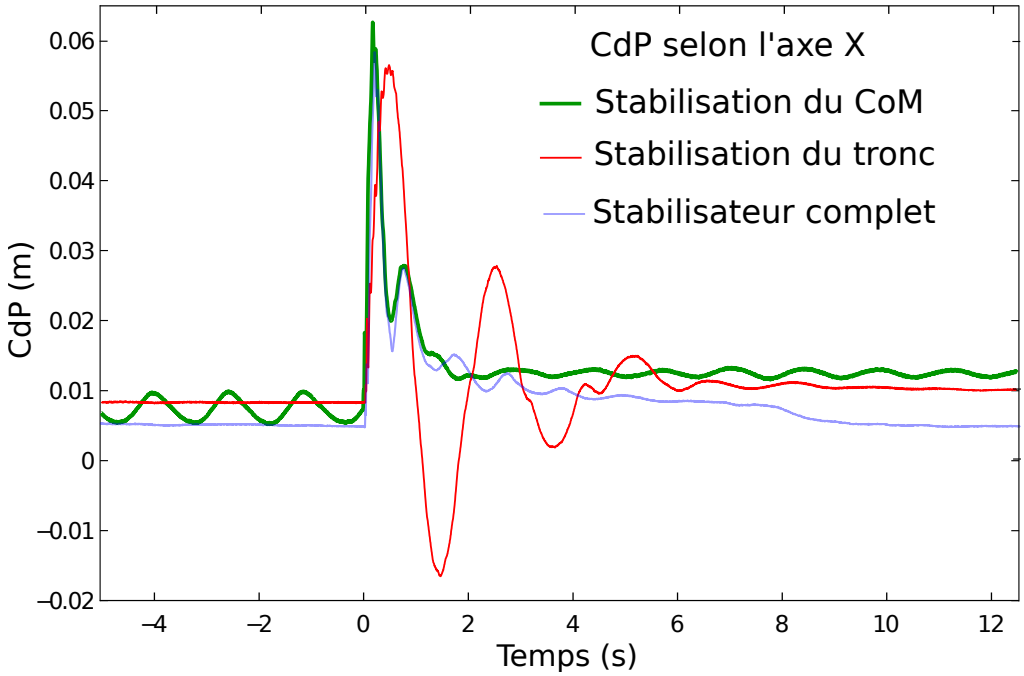


FIGURE 4.4 – Réponse du système pour un impact à t=0s : (i) en vert et gras en utilisant seulement l'actionnement du centre de masse, (ii) en rouge en utilisant seulement l'actionnement du tronc et (iii) en bleu avec le double actionnement du centre de masse et du tronc

les capteurs de forces présents dans les pieds mais ceux-ci ne sont pas utilisés pour la boucle fermée. Nous voyons tout d'abord que le CdP n'est pas exactement à zéro au départ, ceci est dû à des biais et des erreurs dans le modèle cinématique du robot. Nous voyons aussi que la stabilisation améliore de manière significative le temps d'absorption des perturbations par le système. Les oscillations sont réduites très rapidement et le mode permanent est atteint de manière très stable.

Dans la figure 4.4, nous montrons la réponse du système lorsque nous n'utilisons que le contrôle du centre de masse et lorsque nous n'utilisons que le contrôle de l'orientation du tronc. Nous voyons tout d'abord que la réponse aux perturbations sont comparables entre le stabilisateur complet et le contrôle du centre de masse seule. Cependant, nous voyons la présence d'auto-oscillations avant et après la perturbation. Ces oscillations sont le signe que le contrôleur atteint sa limite de stabilité, c'est à dire que si nous augmentons encore les gains, il y a un risque d'instabilité et de divergence du contrôle. Cette instabilité est probablement due aux erreurs de modèle de la flexibilité et du modèle cinématique du robot. Nous pouvons de plus voir que l'erreur

statique du CdP est un peu plus grande avec le contrôle du centre de masse seul. Ces différences signifient que le contrôle du tronc permet au stabilisateur d'améliorer la robustesse aux erreurs de modèle et d'atteindre de plus grands gains.

Il est aussi intéressant de voir que même si le contrôle de l'orientation du tronc seul a un impact moindre pour la stabilisation que le contrôle du centre de masse, il a tout de même un effet visible sur la stabilisation. Même lorsque l'orientation agit seule, la perturbation est rejetée significativement plus vite que lorsque le robot est non stabilisé.

Finalement, HRP-2 tournant le haut de son corps pour ce stabiliser, la centrale inertielle est elle-même en mouvement. Cela peut créer des perturbations sur l'estimation de la flexibilité. La stabilité de ces résultats est alors un bon indice que l'estimateur présenté dans les chapitres précédents est capable de distinguer entre le mouvement désiré, le mouvement dû à la déformation de la flexibilité, et les perturbations externes.

4.4.2.2 Avec l'estimateur utilisant la centrale inertielle et les capteurs dans les pieds du robot

Le stabilisateur basé sur l'estimateur n'utilisant que la centrale inertielle ne fonctionne que dans le plan sagittal. Dans le plan frontal, l'estimateur manque de précision du fait des hypothèses que nous avons fait sur le modèle du torseur des efforts dans les chevilles du robot (voir section 3.5). Ce défaut est corrigé lorsque nous utilisons les capteurs de forces dans l'estimateur. Nous présentons en figure 4.5 l'évolution de la position du centre de pression lorsque nous perturbons le robot dans le plan frontal. Les perturbations que nous appliquons au robot décalent la position du centre de masse dans le repère monde d'environ 4 cm sur la gauche puis sur la droite du robot.

Nous pouvons constater que les oscillations sont largement atténuées. Le temps de réponse est d'environ 0.5 s. Nous présentons en figure 4.6 l'évolution de la position du centre de masse pendant la même intervalle de temps que la figure précédente. Nous pouvons constater que pendant la phase où nous poussons le robot, son centre de masse suit dans le repère proprioceptif, le mouvement que nous lui imposons dans le repère monde. La fonction de coût du LQR a été réglée de telle manière qu'il soit plus important de maintenir la flexibilité à zéro que de maintenir le centre de masse à sa position de référence dans le repère proprioceptif. Sans cela, le centre de masse dans le repère proprioceptif maintiendrait sa position de référence mais l'état de la flexibilité ne serait pas contrôlé.

Nous présentons enfin en figure 4.7 l'évolution de l'orientation du tronc du robot pendant la même intervalle de temps. Nous pouvons constater, qu'à

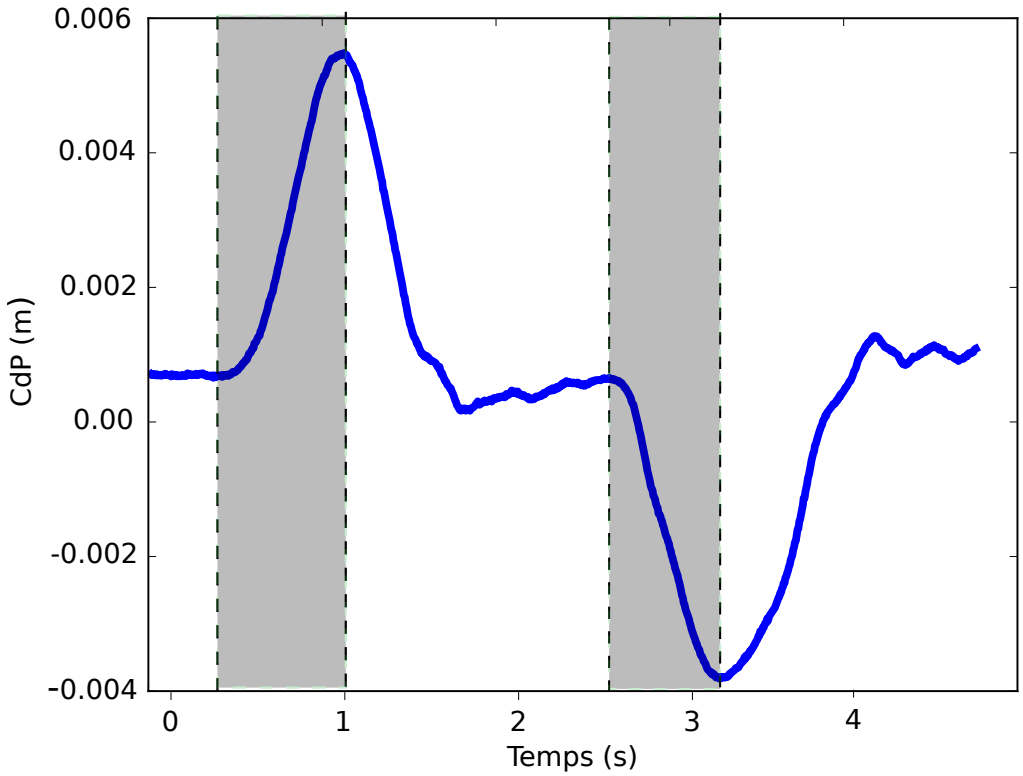


FIGURE 4.5 – Évolution de la position du centre de pression lorsque le robot est perturbé dans le plan frontal. Les zones grisées correspondent aux moments où l'on pousse le robot.

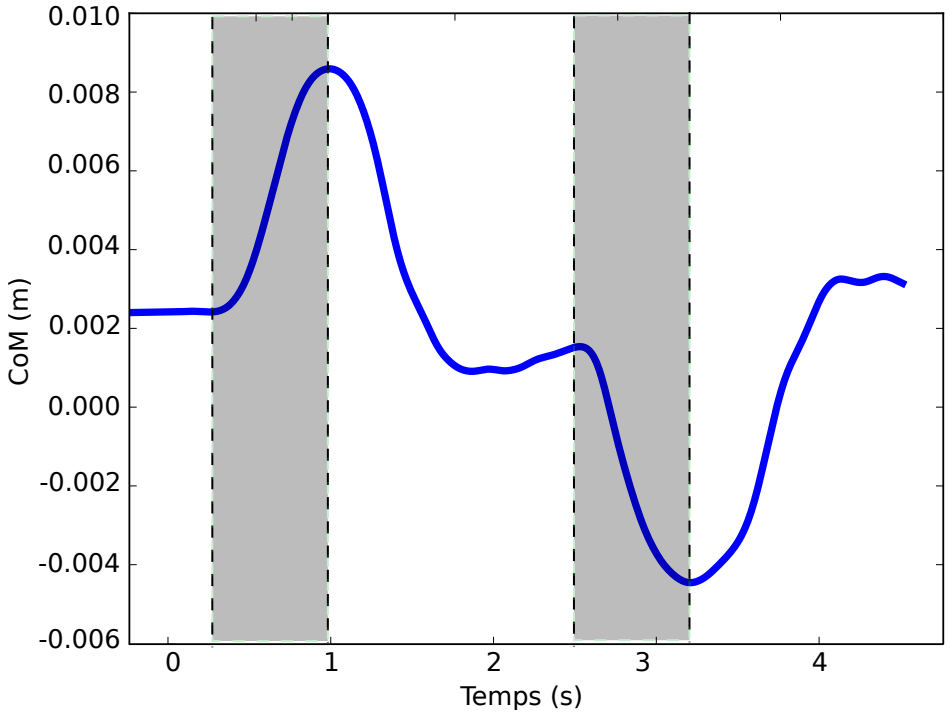


FIGURE 4.6 – Évolution de la position du centre de masse dans le repère proprioceptif lorsque le robot est perturbé dans le plan frontal. Les zones grisées correspondent aux moments où l'on pousse le robot.

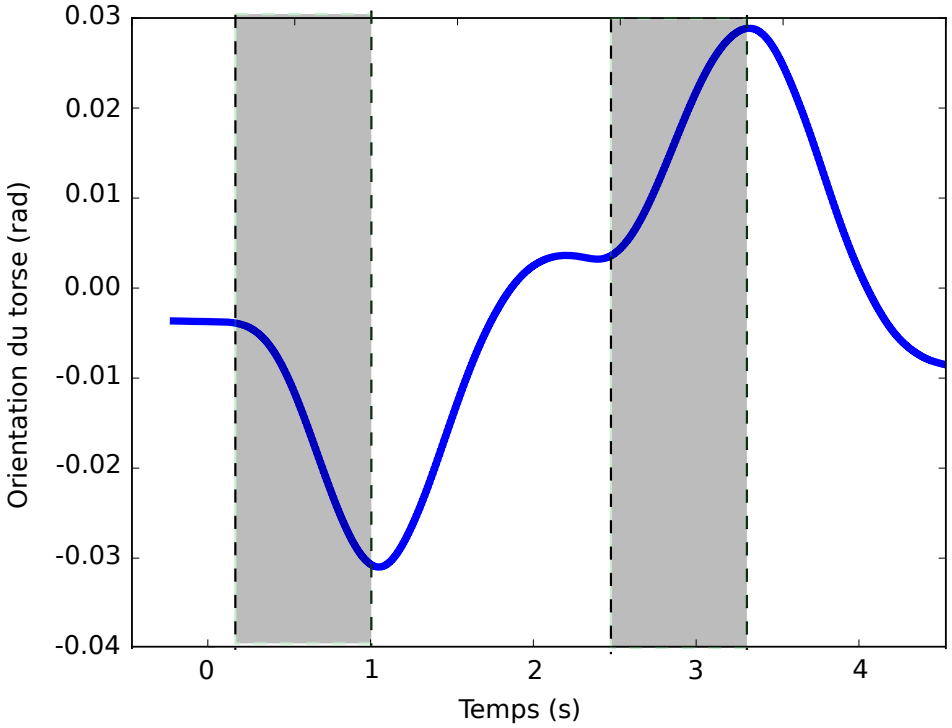


FIGURE 4.7 – Évolution de l'orientation du tronc du robot lorsqu'il est perturbé dans le plan frontal. La zones grisées correspondent aux moments où l'on pousse le robot.

l'image de la position du centre de masse, le contrôle de l'orientation du tronc suit dans le repère proprioceptif, l'orientation qu'on lui impose dans le repère monde. L'orientation est négative lorsque le CdP est positif car dans un repère orienté, suivre une perturbation qui va dans le sens positif en Y (dirigé vers la gauche) nécessite de tourner autour de l'axe de X (dirigé vers l'avant) négativement.

Lors de ces essais, nous avons constaté une erreur sur la position du centre de masse que nous avons estimée à l'aide de l'estimateur à 5 mm selon l'axe X (vers l'avant) et 7 mm selon l'axe Y (vers la gauche). Cette erreur était suffisante pour nous empêcher de monter en gains et avoir un contrôle suffisamment réactif. Cette constatation valide la pertinence de l'ajout dans l'état d'une erreur sur la position du centre de masse. Après compensation, nous avons pu obtenir les résultats que nous venons de présenter.



FIGURE 4.8 – Test du stabilisateur sur un pied.

4.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode pour stabiliser l'état des flexibilités dans les chevilles du robot HRP-2. Cette méthode a montré des performances en double support, que nous avons présentées dans ce chapitre. Le contrôle développé ne l'ayant pas été pour être spécialement robuste aux erreurs de modèle, celui-ci dépend énormément de la qualité de l'estimation fournie par l'estimateur présenté dans les chapitres précédents. Cela a été constaté pour la stabilisation de perturbations dans le plan frontal, où les mauvaises performances dans cette direction lorsque l'estimateur ne prend pas en compte les capteurs de forces, dégradent les performances du stabilisateur. Nous pouvons ainsi voir le stabilisateur comme un test en situation de l'estimateur.

Le stabilisateur que nous avons présenté a pour but de stabiliser le robot HRP-2 sur tous type de mouvement, y compris lors de mouvements de marche. La version présentée ici ne détermine les gains du retour d'état qu'une fois pour toute au début de l'expérimentation. Pour l'appliquer sur des mouvements de marche il serait certainement nécessaire de les re-calculer à chaque itération. Nous avons testé et partiellement réussi (une ou deux réussites) à stabiliser le robot sur un pied (voir figure 4.8). Comme nous pouvons le voir sur la figure, la position que le robot essaye de maintenir n'est pas une position d'équilibre, malgré le fait que la projection du centre de masse désirée sur le sol soit au centre du pied. Nous avons interprété ce phénomène comme une erreur sur la position du centre de masse dans le repère proprioceptif fournie par le contrôleur, erreur qui viendrait de biais sur le modèle dynamique des segments du robot (masse et tenseur d'inertie de chaque segment). Ce problème a motivé l'ajout dans l'état de l'estimateur, l'estimation d'une erreur sur la position du centre de masse, qui s'est avérée observable en utilisant conjointement la centrale inertielle et les capteurs de forces.

Un autre problème rencontré est la faiblesse de la commande fournie par la boucle de retour d'état lorsque l'erreur entre l'état mesuré et l'état de référence tend vers zéro. Pour pallier à ce problème, nous avons envisagé de remplacer le contrôleur LQR par un stabilisateur par modes glissants. Le but de ces contrôleurs est de trouver un contrôle qui fasse converger le système vers une dynamique de son état pour laquelle il a été montré théoriquement qu'elle est stable. Il existe plusieurs types de contrôles, leur particularité est qu'ils ne dépendent pas exclusivement de la valeur d'une erreur mais du signe de cette erreur. Cette particularité fait que la convergence vers la dynamique stable se fait en temps fini. Outre cet avantage, ils ont une commande qui ne faiblit pas lorsque l'erreur avec l'état désiré diminue. Enfin, ces contrôleurs sont réputés robustes aux erreurs de modèles.

Chapitre 5

Perspective : Estimateur corps complet

Sommaire

5.1 Introduction 87
5.2 Modélisation 89
5.2.1 Vecteur d'état 89
5.2.2 Dynamique Lagrangienne 90
5.2.3 Dynamique de la partie non-actionnée du robot 91
5.2.4 Dynamique de la partie actionnée du robot 92
5.3 L'estimateur 93
5.4 Conclusion 94

5.1 Introduction

Une des hypothèses qui ont conduit au modèle de l'estimateur du chapitre 2 est que le robot HRP-2 a une commande très rigide. Cela nous a permis de découpler la dynamique du robot dans un repère que nous avons appelé repère proprioceptif de celle de ce repère dans le monde. Mais, nous ne pouvons pas faire cette hypothèse dans le cas de robots qui ont des flexibilités dans leur articulations, comme les robots Talos de Pal Robotics et Roméo d'Aldebaran Robotics (voir figure 5.1). Il devient alors moins pertinent de définir un repère unique, dans lequel toute la dynamique du robot est connue, et dont la position et l'orientation dans le repère monde représenterait la position et l'orientation du robot.

Cependant, les flexibilités dans les articulations du robot posent les mêmes problèmes que celles présentes dans les chevilles d'HRP-2. Leur multiplication augmente les risques de résonance et ne permet plus de négliger les efforts internes au robot comme nous pouvons le faire pour HRP-2. Mais, nous pouvons toujours tirer parti du couplage entre les torsions et les compressions d'une part, et les efforts générés aux articulations d'autre part.

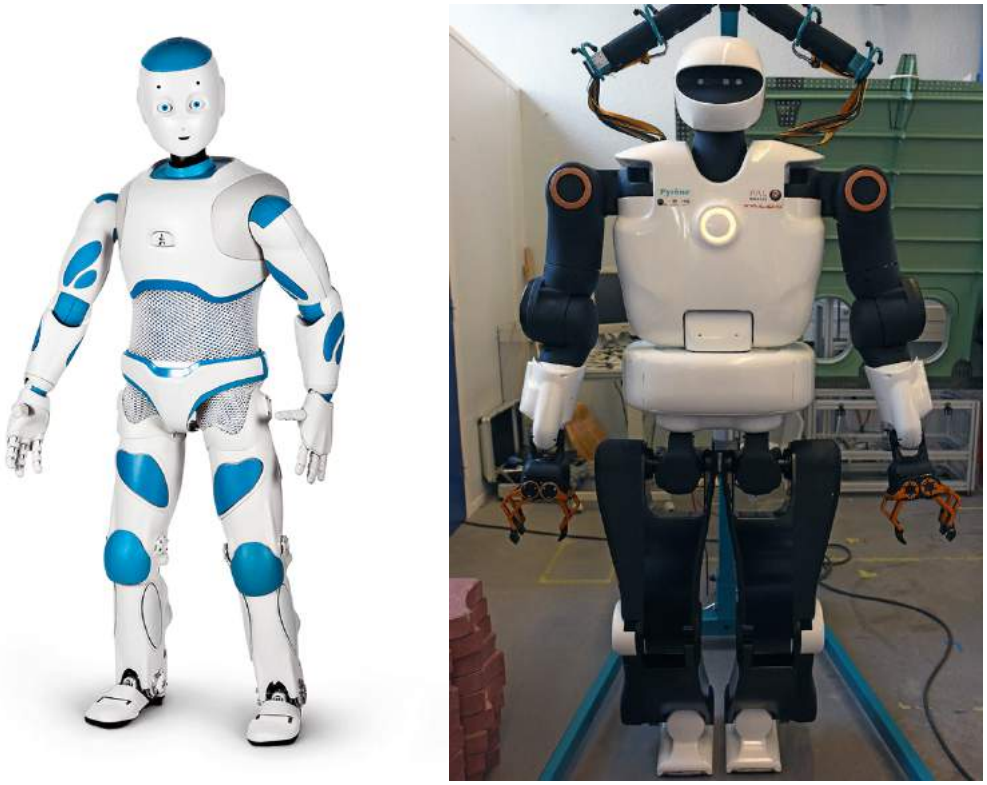


FIGURE 5.1 – Les robots humanoïdes Roméo (gauche) de Softbank robotics (anciennement Aldebaran Robotics) et Pyrène (droite) de Pal Robotics. Dans leurs articulations, ils ont des flexibilités.

Les robots qui ont des flexibilités dans leurs articulations ont en général des encodeurs mesurant l'angle donné par le moteur à l'articulation, mais aussi des encodeurs mesurant l'angle réel entre le segment fils de l'articulation et le segment précédent. Cela nous permet de remonter à la déformation de la flexibilité en soustrayant ces deux valeurs. De plus, ces robots ont généralement des capteurs de couples dans chaque articulation. Les efforts générés par ces déformations sont alors disponibles, nous permettant de remonter à la déformation si nous avons un modèle de la flexibilité. Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, il paraît judicieux de fusionner ces deux informations pour tirer parti des avantages de chaque méthode, et de compenser leurs défauts. Mais nous pouvons aller encore plus loin, en fusionnant les estimations de flexibilités de chaque articulations en un estimateur "corps complet" qui permettra d'ajouter les informations de la centrale inertielle présente dans le corps du robot et les capteurs de forces dans ses pieds.

5.2 Modélisation

5.2.1 Vecteur d'état

La dynamique corps-complet présentée au chapitre 1 aux équations (1.5,1.6,1.9,1.10,1.12) est générique dès lors que nous avons un systèmes poly-articulé de corps rigides. L'orientation R_i et la position $\boldsymbol{c}_i$ de chaque segment du robot peuvent être entièrement définies par le vecteur configuration $\boldsymbol{q}$ donnant la position articulaire de chaque degré de liberté du robot ainsi que la position et l'orientation de sa base flottante dans le repère monde. Ce vecteur de configuration peut se décomposer ainsi :

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_j \\ \boldsymbol{t}_{\mathrm{B}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}} \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

avec $\boldsymbol{t}_{\mathrm{B}}$ et $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}$ représentant respectivement la position et l'orientation de la base flottante du robot, et $\mathbf{q}_j$ étant le vecteur contenant l'orientation articulaire de chaque articulation.

Dans le cas qui nous intéresse ici, d'un robot ayant des flexibilités dans ses articulations, nous pouvons décomposer $\mathbf{q}_j$ comme suit :

$$\mathbf{q}_j = \mathbf{q}_{0,j} + \mathbf{q}_{f,j} \tag{5.2}$$

où $\mathbf{q}_{0,j}$ représente la position angulaire de la partie actionnée de chaque articulation et $\mathbf{q}_{f,j}$ représente la partie non actionnée, flexible. La configuration

$\mathbf{q}$ du robot peut donc se réécrire ainsi :

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_j \\ \boldsymbol{t}_{\text{B}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\text{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{0,j} + \mathbf{q}_{f,j} \\ \boldsymbol{t}_{\text{B}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\text{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{0,j} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{f,j} \\ \boldsymbol{t}_{\text{B}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\text{B}} \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

$$= \mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_d \tag{5.4}$$

où nous définissons $\mathbf{q}_0$ la configuration des actionneurs, et $\mathbf{q}_d$ qui représente la configuration de la partie non-actionnée du robot, qui comporte les déformations de chaque flexibilité et la configuration de la base du robot dans le repère monde. Pour représenter l'état du robot, nous définissons donc l'état suivant :

$$\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{0,j} \\ \dot{\mathbf{q}}_{0,j} \\ \mathbf{q}_d \\ \dot{\mathbf{q}}_d \\ \tau \\ \mathbf{F} \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

auquel nous avons ajouté le vecteur des couples articulaires actionnés τ et le vecteur contenant les efforts aux contacts $\mathbf{F}^\top = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^\top & \cdots & \mathbf{F}_m^\top \end{pmatrix}^\top$. Comme pour l'estimateur que nous avons présenté dans les chapitres précédents, nous ajoutons dans l'état les efforts qui sont à la fois mesurés et modélisés. Cela permet que la qualité de l'estimation dépende moins des erreurs de modèles que nous faisons en modélisant les efforts par un modèle de ressort amorti.

5.2.2 Dynamique Lagrangienne

Comme il a été montré dans [Wieber 2006, Bouyarmane 2012], les équations dynamiques de Newton-Euler présentées au chapitre 1 dans les équations (1.5,1.6,1.9,1.10,1.12) peuvent se réécrire sous la forme :

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\mathcal{F}} \tag{5.6}$$

La matrice $M(\mathbf{q})$, appelée matrice d'inertie, regroupe les grandeurs linéaires vis-à-vis de $\ddot{\boldsymbol{q}}$. La matrice $N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ représente les grandeurs non linéaires (les forces centrifuges et de Coriolis). Enfin, $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ représente des efforts généralisés.

Ces efforts sont composés des forces de gravité $\boldsymbol{\mathcal{F}}_g$ qui peuvent s'écrire :

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_g = -M(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} 0 \\ g\mathbf{u}_z \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

et des couples articulaires :

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_a = \begin{pmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

où τ est le vecteur contenant les couples dans chaque articulation. Enfin, les efforts $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ sont aussi composés des efforts de contacts :

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_c = \sum_{i=1}^{m} J_{i,l}^{\top}(\mathbf{q})\, \mathbf{F}_i \tag{5.9}$$

où $\mathbf{F}_i$ sont les forces/moments au contact i exprimé dans le repère de référence du segment, $J_{i,l}^{\top}(\mathbf{q})$ est la Jacobienne de la position du contact dans le repère local du contact, c.à.d $J_{i,l}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} R_i^{\top}(\mathbf{q})\, J_{i,p}(\mathbf{q}) \\ R_i^{\top}(\mathbf{q}) J_{i,r}(\mathbf{q}) \end{pmatrix}$ où $J_{i,p}^{\top}(\mathbf{q})$ et $J_{i,r}^{\top}(\mathbf{q})$ sont les jacobiennes de la position et la rotation du contact dans le repère global et $R_i(\mathbf{q})$ est la matrice de rotation du segment. Nous avons :

$$\boldsymbol{\mathcal{F}} = \boldsymbol{\mathcal{F}}_g + \boldsymbol{\mathcal{F}}_a + \boldsymbol{\mathcal{F}}_c \tag{5.10}$$

5.2.3 Dynamique de la partie non-actionnée du robot

En substituant l'équation (5.4) dans l'équation de la dynamique lagrangienne multi-corps de l'équation (5.6), nous obtenons :

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_d)(\ddot{\mathbf{q}}_0 + \ddot{\mathbf{q}}_d) = &- B(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_0 + \dot{\mathbf{q}}_d)(\dot{\mathbf{q}}_0 + \dot{\mathbf{q}}_d) \\ &- M(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_d) \begin{pmatrix} g\mathbf{u}_z \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{m} J_{i,l}^{\top}(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_d)\, \mathbf{F}_i \end{aligned}$$

Cela nous permet, après avoir isolé la dérivée seconde de $\ddot{\mathbf{q}}_d$, d'obtenir une expression de celle-ci en fonction de l'état :

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{q}}_d =& -\ddot{\mathbf{q}}_0 + \begin{pmatrix} g\mathbf{u}_z \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - M^{-1}(\mathbf{q}_0+\mathbf{q}_d)\, B(\mathbf{q}_0+\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_0+\dot{\mathbf{q}}_d)(\dot{\mathbf{q}}_0+\dot{\mathbf{q}}_d) \\ &+ M^{-1}(\mathbf{q}_0+\mathbf{q}_d)\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau \end{pmatrix} + M^{-1}(\mathbf{q}_0+\mathbf{q}_d)\sum_{i=1}^{m} J_{i,l}^{\top}(\mathbf{q}_0+\mathbf{q}_d)\,\mathbf{F}_i \end{aligned} \tag{5.11}$$

Dynamique des flexibilités : Les flexibilités dans les articulations sont modélisées par un ressort amorti, ce qui nous donne :

$$\tau = -K_{p,j}\mathbf{q}_{f,j} - K_{d,j}\dot{\mathbf{q}}_{f,j} \tag{5.12}$$

où $K_{p,j}$ et $K_{d,j}$ sont des matrices diagonales, définies positives représentant respectivement les raideurs et les amortissements.

Torseur des efforts de contacts : Nous considérons que les contacts avec l'environnement sont flexibles. Les forces et moments de chaque contact sont alors modélisés comme suit :

$$\mathbf{F}_i = -K_{p,c_i}(q)\left(R_i(\mathbf{q})\, d\left(f_{c_i}(\mathbf{q}), \mathbf{c}_i\right)\right) - K_{d,c_i}(\mathbf{q})\left(J_{i,l}\dot{\mathbf{q}} - R_i(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{c}}_i\right) \tag{5.13}$$

où K_{p,c_i} et K_{d,c_i} sont des matrices symétriques, définies positives, $\mathbf{c}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{i,p} \\ \mathbf{c}_{i,r} \end{pmatrix}$ est la position/rotation du point de contact avec l'environnement, $f_{c_i}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} f_{c_i,p}(\mathbf{q}) \\ f_{c_i,r}(\mathbf{q}) \end{pmatrix}$ est la fonction donnant la position et l'orientation du contact i en fonction de la configuration $\mathbf{q}$ et $d\left(f_{c_i}(\mathbf{q}), \mathbf{c}_i\right) = \begin{pmatrix} f_{c_i,p}(\mathbf{q}) - c_i \\ \Omega_d\left(f_{c_i,r}(\mathbf{q}), \mathbf{c}_{i,r}\right) \end{pmatrix}$ est la fonction distance entre deux configurations de SE(3), et $\Omega_d\left(f_{c_i,r}(\mathbf{q}), \mathbf{c}_{i,r}\right)$ est le vecteur 3D tel que $\exp\left([\Omega_d]_\times\right) = R\left(f_{c_i,r}(\mathbf{q})\right) R^{\top}(\mathbf{c}_{i,r})$ où $[\bullet]_\times$ est l'opérateur anti-symétrique.

5.2.4 Dynamique de la partie actionnée du robot

Le modèle de $\ddot{\mathbf{q}}_{0,j}$ est la dynamique du contrôle des actionneurs. Nous pouvons la modéliser de différentes manières. Par exemple, en considérant l'ensemble actionneur+contrôleur bas niveau nous pouvons modéliser le sys-

tème comme un proportionnel dérivé sur l'erreur en position :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{0,j} = -K_{\mu,p}\left(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_{ref,j}\right) - K_{\mu,d}\left(\dot{\mathbf{q}}_j - \dot{\mathbf{q}}_{ref,j}\right) \tag{5.14}$$

Nous pouvons aussi tirer parti du lien direct entre le courant électrique $\mathbf{i}$ qui passe dans le moteur et le couple que ce dernier fournit. Nous modélisons ainsi $\ddot{\mathbf{q}}_{0,j}$ comme une fonction de $\mathbf{q}_{0,j}$, de sa dérivée et du courant électrique $\mathbf{i}$ circulant dans le moteur :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{0,j} = f_{\mu}\left(\mathbf{q}_{0,j}, \dot{\mathbf{q}}_{0,j}, \mathbf{i}\right) \tag{5.15}$$

5.3 L'estimateur

Nous souhaitons construire un estimateur de l'état :

$$\mathbf{x}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{0,j}^T & \dot{\mathbf{q}}_{0,j}^T & \mathbf{q}_d^T & \dot{\mathbf{q}}_d^T & \tau^T & \mathbf{F}^T \end{pmatrix}^T \tag{5.16}$$

que nous avons défini en section 5.2.1. Pour ce faire nous avons à disposition le vecteur des mesures suivant :

$$\mathbf{u}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_j^T & \mathbf{q}_{0,j}^T & \tau^T & \mathbf{F}^T & \mathbf{y}_a^T & \mathbf{y}_g^T \end{pmatrix}^T \tag{5.17}$$

où $\mathbf{q}_j$ et $\mathbf{q}_{0,j}$ représentent respectivement le vecteur des positions articulaires du robot après et avant flexibilités. La dynamique de l'état est définie par les équations (5.11,5.12,5.13,5.15) qui nous fournissent un moyen de calculer l'accélération de l'état des flexibilités dans chaque articulation. Ceci en fonction de grandeurs qui peuvent être calculées par un simulateur dynamique à partir de la position articulaire avant et après la flexibilité de chaque articulation du robot. Après intégration, cela nous fournit donc un moyen de calculer une prédiction de l'état suivant en fonction de l'état actuel. La dynamique de la mesure s'écrit ainsi :

$$\mathbf{y} = g\left(\mathbf{x}_k\right) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{0,j} + \mathbf{q}_{f,j} \\ \mathbf{q}_{0,j} \\ \tau \\ \mathbf{F} \\ R_{\text{B}}^T(\mathbf{q})\left(\ddot{\boldsymbol{t}}_{\text{B}} + g\mathbf{u}_z\right) \\ R_{\text{B}}^T\left(\mathbf{q}\right)\left(\boldsymbol{\omega}_{\text{B}}\right) \end{pmatrix} \tag{5.18}$$

où $\mathbf{y}_a$ et $\mathbf{y}_g$ sont les mesures de l'accéléromètre et le gyromètre, $R_s\left(\mathbf{q}\right)$ est la matrice de rotation du capteur, $J_{s,p}\left(\mathbf{q}\right)$ et $J_{s,r}\left(\mathbf{q}\right)$ sont les Jacobiennes pour la position et l'orientation de la centrale inertielle. La vitesse angulaire

de la centrale inertielle dans le repère monde $\boldsymbol{\omega}_s$ peut se calculer grâce à la Jacobienne $J_{s,r}(\mathbf{q})$ multipliée par le vecteur des vitesses articulaires :

$$\boldsymbol{\omega}_s = J_{s,r}(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{q}} \tag{5.19}$$

L'accélération linéaire de la centrale inertielle dans le repère monde se calcule à partir de la dérivée de sa vitesse linéaire , elle même calculée, comme pour les vitesses angulaire, en utilisant la Jacobienne $J_{s,p}(\mathbf{q})$:

$$\ddot{\mathbf{t}}_s = \frac{d}{dt}\left(J_{s,p}(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{q}}\right) \tag{5.20}$$

$$= J_{s,p}(\mathbf{q})\,\ddot{\mathbf{q}} + \dot{J}_{s,p}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\,\dot{\mathbf{q}} \tag{5.21}$$

Observabilité : Chaque articulation comporte tous les capteurs nécessaires pour mesurer l'état de la flexibilité de l'articulation (encodeur avant et après la flexibilité), et les couples dans l'articulation avec des capteurs de couples. L'observabilité de l'état des flexibilités est donc triviale. Le seul problème est que le robot Roméo n'a pas de capteurs de forces assez précis dans ses pieds. Le système reste observable mais le manque de précision de ses capteurs inciterait à ne les utiliser que comme des capteurs de présence de contact et à les enlever de l'état que nous avons présenté dans ce chapitre.

5.4 Conclusion

L'estimateur que nous venons de présenter est une généralisation de l'estimateur que nous avons présenté dans les chapitres précédents. Si dans cet estimateur nous égalisons la position de chaque articulation avant flexibilité avec sa position après flexibilité nous obtiendrons exactement le même modèle dynamique, le modèle de contacts flexibles étant le même.

Conclusions

Ce manuscrit de thèse rapporte des travaux que j'ai effectué sur le robot HRP-2 de l'équipe Gepetto du LAAS-CNRS. Ces travaux ont été initiés pour remplacer le stabilisateur historique fourni par les constructeur du robot. Ce stabilisateur a permis jusqu'à présent d'utiliser le robot sans s'occuper de la boucle stabilisatrice des flexibilités. L'inconvénient est que, le code étant secret et le nombre de publications à son sujet étant très faible, il n'est pas possible de comprendre son fonctionnement autrement que par l'intuition. Cet inconvénient a motivé l'initiation des travaux que j'ai présenté dans cette thèse.

Les flexibilités sont souvent vues comme un problème qu'il faut résoudre. Elles peuvent cependant devenir un atout si elles sont bien maîtrisées. Le lien direct qu'elles créent entre les efforts au niveau des contacts aux pieds et l'orientation du robot peut être utilisé en estimation et en stabilisation. Le fait de concentrer toutes les flexibilités en des lieux où elles sont observables permet d'éviter d'exciter des flexibilités structurelles, inévitables et non observables. Le fait de les mettre proches de capteurs de forces permet, outre le fait de protéger les capteurs, d'avoir une redondance sur les efforts mesurés et de les lier à des déformations mesurées par des capteurs cinématiques comme des centrales inertielles.

Les centrales inertielles qui ne sont composées que d'un gyromètre et d'un accéléromètre sont parfois utilisées pour observer par intégration la position et l'orientation du robot. Sans capteurs supplémentaires, ces grandeurs ne sont pas observables. Par contre, la centrale inertielle fournit les informations des effets inertiels induits par la dynamique de son référentiel dans le référentiel inertiel terrestre. Ces informations sont suffisantes pour observer la somme des éventuels efforts de contacts qui créent cette dynamique. Sans magnétomètre, une centrale inertielle est donc plus intéressante comme mesure d'efforts que comme mesure utile à la reconstruction de positions et d'orientations.

L'état de l'art actuel en estimation pour les robots humanoïdes montre que la tendance est à la complexification des modèles pour minimiser les erreurs que les simplifications engendrent. Cette tendance est permise par la puissance actuelle des ordinateurs que les robots embarquent. Dans cette tendance, notre modèle est un compromis entre un modèle trop simple, comme le pendule inverse linéarisé, et un modèle corps-complet du robot, nécessitant une taille de l'état à estimer au moins deux fois supérieure au nombre de degrés de liberté du robot. Comme nous l'avons vu dans cette thèse, les erreurs que nous faisons sur le torseur dynamique (provenant de biais sur le modèle de

masses du robot) et sur le torseur des efforts (provenant du modèle des efforts) sont observables et ont donc un impact qui peut être minimisé.

Publications

- A. Mifsud, M. Benallegue and F. Lamiraux, "Estimation of contact forces and floating base kinematics of a humanoid robot using only Inertial Measurement Units," 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Hamburg, 2015
- M. Benallegue, A. Mifsud and F. Lamiraux, "Fusion of force-torque sensors, inertial measurements units and proprioception for a humanoid kinematics-dynamics observation," 2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), Seoul, 2015
- A. Mifsud, M. Benallegue and F. Lamiraux, "Stabilization of a compliant humanoid robot using only Inertial Measurement Units with a viscoelastic reaction mass pendulum model," 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Daejeon, 2016
- J. Carpentier, A. Del Prete, S. Tonneau, T. Flayols, F. Forget, A. Mifsud, K. Giraud, D. Atchuthan, P. Fernbach, R. Budhiraja, M. Geisert, J. Solà, O. Stasse, N. Mansard, "Multi-contact Locomotion of Legged Robots in Complex Environments – The Loco3D project". RSS Workshop on Challenges in Dynamic Legged Locomotion, Jul 2017, Boston, United States.
- T. Flayols, A. Del Prete, P. Wensing, A. Mifsud, M. Benallegue, O. Stasse. "Experimental Evaluation of Simple Estimators for Humanoid Robots", 2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), Birmingham, 2017
- M. Benallegue, P. Gergondet, H. Audren, A. Mifsud, M. Morisawa, F. Lamiraux, A. Kheddar, F. Kanehiro, "Model-Based External Force/Moment Estimation For Humanoid Robots With No Torque Measurement", 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation 2018.

Annexe A

Linéarisation du pendule inverse flexible avec roue d'inertie

Cette annexe présente la linéarisation de l'accélération de la dynamique du second ordre de la flexibilité du modèle de pendule inverse flexible avec roue d'inertie :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}} = (&R_{\mathrm{P}} I_r R_{\mathrm{P}}^T - m[R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times^2)^{-1}(\boldsymbol{T}_c \\ &- [R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}]_\times \left(m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times^2 R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c} + 2m[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}} + mR_{\mathrm{P}}{}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}} + gm\boldsymbol{u}_z\right) \\ &- \left([\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}} I_r R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + R_{\mathrm{P}} \dot{I}_r R_{\mathrm{P}}^T \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}} + [\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}]_\times R_{\mathrm{P}} \boldsymbol{\sigma}_r + R_{\mathrm{P}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r\right))\end{aligned} \tag{A.1}$$

autour de l'état $\boldsymbol{x}^*$ désiré :

$$\boldsymbol{x}^* = \begin{pmatrix} {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0^T & \mathbf{0}_3^T & \mathbf{0}_3^T & \mathbf{0}_3^T & \mathbf{0}_3^T & \mathbf{0}_3^T \end{pmatrix}^T \tag{A.2}$$

A.1 Linéarisation selon l'état

Nous linéarisons par rapport à l'état $\boldsymbol{x}$:

$$\boldsymbol{x} = \left({}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}^T, \boldsymbol{\Omega}_l^T, \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}^T, {}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}}^T, \boldsymbol{\omega}_l^T, \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}^T\right)^T \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = &\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1} \\ &(gm[uz]_\times - 2m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times \left[\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1} gm[\boldsymbol{u}_z]_\times {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0\right]_\times \\ &+ m\left[\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1} gm[\boldsymbol{u}_z]_\times {}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0\right]_\times [{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times)\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial {}^{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{c}}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = 0_{3,3} \tag{A.5}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial \boldsymbol{\Omega}_l}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = gm\,{}^{\mathrm{P}}I\left[\left[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0\right]_\times \boldsymbol{u}_z\right]_\times \tag{A.6}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_l}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = 0_{3,3} \tag{A.7}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = \left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1}\left(K_{ts} + gm[\boldsymbol{u}_z]_\times[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times\right) \tag{A.8}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{P}}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = -\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1} K_{td} \tag{A.9}$$

A.2 Linéarisation selon la commande

Nous linéarisons par rapport à la commande $\boldsymbol{u}$:

$$\boldsymbol{u} = \left({}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}}^T, \dot{\boldsymbol{\omega}}_l^T\right)^T \tag{A.10}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial {}^{\mathrm{P}}\ddot{\boldsymbol{c}}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = -m\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1}[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times \tag{A.11}$$

$$\left.\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{P}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_l}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*} = -m\left({}^{\mathrm{P}}I - m[{}^{\mathrm{P}}\boldsymbol{c}_0]_\times^2\right)^{-1}{}^{\mathrm{P}}I \tag{A.12}$$

Bibliographie

[Amidi 1990] Omead Amidi. *Integrated mobile robot control*. Rapport technique, Carnegie-Melon univ Pittsburgh PA Robotics Inst, 1990. (Cité en page 6.)

[Aoustin 2008] Yannick Aoustin, Franck Plestan et Vincent Lebastard. *Experimental comparison of several posture estimation solutions for biped robot rabbit*. Dans Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on, pages 1270–1275. IEEE, 2008. (Cité en page 8.)

[Bae 2017] Hyoin Bae et Jun-Ho Oh. *Humanoid state estimation using a moving horizon estimator*. Advanced Robotics, vol. 31, no. 13, pages 695–705, 2017. (Cité en page 11.)

[Baltes 2005] Jacky Baltes, Sara Mcgrath et John Anderson. *The use of gyroscope feedback in the control of the walking gaits for a small humanoid robot*. Dans RoboCup 2004 : Robot Soccer World Cup VIII, pages 628–635. Springer-Verlag, 2005. (Cité en page 8.)

[Barshan 1995] B. Barshan et H. F. Durrant-Whyte. *Inertial navigation systems for mobile robots*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 11, no. 3, pages 328–342, Jun 1995. (Cité en page 7.)

[Benallegue 2014] M. Benallegue et F. Lamiraux. *Humanoid flexibility deformation can be efficiently estimated using only inertial measurement units and contact information*. Dans 2014 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pages 246–251, Nov 2014. (Cité en pages 11, 20, 24 et 56.)

[Benallegue 2015] Mehdi Benallegue et Florent Lamiraux. *Estimation and Stabilization of Humanoid Flexibility Deformation Using Only Inertial Measurement Units and Contact Information*. International Journal of Humanoid Robotics, vol. 12, no. 3, page S0219843615500255, septembre 2015. (Cité en page 75.)

[Bloesch 2013] M. Bloesch, C. Gehring, P. Fankhauser, M. Hutter, M. A. Hoepflinger et R. Siegwart. *State estimation for legged robots on unstable and slippery terrain*. Dans 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 6058–6064, Nov 2013. (Cité en page 7.)

[Bouyarmane 2012] Karim Bouyarmane et Abderrahmane Kheddar. *On the dynamics modeling of free-floating-base articulated mechanisms and*

applications to humanoid whole-body dynamics and control. Dans IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pages 36–42, 2012. (Cité en page 90.)

[Buschmann 2009] T. Buschmann, S. Lohmeier et H. Ulbrich. *Biped walking control based on hybrid position/force control*. Dans 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 3019–3024, Oct 2009. (Cité en page 9.)

[Chung 2001] Hakyoung Chung, L. Ojeda et J. Borenstein. *Accurate mobile robot dead-reckoning with a precision-calibrated fiber-optic gyroscope*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, no. 1, pages 80–84, Feb 2001. (Cité en page 7.)

[Cobano 2008] Jose A Cobano, Joaquin Estremera et P Gonzalez De Santos. *Location of legged robots in outdoor environments*. Robotics and Autonomous Systems, vol. 56, no. 9, pages 751–761, 2008. (Cité en page 7.)

[Crassidis 2007] J. L. Crassidis, F. L. Markley et Y. Cheng. *Survey of nonlinear attitude estimation methods*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 30, no. 1, pages 12–28, 2007. (Cité en page 20.)

[Fallón 2014] M. F. Fallón, M. Antone, N. Roy et S. Teller. *Drift-free humanoid state estimation fusing kinematic, inertial and LIDAR sensing*. Dans 2014 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pages 112–119, Nov 2014. (Cité en page 11.)

[Fuke 1996] Y. Fuke et E. Krotkov. *Dead reckoning for a lunar rover on uneven terrain*. Dans Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, volume 1, pages 411–416 vol.1, Apr 1996. (Cité en page 7.)

[Gassmann 2005] B. Gassmann, F. Zacharias, J. M. Zollner et R. Dillmann. *Localization of Walking Robots*. Dans Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1471–1476, April 2005. (Cité en page 7.)

[Goel 1999] P. Goel, S. I. Roumeliotis et G. S. Sukhatme. *Robust localization using relative and absolute position estimates*. Dans Proceedings 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human and Environment Friendly Robots with High Intelligence and Emotional Quotients (Cat. No.99CH36289), volume 2, pages 1134–1140 vol.2, 1999. (Cité en page 7.)

[Hammouri 2003] Hassan Hammouri et M Farza. *Nonlinear observers for locally uniformly observable systems*. ESAIM : Control, optimisation and calculus of Variations, vol. 9, pages 353–370, 2003. (Cité en page 14.)

[Hermann 1977] R. Hermann et A. Krener. *Nonlinear controllability and observability*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 22, no. 5, pages 728–740, Oct 1977. (Cité en pages 12, 13, 14 et 15.)

[Hur 2007] In Hur, Yosuke Matsuki, Nobuyasu Tomokuni, Jian Huang et Tetsuro Yabuta. *Standing stability of surfing robot without force sensor*. Dans the 25th Annual Conference of the Robotics Society of Japan, 3H11, 2007. (Cité en page 12.)

[Hyon 2007] S. H. Hyon, J. G. Hale et G. Cheng. *Full-Body Compliant Human-Humanoid Interaction : Balancing in the Presence of Unknown External Forces*. IEEE Transactions on Robotics, vol. 23, no. 5, pages 884–898, Oct 2007. (Cité en page 12.)

[Hyon 2009] S. H. Hyon. *Compliant Terrain Adaptation for Biped Humanoids Without Measuring Ground Surface and Contact Forces*. IEEE Transactions on Robotics, vol. 25, no. 1, pages 171–178, Feb 2009. (Cité en page 12.)

[Kajita 2001] S. Kajita, K. Yokoi, M. Saigo et K. Tanie. *Balancing a humanoid robot using backdrive concerned torque control and direct angular momentum feedback*. Dans ICRA, 2001. (Cité en page 12.)

[Kajita 2003] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi et H. Hirukawa. *Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point*. Dans International Conference on Robotics and Automation (ICRA), volume 2, pages 1620 – 1626, sept. 2003. (Cité en page 12.)

[Kajita 2005] S. Kajita, T. Nagasaki, K. Kaneko, K. Yokoi et K. Tanie. *A running controller of humanoid biped HRP-2LR*. Dans Intl. Conf. Robotics and Automation, (ICRA)., pages 616–622. IEEE, 2005. (Cité en page 12.)

[Kajita 2010] S. Kajita, M. Morisawa, K. Miura, S. Nakaoka, K. Harada, K. Kaneko, F. Kanehiro et K. Yokoi. *Biped walking stabilization based on linear inverted pendulum tracking*. Dans Intelligent Robots and Systems (IROS), pages 4489–4496, Oct 2010. (Cité en pages 9 et 12.)

[Kanehira 2002] N. Kanehira, T. Kawasaki, S. Ohta, T. Ismumi, T. Kawada, F. Kanehiro, S. Kajita et K. Kaneko. *Design and experiments of advanced leg module (HRP-2L) for humanoid robot (HRP-2) development*. Dans Intelligent Robots and Systems, volume 3, pages 2455–2460, 2002. (Cité en page 23.)

[Kang 2009] C. W. Kang et C. G. Park. *Attitude estimation with accelerometers and gyros using fuzzy tuned Kalman filter*. Dans 2009 Euro-

pean Control Conference (ECC), pages 3713–3718, Aug 2009. (Cité en page 7.)

[Khandelwal 2013] S. Khandelwal et Christine Chevallereau. Estimation of the trunk attitude of a humanoid by data fusion of inertial sensors and joint encoders, pages 822–830. WORLD SCIENTIFIC, 2013. (Cité en page 9.)

[Kim 1998] Min Chul Kim et Wan Kyun Chung. *Posture estimation of a car-like mobile robot using disturbance conditions.* Advanced robotics, vol. 13, no. 2, pages 189–202, 1998. (Cité en page 7.)

[Kubelka 2012] V. Kubelka et M. Reinstein. *Complementary filtering approach to orientation estimation using inertial sensors only.* Dans Robotics and Automation (ICRA), pages 599–605, May 2012. (Cité en page 20.)

[Kwon 2007] SangJoo Kwon et Yonghwan Oh. *Estimation of the center of mass of humanoid robot.* Dans 2007 International Conference on Control, Automation and Systems, pages 2705–2709, Oct 2007. (Cité en page 8.)

[Lebastard 2006] V Lebastard, Y Aoustin, F Plestan et L Fridman. *Absolute orientation estimation based on high order sliding mode observer for a five link walking biped robot.* Dans Variable Structure Systems, 2006. VSS'06. International Workshop on, pages 373–378. IEEE, 2006. (Cité en page 8.)

[Lebastard 2011] V. Lebastard, Y. Aoustin et F. Plestan. *Estimation of Absolute Orientation for a Bipedal Robot : Experimental Results.* IEEE Transactions on Robotics, vol. 27, no. 1, pages 170–174, Feb 2011. (Cité en page 8.)

[Lee 2007] S. H. Lee et A. Goswami. *Reaction Mass Pendulum (RMP) : An explicit model for centroidal angular momentum of humanoid robots.* Dans Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 4667–4672, April 2007. (Cité en page 73.)

[Li 2012] Z. Li, B. Vanderborght, N. G. Tsagarakis, L. Colasanto et D. G. Caldwell. *Stabilization for the compliant humanoid robot COMAN exploiting intrinsic and controlled compliance.* Dans 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 2000–2006, May 2012. (Cité en page 12.)

[Lowrey 2016] K. Lowrey, J. Dao et E. Todorov. *Real-time state estimation with whole-body multi-contact dynamics : A modified UKF approach.* Dans 2016 IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), Nov 2016. (Cité en page 10.)

[Ma 1999] Yi Ma, J. Kosecka et S. S. Sastry. *Vision guided navigation for a nonholonomic mobile robot.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, no. 3, pages 521–536, Jun 1999. (Cité en page 7.)

[Mansard 2009] N. Mansard, O. Stasse, P. Evrard et A Kheddar. *A versatile Generalized Inverted Kinematics implementation for collaborative working humanoid robots : The Stack Of Tasks.* Dans International Conference on Advanced Robotics, pages 1–6, June 2009. (Cité en page 55.)

[Masuya 2013] K. Masuya et T. Sugihara. *A dual-stage complementary filter for dead reckoning of a biped robot via estimated contact point.* Dans 2013 13th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), pages 112–117, Oct 2013. (Cité en page 9.)

[Mikami 2014] Y. Mikami, T. Moulard, E. Yoshida et G. Venture. *Identification of HRP-2 foot's dynamics.* Dans Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on, pages 927–932, Sept 2014. (Cité en page 54.)

[Morris 2006] B Morris, ER Westervelt, C Chevallereau, G Buche et JW Grizzle. *Achieving bipedal running with RABBIT : Six steps toward infinity.* Dans Fast Motions in Biomechanics and Robotics, pages 277–297. Springer, 2006. (Cité en page 12.)

[Murray 1994] R.M. Murray, Z. Li, S.S. Sastry et S.S. Sastry. A mathematical introduction to robotic manipulation. Taylor & Francis, 1994. (Cité en page 26.)

[Ott 2011] C. Ott, M.A. Roa et G. Hirzinger. *Posture and balance control for biped robots based on contact force optimization.* Dans Humanoid Robots (Humanoids), 2011 11th IEEE-RAS International Conference on, pages 26–33, Oct 2011. (Cité en page 12.)

[Park 2009] Sangbum Park, Youngjoon Han et Hernsoo Hahn. *Balance control of a biped robot using camera image of reference object.* International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 7, no. 1, pages 75–84, 2009. (Cité en page 9.)

[Perrin 2013] N. Perrin, N. Tsagarakis et D. G. Caldwell. *Compliant attitude control and stepping strategy for balance recovery with the humanoid COMAN.* Dans 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 4145–4151, Nov 2013. (Cité en page 12.)

[Piperakis 2016] S. Piperakis et P. Trahanias. *Non-linear ZMP based state estimation for humanoid robot locomotion.* Dans 2016 IEEE-RAS 16th

International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), pages 202–209, Nov 2016. (Cité en pages 10 et 36.)

[Pongsak 2002] Lekskulchai Pongsak, Masafumi Okada et Yoshihiko Nakamura. *Optimal Filtering for Humanoid Robot State Estimators*. System Integration Division Annual Conference (SICE), vol. si2002, pages 297–297, 2002. (Cité en page 8.)

[Reinstein 2013] M. Reinstein et M. Hoffmann. *Dead Reckoning in a Dynamic Quadruped Robot Based on Multimodal Proprioceptive Sensory Information*. IEEE Transactions on Robotics, vol. 29, no. 2, pages 563–571, April 2013. (Cité en page 7.)

[Roston 1992] G. P. Roston et E. P. Krotkov. *Dead Reckoning Navigation For Walking Robots*. Dans Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, volume 1, pages 607–612, Jul 1992. (Cité en page 6.)

[Rotella 2014] N. Rotella, M. Bloesch, L. Righetti et S. Schaal. *State estimation for a humanoid robot*. Dans 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 952–958, Sept 2014. (Cité en page 11.)

[Rotella 2015] N. Rotella, A. Herzog, S. Schaal et L. Righetti. *Humanoid momentum estimation using sensed contact wrenches*. Dans 2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), pages 556–563, Nov 2015. (Cité en page 11.)

[Stephens 2010] B. J. Stephens et C. G. Atkeson. *Push Recovery by stepping for humanoid robots with force controlled joints*. Dans 2010 10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pages 52–59, Dec 2010. (Cité en page 9.)

[Stephens 2011] B. J. Stephens. *State estimation for force-controlled humanoid balance using simple models in the presence of modeling error*. Dans 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 3994–3999, May 2011. (Cité en page 9.)

[Sukkarieh 1999] S. Sukkarieh, E. M. Nebot et H. F. Durrant-Whyte. *A high integrity IMU/GPS navigation loop for autonomous land vehicle applications*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, no. 3, pages 572–578, Jun 1999. (Cité en page 7.)

[Tajima 2009] R. Tajima, D. Honda et K. Suga. *Fast running experiments involving a humanoid robot*. Dans 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1571–1576, May 2009. (Cité en page 12.)

[Vaganay 1993] J. Vaganay, M. J. Aldon et A. Fournier. *Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data*. Dans [1993] Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 277–282 vol.1, May 1993. (Cité en page 7.)

[Vukobratović 2004] Miomir Vukobratović et Branislav Borovac. *Zero-moment point—thirty five years of its life*. International Journal of Humanoid Robotics, vol. 1, no. 01, pages 157–173, 2004. (Cité en page 71.)

[Whitman 2012] E. C. Whitman, B. J. Stephens et C. G. Atkeson. *Torso rotation for push recovery using a simple change of variables*. Dans 2012 12th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids 2012), pages 50–56, Nov 2012. (Cité en page 12.)

[Wieber 2002] P.-B. Wieber. *On the stability of walking systems*. Dans Proceedings of the International Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics, Tsukuba, Japan, 2002. (Cité en pages 18, 63 et 71.)

[Wieber 2006] P. B. Wieber. *Holonomy and nonholonomy in the dynamics of articulated motion*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 340, pages 411–425, 2006. (Cité en page 90.)

[Wittmann 2015] R. Wittmann, A. C. Hildebrandt, D. Wahrmann, D. Rixen et T. Buschmann. *State estimation for biped robots using multibody dynamics*. Dans 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pages 2166–2172, Sept 2015. (Cité en pages 10 et 36.)

[Xinjilefu 2012] Xinjilefu et C. G. Atkeson. *State estimation of a walking humanoid robot*. Dans 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 3693–3699, Oct 2012. (Cité en page 9.)

[Xinjilefu 2014a] X. Xinjilefu, S. Feng et C. G. Atkeson. *Dynamic state estimation using Quadratic Programming*. Dans 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 989–994, Sept 2014. (Cité en page 10.)

[Xinjilefu 2014b] X. Xinjilefu, S. Feng, W. Huang et C. G. Atkeson. *Decoupled state estimation for humanoids using full-body dynamics*. Dans 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 195–201, May 2014. (Cité en pages 10, 11 et 26.)

[Zhang 2013] Y. Zhang, K. Chen et J. Yi. *Rider Trunk and Bicycle Pose Estimation With Fusion of Force/Inertial Sensors*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 60, no. 9, pages 2541–2551, Sept 2013. (Cité en page 9.)

Résumé : Cette thèse traite de l'estimation et de la stabilisation de l'état des compliances passives présentes dans les chevilles du robot humanoïde HRP-2. Ces compliances peuvent être vues comme un degré de liberté unique et observable, sous quelques hypothèses qui sont explicitées. L'estimateur utilise des mesures provenant de la centrale inertielle située dans le torse du robot et éventuellement des capteurs de forces situés dans ses pieds. Un filtre de Kalman étendu est utilisé pour l'estimation d'état. Ce filtre utilise un modèle complet de la dynamique du robot, pour lequel la dynamique interne du robot, considérée comme parfaitement connue et contrôlée, a été découplée de la dynamique de la compliance passive du robot. L'observabilité locale de l'état a été montrée en considérant ce modèle et les mesures provenant de la centrale inertielle seule. Il a de plus été montré que l'ajout des mesures des capteurs de forces dans les pieds du robot permet de compléter l'état avec des mesures d'erreurs dans le modèle dynamique du robot. L'estimateur a été validé expérimentalement sur le robot humanoïde HRP-2. Sur cet estimateur a été construit un stabilisateur de l'état de la compliance d'HRP-2. L'état commandé est la position et vitesse du centre de masse (contrôle indirecte de la quantité de mouvement) du robot, l'orientation et la vitesse angulaire de son tronc (contrôle indirecte du moment cinétique), ainsi que l'orientation et la vitesse angulaire de la compliance. Les grandeurs de commande sont l'accélération du centre de masse du robot et l'accélération angulaire de son tronc. Un régulateur quadratique linéaire (LQR) a été utilisé pour calculer les gains du retour d'état, basé sur un modèle appelé "pendule inverse flexible à roue d'inertie" qui consiste en un pendule inverse dont la base est flexible et où une répartition de masse en rotation autour du centre de masse du robot représente le tronc du robot. Des tests ont été effectués sur le robot HRP-2 en double support, utilisant l'estimateur décrit précédemment avec ou sans les capteurs de forces.

Mots clés : estimation, asservissement, robotique humanoïde