

Conception et analyse de micro-résonateurs optiques pour la génération de peignes de fréquences

Clément Arlotti

▶ **To cite this version:**

Clément Arlotti. Conception et analyse de micro-résonateurs optiques pour la génération de peignes de fréquences. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Toulouse 3 Paul Sabatier, 2017. Français. NNT : . tel-01681181v1

HAL Id: tel-01681181

https://laas.hal.science/tel-01681181v1

Submitted on 11 Jan 2018 (v1), last revised 11 Jan 2019 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Fédérale
Toulouse Midi-Pyrénées

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Présentée et soutenue par :
Clément ARLOTTI

le vendredi 8 décembre 2017

Titre :

Conception et analyse de micro-résonateurs optiques pour la génération de peignes de fréquences

---

École doctorale et discipline ou spécialité :
ED GEET : Photonique et Systèmes Optoélectroniques

Unité de recherche :
LAAS - CNRS

Directeur/trice(s) de Thèse :

Stéphane CALVEZ, Chargé de Recherche LAAS-CNRS (HDR)
Guilhem ALMUNEAU, Chargé de Recherche LAAS-CNRS (HDR)

Jury :
Patrice FERON, Professeur, ENSSAT - Univ. Rennes 1, Rapporteur
Régis OROBTCHOUK, Maître de Conférences, INSA Lyon, Rapporteur
Philippe ARGUEL, Professeur, Univ. Toulouse III Paul Sabatier, Président du Jury
Nadia BELABAS, Chargée de recherche, C2N - CNRS, Examinateur
Laurent CHUSSEAU, Directeur de Recherche, IES Univ. Montpellier 2, Examinateur
Philippe ADAM, DGA, Invité
François-Xavier ESNAULT, CNES, Invité

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Stéphane Calvez, pour m'avoir encadré, aidé et soutenu tout au long de ce travail. Sa patience et son ouverture d'esprit ont contribué à faire de cette thèse une expérience extrêmement enrichissante aux points de vue humain et scientifique.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'évaluer ces travaux, pour leur relecture attentive du manuscrit, leurs remarques pertinentes et leurs questions stimulantes.

D'autre part, ce travail n'aurait pu être effectué sans le soutien financier de la DGA et du CNES. Je remercie donc respectivement Philippe Adam pour ses visites régulières et François-Xavier Esnault pour ses conseils avisés et son implication depuis les premiers instants de cette thèse.

Amitiés et gratitude à tous les membres de l'équipe PHOTO du LAAS. Les permanents (Guilhem, Olivier, Antoine, Stéphane, Philippe, Chantal, Françoise, Henri …) pour leur gentillesse, leur implication et leur sens du partage. Les doctorants, les stagiaires et de manière générale les occupants de l'open-space que j'ai pu croiser en trois ans (Sylvain A., Kévin, Léopold, Ludo, Inès, Sylvain P., Brice, Gaël, Ksenia, Scott, Clara, Jonathan, Marianne, Roman, Alexia, Romain, Anatole ...), pour leur complicité, leur bienveillance et tous ces beaux moments passés ensemble, qui resteront longtemps dans ma mémoire. Merci à mes amis du LAAS (Napoléon, Ali, Ayda, Ahmet, Céline, Andrea, Lucien ...) et de l'extérieur (Guillaume, Julien, Florian, Jimmy, François, Vincent, Téo, Radek, Hélène, Margaux ...) pour leur soutien local ou à distance et nos discussions philosophiques politiques et épistémologiques qui m'ont stimulé et permis de garder le bout d'un orteil dans le monde réel.

A ceux que j'aurais oubliés, je présente mes excuses et laisse la possibilité d'inscrire leur nom sur leur exemplaire papier du présent manuscrit : Je remercie _____ pour _____. (L'auteur décline toute responsabilité quant à d'éventuels détournements de ces lignes laissées blanches ;-))

Enfin, je remercie profondément toute ma famille pour m'avoir épaulé, soutenu et protégé de manière inconditionnelle lorsque j'en ai eu besoin.

Note au lecteur : La section remerciements est généralement la plus lue et la mieux comprise d'un manuscrit de thèse. Je profite donc de ce bref instant de clarté pour m'adresser directement aux éventuels étudiants qui hésiteraient à se lancer dans l'exigeante aventure du doctorat : dans les temps qui viennent nous allons avoir collectivement grand besoin de sciences et d'esprit critique, alors « vous qui entrez … gardez toute espérance » !

Résumé

Les micro-résonateurs à modes de galerie, qu'ils soient déclinés sous forme de disques, anneaux ou hippodromes, sont devenus les éléments constitutifs clés de nombreux composants photoniques de haute performance. Les réalisations exploitant les semiconducteurs III-V sont particulièrement attrayantes car elles ouvrent la possibilité d'intégrer conjointement des sections actives et passives et donc de diversifier les fonctionnalités sur une même puce photonique. Au niveau technologique, l'intégration verticale du résonateur au-dessus de ses guides d'accès permet de distribuer les fonctions actives et passives sur des plans distincts et de faciliter la réalisation des composants grâce à des procédés mieux maitrisés. Une technique de fabrication récemment introduite dans l'équipe et basée sur la filière AlGaAs/AlOx a ainsi permis de réaliser, à l'aide d'étapes simples, des micro-disques couplés verticalement à leur guide d'accès. Les performances de ces composants restent toutefois limitées en raison de leur architecture, complexifiée par les empilements multicouches qui les constituent.

Les travaux de recherche menés au cours de cette thèse ont porté sur la faisabilité d'émettre un peigne de fréquences optiques à partir de ces résonateurs. Pour cela, les composants doivent être conçus de manière à présenter un facteur de qualité suffisamment élevé tout en maximisant la puissance circulant dans la cavité, afin de pouvoir déclencher les processus non-linéaires à la base de la génération du peigne. Pour un composant monomode transverse, la puissance intracavité est maximale lorsque le système opère en régime de couplage critique, c'est-à-dire lorsque les pertes internes à la cavité sont égales aux pertes externes (ou pertes par couplage).

Nous avons donc développé un outil semi-analytique basé sur une expansion modale afin de réaliser une modélisation paramétrique large bande des performances des systèmes couplés verticalement, encore peu étudiés, tant au plan théorique que pratique.

Notre modèle générique exploite la théorie des modes couplés (CMT) et les relations universelles régissant les propriétés spectrales des micro-résonateurs couplés. Nous l'avons étendu en étudiant l'influence spectrale de différents paramètres opto-géométriques sur la fonction de transfert de la cavité couplée et avons, en particulier, mis en évidence par une approche variationnelle, deux conditions théoriques permettant d'obtenir un régime critique achromatique lorsque la cavité et son guide d'accès sont désaccordés en phase. Ce modèle à d'abord été appliqué à la simulation de résonateurs en hippodromes exploitant la filière Si3N4/SiO2 car plusieurs études ont déjà démontré la génération de peignes avec cette plateforme technologique. Ces travaux ont abouti au dessin de structures désaccordées en phase et technologiquement réalisables dont la bande passante critique est augmentée d'un ordre de grandeur par rapport au cas plus répandu de guides accordés en phase. Nous avons ensuite initié une évaluation numérique de la génération de peignes de fréquences, basée sur la résolution itérative de l'équation de Schrödinger non-linéaire prenant en compte les variations des propriétés spectrales et dispersives de ces hippodromes.

Le modèle générique a enfin été appliqué aux micro-disques AlGaAs/AlOx. Pour cela, nous avons introduit un critère permettant d'utiliser la CMT dans le cas de coupleurs asymétriques présentant une zone de séparation multicouche. Les résultats, en bon accord avec l'expérience, nous ont permis de mieux appréhender les limitations des dispositifs réalisés et de proposer de nouvelles structures pour en améliorer les performances. Le dessin d'une nouvelle structure AlGaAs/AlOx multicouche permettant d'améliorer les facteurs de qualité des résonateurs jusqu'à deux ordres de grandeurs a ainsi été proposé. La validation expérimentale des dessins proposés tant pour la filière Si3N4/SiO2 que AlGaAs/AlOx est en cours.

Abstract

Whispering-gallery –mode micro-resonators, whether in the form of disks, rings or racetracks, have become the key building blocks of many high-performance photonic components. The embodiments exploiting the III-V semiconductors are particularly attractive for they open the possibility of integrating active and passive sections together and therefore diversify the functionalities on the same photonic chip. Furthermore, the vertical integration of the resonator above its access waveguide(s) makes it possible to distribute the active and passive functions on distinct planes and makes the realization of the components easier by using better-controlled methods. A fabrication technique recently introduced in the team and based on the AlGaAs / AlOx technological platform, allowed us to realize, by means of simple steps, vertically-coupled microdisks. The performance of these components, however, is limited due to their architecture, complicated by their constitutive multilayer stack.

The research carried out during this PhD thesis focused on the feasibility of emitting an optical frequency comb from these resonators. For this purpose, the components must be designed so as to present a sufficiently high quality factor while maximizing the power circulating in the cavity in order to be able to trigger the non-linear processes required for the comb generation. For a transverse single-mode component, the intracavity power is maximal when the system operates in critical coupling regime, i.e .when the losses inside the cavity are equal to external losses (or coupling losses). As a first step, we have developed a semi-analytical tool based on a modal expansion in order to carry out a broadband parametric study of the performances of vertically coupled systems. Up to now, this coupling layout has indeed been little studied, both theoretically and practically. Our generic model, based on the coupled mode theory (CMT) and the universal relations governing the spectral properties of coupled micro-resonators, reveals two theoretical conditions for obtaining an achromatic critical-coupling regime when the cavity and its access waveguide are phase-mismatched. We first applied it to the simulation of single-mode racetrack resonators made of Si3N4 / SiO2 since several studies have already demonstrated comb generation using this technological platform. Our work resulted in the design of phase-mismatched and technologically feasible structures with critical-copuling bandwidths being increased by one order of magnitude compared to the reference case of phase-matched waveguides. We subsequently initiated a numerical evaluation of frequency comb generation, based on the iterative resolution of the non-linear Schrödinger equation taking into account the variations of the spectral and dispersive properties of these racetracks. The generic model has finally been applied to AlGaAs / AlOx microdisks. For this purpose, we have introduced a criterion allowing an unambiguous implementation of CMT in the case of asymmetric couplers having a multi-layer separation zone. The results, in good agreement with experimental data, allowed us to better understand the limitations of the fabricated devices and to propose new structures AlGaAs / AlOx with improved performances. The experimental validation of the proposed designs for both the Si3N4 / SiO2 and AlGaAs / AlOx components is currently in progress.

Table des matières :

Chapitre 1 Introduction aux peignes de fréquences à base de micro-résonateurs à modes de galerie 7
1.1 Présentation générale 7
1.2 Principe de la génération de peignes par effet Kerr 8
1.2.1 Effet Kerr dégénéré 8
1.2.2 Effet Kerr non-dégénéré 10
1.3 Modélisation et couverture spectrale 11
1.4 Etudes préliminaires et réalisations technologiques en amont 13
1.4.1 Choix des matériaux 13
1.4.2 Fabrication de micro-disques couplés verticalement 14
1.4.3 Caractérisations optiques 17
1.5 Problématiques étudiées et organisation du manuscrit 18
1.6 Bibliographie du chapitre 1 19
Chapitre 2 Description des guides d'ondes droits et courbés 21
2.1 Introduction au principe du guidage optique 21
2.2 Propagation de la lumière dans un guide d'ondes droit : éléments de description mathématique. 23
2.2.1 Guides d'ondes de type "slab" 25
2.2.2 Propagation de la lumière dans un guide à section bidimensionnelle : 28
2.3 Propagation de la lumière dans les guide courbés 34
2.3.1 Introduction aux modes de galerie 34
2.3.2 Les résonateurs circulaires en termes d'optique géométrique 35
2.3.3 résolution du problème élecromagnétique 37
2.4 Conclusion du chapitre 2 51
2.5 Bibliographie du chapitre 2 52
Chapitre 3 Dispersion et pertes dans les micro-résonateurs 53
3.1 Dispersion dans les résonateurs 53
3.1.1 Ingénierie de la dispersion 54
3.1.2 Compensation et gestion de la dispersion 63
3.2 Pertes internes dans les micro-résonateurs 70
3.2.1 Pertes par courbure 71
3.2.2 Pertes dues à la rugosité 72
3.2.3 Fuites vers le slab dans les composants AlGaAs/AlOx 75
3.2.4 Pertes totales dans les composants AlGaAs/AlOx 76
3.3 Conclusion du chapitre 3 79
3.4 Bibliographie du chapitre 3 80

Chapitre 4 Couplage et coupleurs : analyse par la théorie des modes couplés (CMT) 83
4.1 Généralités. 83
4.2 Réalisation pratique. 83
4.3 Choix de la méthode de simulation des performances 86
4.4 Théorie des modes couplés(CMT) 91
4.4.1 Eléments de formalisme mathématique 91
4.4.2 Interprétation physique des coefficients de couplage 92
4.4.3 Application au cas d'un coupleur directionnel monomode 94
4.5 Conclusion du chapitre 4 105
4.6 Bibliographie du chapitre 4 106
Chapitre 5 Résonateurs à couplage critique achromatique 109
5.1 Introduction 109
5.2 Modèle Théorique. 110
5.3 Etude de cas numérique 115
5.3.1 Considérations générales 115
5.3.2 Dessin et caractéristiques du résonateur. 116
5.3.3 Cas de référence (quasi-)accordé en phase. 117
5.3.4 Cas désaccordés en phase. 120
5.4 Résumé des résultats obtenus sur le couplage critique achromatique. 132
5.5 Application du modèle aux disques AlGaAs/AlOx 133
5.5.1 Comparaison aux résultats expérimentaux 133
5.5.2 Proposition d'amélioration des performances obtenues 139
5.6 Conclusion du chapitre 5 144
5.7 Bibliographie du chapitre 5 145
Conclusion générale 147
Annexe A Vérification de la conservation de la puissance dans le coupleur bimode. 150
Annexe B Analyse générique d'un coupleur directionnel 151
Méthode générique 151
Application au coupleur directionnel bimode. 152
Exemple d'un coupleur constitué d'un guide d'accès monomode et d'un résonateur bimode 153
Annexe C Publications scientifiques relatives à ce travail de thèse 155

Chapitre 1

Introduction aux peignes de fréquences à base de micro-résonateurs à modes de galerie

Un moine s'adressa à Joshu :
-Maître, je suis novice. Instruis-moi, je te prie.
Joshu répondit par une question :
-As-tu fini ton repas ?
-Oui, répondit le moine.
-Alors, va laver ton bol !

Wumen Huikai, *La Barrière sans porte*

1.1 Présentation générale

Les lasers impulsionnels à modes synchronisés sont des sources optiques produisant des impulsions de courte durée à intervalle régulier, dont le spectre correspond à un peigne de fréquences régulièrement espacées. Lorsque la gamme spectrale couverte, entre la fréquence la plus petite f_{min} et la fréquence la plus élevée f_{max}, est suffisamment importante (i.e. supérieure ou égale à une octave ($f_{max} \geq 2f_{min}$)), ces sources peuvent être asservies afin de contrôler chacune des raies spectrales. On parle alors de peignes de fréquences référencés. Typiquement, cette technique repose sur le doublage de la fréquence f_{min} par un cristal non-linéaire puis sur la stabilisation du battement entre la seconde harmonique $2f_{min}$ ainsi générée et son équivalent dans le spectre du peigne. La mise en œuvre de tels systèmes, qui rend possible un contrôle fréquentiel record, a donné lieu à l'attribution du prix Nobel de physique en 2005 aux inventeurs de la méthode, les professeurs J.L. Hall et T.W. Hänsch [1], [2]. L'utilisation des peignes de fréquences optiques ouvre de nouvelles perspectives pour une vaste gamme d'applications, au nombre desquelles figurent les mesures de distance de haute précision (Lidar, etc..), la synthèse de fréquences, la calibration d'instruments (astronomiques) ou encore la spectroscopie atomique et moléculaire [3], [4]. Dans le domaine médical notamment, ces raies spectrales contrôlées sur une large gamme fréquentielle permettent la détection de biomarqueurs dans l'air expiré par des patients atteints d'ulcères, de diabète ou de cancers et sont donc pressenties comme un moyen d'établir un diagnostic fiable, à l'aide d'un seul système spectroscopique [5], [6]. Les peignes de fréquences trouvent également des applications en physique fondamentale, notamment via l'étude des molécules utra-froides, permettant la mesure des caractéristiques atomiques élémentaires comme le rapport de masse électron/proton [7]. Ils peuvent enfin être utilisés comme support physique d'information dans l'implémentation d'algorithmes de calcul quantique [8] et permettent le développement d'horloges atomiques ultra-stables reposant sur des transitions optiques [9], [10]. Cependant, malgré de nombreux efforts de développement et notamment un transfert de technologie vers les lasers à fibre, ces systèmes (exploités commercialement depuis peu par la société Menlo Systems GmbH [11]) restent relativement complexes, chers et peu adaptés pour les applications embarquées, bien qu'un prototype opérationnel ait récemment été emporté sur fusée sonde avec succès [12]. Une approche alternative pour générer des peignes de fréquences, proposée et validée à partir de 2007 [13], repose sur l'excitation non-linéaire de micro-résonateurs optiques à modes de galerie (WGM) à haut facteur de qualité pompés en régime continu par un laser à faible largeur de raie. Ces micro-résonateurs, qu'ils

soient déclinés sous forme de micro-disque, micro-sphère, anneau ou hippodrome, présentent en effet l'avantage de confiner la lumière par réflexions totales internes à la périphérie de leur cavité circulaire [14], produisant ainsi, en raison de leur très faible volume, une exaltation de champ favorable à la génération de processus non-linéaires. Cette approche est conceptuellement intégrable sur puce et donc plus intéressante en termes de compacité et de fiabilité, en particulier pour les applications spatiales, tant dans les domaines optique que micro-ondes, étant donné les taux de répétition atteignables (de 10 à 1000 GHz). Il reste néanmoins de nombreuses études à mener notamment pour comprendre et maitriser les paramètres physiques et technologiques permettant d'obtenir des peignes de fréquences robustes, stables, précis et plus énergétiquement efficaces mais aussi pour qualifier ces systèmes pour des applications embarquées.

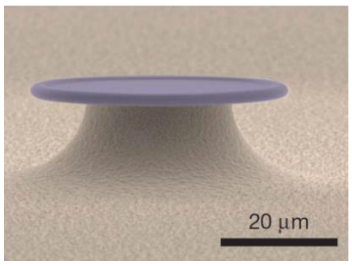


Fig. 1.1 : Image au microscope électronique d'un micro-réonateur de forme toroïdale réalisé sur silicium [13]

Les travaux sur les peignes de fréquences à base de résonateurs à modes de galerie ont débuté en 2004 avec la première génération de cinq fréquences distinctes à partir d'un micro-tore en silice pompé à une seule fréquence [15]. Ce n'est que trois ans plus tard, avec un démonstrateur présentant 47 raies, que la régularité de l'espacement entre les différentes fréquences générées par un tel système a été établie comme étant aussi bonne que celle issue d'un peigne de fréquences à base d'un laser à fibre impulsionnel [13]. Ce dernier résultat peut être considéré comme le point de départ de l'activité sur les peignes de fréquences à micro-résonateurs à modes de galerie.

Depuis, les voies de recherche explorées sur le sujet peuvent être classifiées selon quatre axes:

- l'extension de la gamme spectrale couverte,
- la fiabilisation de ces systèmes en faisant évoluer les techniques de pompe et de couplage avec le résonateur,
- le développement de modèles pour mieux cerner la physique du processus de génération et les limites de ce type de sources,
- La validation des propriétés temps-fréquences et l'étude de la stabilisation de ces systèmes.

1.2 Principe de la génération de peignes par effet Kerr

1.2.1 Effet Kerr dégénéré

L'espacement fréquentiel des modes du peigne est donné par l'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité (également appelé taux de répétition f_r du laser, qui est l'inverse du temps requis pour qu'une impulsion lumineuse circule à travers la cavité). On le note :

$$\Delta\nu = \frac{c}{n_g L} \tag{1.1}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide et

$$n_g = n_{eff}(\omega) + \omega \frac{\partial n_{eff}(\omega)}{\partial \omega} \tag{1.2}$$

est l'indice de groupe qui quantifie les variations de l'indice effectif n_{eff} (défini au chapitre 2) de la cavité avec la pulsation ω. Enfin L est la longueur du résonateur.

Les impulsions successives émises par un laser à verrouillage de mode n'étant généralement pas identiques en raison de la différence entre leur vitesse de phase et leur vitesse de groupe dans le milieu dispersif de la cavité, il en résulte un décalage global f_0 sur l'ensemble du peigne. De ce fait, les fréquences optiques des modes s'expriment comme :

$$\nu_n = f_0 + m \times f_r \tag{1.3}$$

où m est un entier correspondant à l'ordre du mode considéré. Le phénomène de multiplication du nombre de fréquences est le résultat d'effets d'optique non-linéaire du troisième ordre : les mélanges à quatre ondes ou 4WM (« four-wave mixing » en Anglais) dégénérés et non-dégénérés (fig. 1.2). Ceux-ci trouvent leur origine dans l'effet Kerr, qui se traduit par la dépendance de l'indice de réfraction du milieu à l'intensité s'y propageant :

$$n = n_0 + I \times n_2 \tag{1.4}$$

où n_2 est le coefficient Kerr, n_0 l'indice de réfraction linéaire et I l'intensité optique.

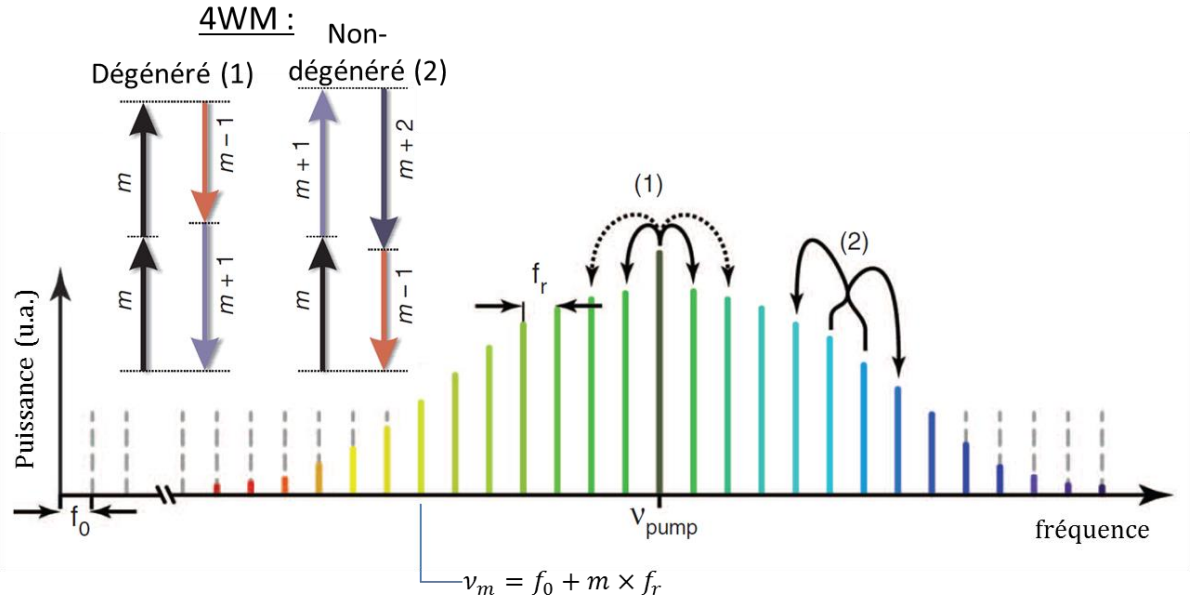


Fig. 1.2 : Schéma du spectre d'un peigne de fréquences optiques caractérisé par son taux de répétition f_r (ou $\Delta\nu$) et son décalage fréquentiel f_0. Lorsque le peigne est généré par un micro résonateur, la fréquence du laser de pompe fait partie du peigne. Ce dernier est initié par mélange à quatre ondes dégénéré (qui convertit deux photons de fréquences identiques en une paire de photons dont les fréquences sont respectivement plus haute et plus basse) et étendu par 4WM non dégénéré (dans lequel les quatre photons ont des fréquences différentes). [13], [16]

Le peigne est tout d'abord initié par mélange à quatre ondes dégénéré [16]. Ce processus paramétrique détruit deux photons de pompe de fréquence identique ν_p pour créer une nouvelle paire de photons dont l'un des deux aura une fréquence plus élevée appelée signal (ν_s) et l'autre une fréquence plus faible appelée idler (ν_i).

Etant donné que les constantes de propagation des modes des résonateurs WGM s'expriment comme $\beta_m = \frac{m}{R}$ où m est l'indice angulaire du mode considéré et R le rayon de la cavité circulaire (voir chapitre 2), le moment cinétique est intrinsèquement conservée au cours de ce processus pour deux modes signal et idler $\beta_{m-\Delta m}$ et $\beta_{m+\Delta m}$ avec $\Delta m = 1,2,3$ ..., de sorte que

$$2\beta_p = \beta_s + \beta_i \tag{1.5}$$

pour des modes symétriquement espacés.

La conservation de l'énergie

$$2h\nu_p = h\nu_i + h\nu_s \quad (1.6)$$

avec h la constante de Planck, implique que ces deux nouvelles composantes fréquentielles soient equidistantes par rapport à la pompe, c'est-à-dire

$$\nu_s = \nu_p + \Upsilon \quad (1.7)$$

$$\nu_i = \nu_p - \Upsilon \quad (1.8)$$

où 2Υ est la séparation fréquentielle des deux bandes latérales créées. Il s'agit là d'une contrainte forte sur la dispersion de la cavité (i.e. la variation des indices de réfraction avec la fréquence), car la différence de fréquence entre deux modes adjacents d'un résonateur (son ISL) peut varier spectralement (voir équation (1.1)). Or les fréquences du signal et de l'idler doivent coïncider avec les modes de résonance du micro-résonateur afin de rendre possible les processus non linéaires et la génération de bandes latérales (voir fig. 1.3)

1.2.2 Effet Kerr non-dégénéré

Les bandes latérales du signal et de l'idler ainsi générées interagissent alors entre elles pour produire des bandes latérales d'ordre plus élevé par mélange à quatre ondes non-dégénéré, garantissant que la différence de fréquence entre la pompe et la première bande latérale

$$\delta\nu = |\nu_s - \nu_p| = |\nu_i - \nu_p| \quad (1.9)$$

soit exactement transférée à toutes les autres bandes d'ordre plus élevé [16]. La seconde bande latérale sera générée à partir du mélange entre la pompe et le signal ou l'idler du premier ordre. On aura donc par exemple $\nu_{s2} = \nu_p + \nu_s - \nu_i = \nu_p - 2\delta\nu$. De cette manière, l'espacement entre toutes les bandes latérales adjacentes d'ordre plus élevé est fixé. Ainsi, sous réserve que la cavité présente une dispersion modérée, les mélanges à quatre ondes successifs produiront en cascade des bandes latérales cohérentes entre elles et régulièrement espacées, c'est-à-dire un peigne de fréquences. Notons par ailleurs qu'en raison de l'effet Kerr, l'indice de réfraction de la cavité augmente avec la puissance y circulant. L'effet Kerr a donc pour conséquence une diminution de l'ISL du résonateur à mesure que la puissance augmente. Lorsque la puissance est suffisamment importante, on cherchera donc à obtenir des cavités dont la dépendance spectrale de l'indice de réfraction linéaire engendre une augmentation de l'ISL. En effet, un tel régime de dispersion, dit anormal, permettra de conserver un écart constant entre les modes du résonateur en compensant la diminution de l'ISL induite par l'effet Kerr et sera donc plus favorable à la génération de peignes.

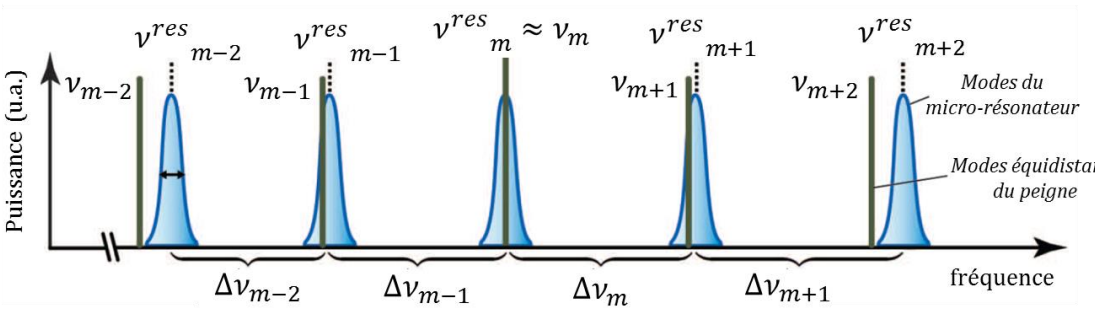


Fig. 1.3 : Représentation schématique des modes du micro résonateur, espacés par l'intervalle spectrale libre $\Delta\nu$, dans le cas d'une dispersion anormale (en bleu) et des différentes composantes fréquentielles du peigne (lignes verticales grises) générées par 4WM et régulièrement espacées. L'indice du mode *m*, correspond au nombre de longueurs d'ondes résonantes qu'il est possible de faire entrer dans la circonférence du résonateur. [16]

Notons que si certaines publications ont validé la faisabilité théorique de générer des peignes de fréquences avec des résonateurs à modes de galerie présentant une dispersion normale, les gammes de

fonctionnement et de stabilité associées sont toutefois réduites par rapport à celles obtenues avec des systèmes opérant en régime de dispersion anormale [17]–[19].

1.3 Modélisation et couverture spectrale

Historiquement, dans le domaine des peignes de fréquences WGM, ce sont les travaux expérimentaux qui ont devancé les aspects de modélisation, en partie à cause de la complexité du problème à traiter. Les critères de conception des dispositifs réalisés ne sont donc pas toujours bien étayés. Ce n'est que récemment que les modèles ont permis de simuler rapidement des systèmes générant un grand nombre de fréquences [20]–[22]. En particulier, S. Coen et. al. ont proposé une approche temporelle en utilisant le modèle dit de « Lugiato-Lefever » à champ moyenné afin d'optimiser les calculs [23]. Le résultat principal obtenu est que les peignes de fréquences stables correspondent à la superposition d'un champ continu avec une ou plusieurs impulsions solitoniques de cavité. Les solitons optiques sont des impulsions électromagnétiques se propageant sans déformation. Ils trouvent leur origine, une fois encore, dans la compensation entre le régime de dispersion anormale et l'automodulation de phase obtenue par effet Kerr. La génération et la conservation d'impulsions solitoniques en cavité sont donc intimement reliées à la gestion de la dispersion du résonateur au sein duquel les peignes prennent naissance (voir chapitre 3). Par ailleurs, les modèles développés jusqu'à présent ne considèrent, à notre connaissance, que le champ intracavité c'est à dire le couplage entre le mode de pompe et les modes générés par effet Kerr. Ainsi, les simulations sont implémentées avec un coupleur de type « boîte noire » entre le résonateur et son guide d'accès, qui ne tient pas compte des variations spectrales des coefficients de couplage ni de l'influence de la longueur du coupleur sur la fonction de transfert totale. De fait, les travaux réalisés portent généralement sur des résonateurs couplés latéralement dont la zone de couplage est considérée comme ponctuelle. L'architecture de couplage vertical et son influence sur les caractéristiques spectrales de la fonction de transfert du résonateur couplé, sont encore peu étudiées tant au plan théorique que pratique. Ce problème sera présenté et traité plus en détails aux chapitres 4 et 5.

L'intérêt pour les peignes de fréquences va grandissant au fur et à mesure que leur largeur spectrale augmente. En particulier, pour des applications de type référence fréquentielle, un critère important est que la gamme spectrale optique soit supérieure à une octave. Cette gamme rend possible des méthodes de contrôle des fréquences du peignes par battements « *f-2f* ». Les exemples sont peu nombreux mais deux démonstrateurs en particulier, dont la géométrie a été optimisée pour contrôler la dispersion, ont permis d'atteindre une émission sur une gamme d'une octave : le premier tirant parti d'un micro-tore en SiO_2 possédant un facteur de qualité $Q=2,7.10^8$ et excité avec 2,5W de pompe mono-fréquence [24] et le second composé d'un résonateur en anneau en Si_3N_4 présentant un $Q=10^5$ et pompé avec 2,1 W [25]. Si les deux démonstrateurs requièrent des puissances similaires pour générer une octave, le second possède l'avantage d'une part d'intégrer le guide d'entrée et de sortie avec le résonateur et d'autre part d'exploiter un matériau à plus fort coefficient non linéaire et par conséquent un résonateur à plus faible facteur de qualité qui est ainsi plus facile à réaliser et à maintenir. Nous avons vu (éq. (1.1)) que l'intervalle spectral libre est défini par la taille physique du résonateur. Des peignes à base de résonateurs à modes de galerie dont le périmètre couvre la gamme allant de quelques centaines de microns à quelques millimètres ont été démontrés, en ayant recours à des résonateurs micro-fabriqués sur puce [13], [24]–[29] pour répondre aux demandes des différentes applications potentielles [3], [4], [9], [30], [31]. Les systèmes sur puce permettent d'obtenir un système présentant un ISL dans la gamme micro-onde (10-40GHz) [32] bien que leurs facteurs de qualité soient affectés par les procédés de fabrication, comme la gravure, conduisant à des rugosités de surface qui peuvent s'avérer importantes. Il est aussi important de souligner que la problématique des systèmes d'optique intégrée est plutôt orientée vers la réduction de l'encombrement (impliquant le repliement du résonateur comme montré sur la figure 1.4 au prix de pertes supplémentaires) et l'amélioration de la répétabilité (de la production de multiples systèmes identiques).

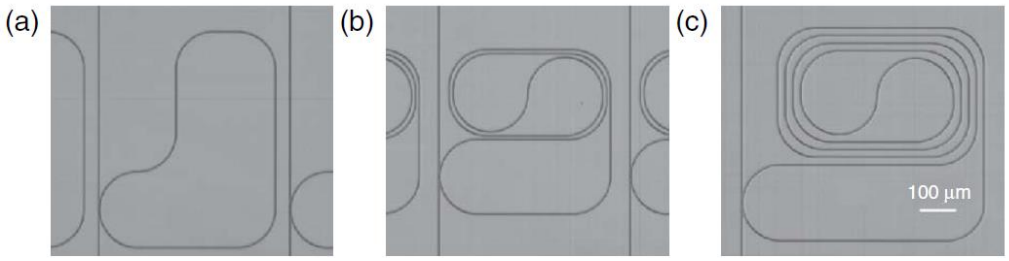


Fig. 1.4 : Résonateurs en Si_3N_4 présentant un ISL de (a) 80 GHz, (b) 40 GHz et (c) 20 GHz [32]

Un dernier aspect de la couverture spectrale est la longueur d'onde centrale optique utilisée pour générer le peigne de fréquences. La plupart des démonstrations ont été menées à la longueur d'onde de 1550 nm, capitalisant sur les composants développés pour les télécommunications optiques, et ont typiquement recours à l'utilisation d'une diode laser en cavité externe dont la puissance de sortie est amplifiée dans une fibre dopée erbium. Un système équivalent a été démontré aux plus courtes longueurs d'onde (autour de 1 µm) en exploitant un amplificateur à fibre dopée ytterbium [33] et un résonateur intégré en Si_3N_4. Un autre système a été mis au point pour atteindre le domaine moyen infra-rouge, en utilisant comme pompe un oscillateur paramétrique optique émettant à 2,45 µm et un résonateur en MgF_2 [34], un développement justifié par son application potentielle pour de la détection chimique ultra-résolue [31]. Bien qu'indirectement liée à la couverture spectrale, on observe (voir tableaux 1.1 et 1.2) que la gamme de matériaux utilisés dans les démonstrateurs se diversifie et que ces derniers sont transparents du visible au moyen infra-rouge et présentent une faible dispersion chromatique normale.

Matériau	**Bandgap (eV)**	**Indice n**	**Indice Kerr, n2 (m2/W)**	**TPA* (W/m)**
SiO_2	9	1,45	$2{,}2.10^{-20}$	0
MgF_2	11	1,38	1.10^{-20}	0
Si_3N_4	~5	2,0	$2{,}4.10^{-19}$	0
AlN	6,2	1,96	$2{,}3.10^{-19}$	0
a-Si	1,5 -1,8	3,17	$1{,}3.10^{-17}$	$2.8\ 10^{-11}$
GaAs	1,424	3,38	$1{,}6.10^{-17}$	$14.5\ 10^{-11}$

Tableau 1.1 : matériaux utilisés ou envisagés pour la réalisation de peignes de fréquences à base de résonateurs à modes de galerie. Les valeurs indiquées sont données pour une longueur d'onde de pompe de 1550 nm.
* Two Photon Absorption : pertes par absorption à deux photons

Matériau	Diamètre (µm)	ISL (GHz)	Q-factor	Puissance de pompe (W)	Largeur du peigne (THz)	Réf.
SiO_2	80 2500	870 2,6	$2{,}7.10^8$ $1{,}1.10^8$	2,5 0,2	140 2,2	[24] [35]
MgF_2	3800 700	18,2 107	$1{,}9.10^9$ 10^8	0,11 0,6	5,46 10,7	[36] [34]
Si_3N_4	210 -- 225	226 20 204	10^5 8.10^5 3.10^5	2,1 2,2 0,3	128 24,75 14,5	[25] [32] [27]
AlN	120	370	6.10^5	0,5	25,9	[29]

Tableau 1.2 : Résumé des performances et caractéristiques des peignes de fréquences à résonateurs à modes de galerie démontrés.

1.4 Etudes préliminaires et réalisations technologiques en amont

1.4.1 Choix des matériaux

L'objectif à long terme de ce travail, s'inscrivant dans les thématiques de recherche de l'équipe, est de progresser vers la réalisation de peignes de fréquences auto-référencés entièrement intégrés sur puce pour la mesure ultra-précise, la distribution ou la stabilisation de fréquences pour les systèmes embarqués [31]. Plus spécifiquement, les objectifs de cette thèse visent à :

- évaluer différentes filières technologiques pour la réalisation de peignes de fréquences
- concevoir des résonateurs à modes de galerie de type disque, anneau ou hippodromes, couplés verticalement à leur guide d'excitation et présentant un fort coefficient de qualité ($Q>10^5$)
- identifier les paramètres physiques permettant de contrôler les caractéristiques du peigne de fréquences

Dans ce cadre, nous allons maintenant présenter les travaux qui ont été réalisés dans l'équipe antérieurement à cette thèse et notamment les réalisations de micro-résonateurs à modes de galerie. Sachant qu'au LAAS, les moyens technologiques disponibles incluent la filière silicium ($Si/SiO_2/Si_3N_4$) et la filière AlGaAs/AlOx, l'étude a commencé en comparant la puissance seuil et le facteur de qualité requis pour des résonateurs de 50µm de diamètre constitués de différent matériaux. Dans un premier temps et à titre de justification de l'intérêt d'utiliser les résonateurs en GaAs, la puissance seuil P_{th} nécessaire pour décaler par effet Kerr la longueur d'onde de résonance sur une gamme correspondant à la bande passante du résonateur [37] a été calculée pour une variété de matériaux.

$$P_{th} = 2\pi {n_{eff}}^2 L A_{eff}/(n_2 Q^2) \qquad (1.10)$$

où n_{eff} est l'indice effectif du résonateur, L son périmètre, A_{eff} est l'aire effective du mode ($\propto {\lambda_p}^2/{n_{eff}}^2$), λ_p étant la longueur d'onde de pompe), n_2 le coefficient Kerr et Q le facteur de qualité du résonateur. On remarquera sur la fig. 1.5 que si les composants à base de Si_3N_4 permettent le fonctionnement d'un peigne de fréquences avec des facteurs de qualité un ordre de grandeur moins élevés que ceux en silice, le GaAs ou le silicium amorphe devaient donc permettre de gagner encore un ordre de grandeur en facteur de qualité ou en puissance seuil, justifiant leur utilisation. Cette estimation néglige les effets d'absorption à deux photons qui se sont avérés significatifs voire

rédhibitoires dans le cas des résonateurs en silicium comme cela a été montré par la suite expérimentalement [38] et à l'aide de calculs beaucoup plus sophistiqués portant sur l'étude de la dynamique de propagation d'impulsions solitoniques dans le moyen infrarouges [39]. Soulignons ici que plus le facteur de qualité nécessaire au fonctionnement est petit, plus sa tolérance aux imperfections et aux pollutions est grande, et que par conséquent l'optimisation du dispositif sera donc faite en partie sur ce critère.

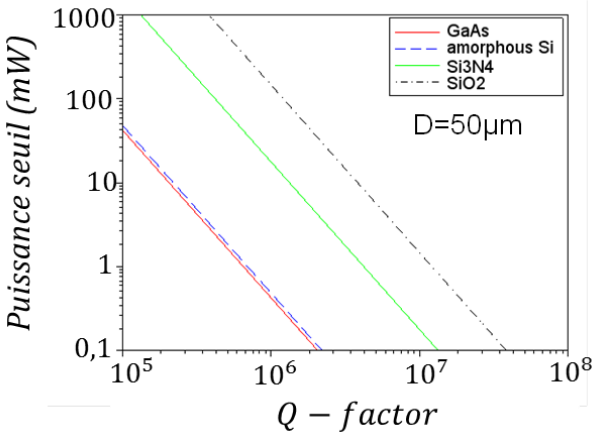


Fig. 1.5: Evaluation de la puissance seuil pour un résonateur de diamètre de 50 µm. Les paramètres des matériaux sont donnés dans le tableau 1.

1.4.2 Fabrication de micro-disques couplés verticalement

Une des motivations du passage à la technologie GaAs comme proposé est qu'il s'agit de la plateforme pour la photonique active qui bénéficie d'un oxyde isolant et de faible indice de réfraction (n~1,6) permettant la fabrication d'éléments alliant à la fois confinements optique et électrique. La clé du dispositif fabriqué a été de réaliser le guide enterré (voir fig. 1.6) non plus par gravure et encapsulation mais par oxydation latérale d'une couche d'AlGaAs à forte teneur en aluminium depuis un flanc gravé. Cette approche a permis de s'affranchir de l'étape souvent critique de planarisation associée à l'intégration verticale des systèmes à guide de type canal. Elle a aussi permis de fabriquer les composants de manière monolithique donc de garantir une meilleure stabilité [40]. De plus, les matériaux utilisés sont déjà au cœur des diodes lasers (émettant dans la bande 0.75 à 1.4µm) et ont, à ce titre, déjà fait l'objet d'études de qualification et de fiabilité pour l'environnement spatial. Le guide d'accès et le résonateur sont couplés verticalement car ce mode d'intégration est technologiquement plus favorable (meilleures tolérances et plus grande versatilité comme il sera explicité au chapitre 4). Cette approche est de plus compatible avec l'inclusion de structures à gain dans le guide d'accès, c'est-à-dire qu'elle ouvre la voie vers une intégration complète du système sur puce car elle permet de distribuer les fonctions actives et passives sur des plans distincts.

Les étapes de conception des premiers composants ont été réduites au minimum pour avoir un maximum de temps à consacrer aux réalisations pratiques. Pour plus de détails concernant la fabrication, le lecteur intéressé pourra consulter les références [40], [41].

La structure globale est décrite en fig. 1.7 et peut être divisée selon les trois zones distinctes suivantes:

- le guide enterré
- le résonateur à micro-disque (ou en anneau)
- la zone de couplage

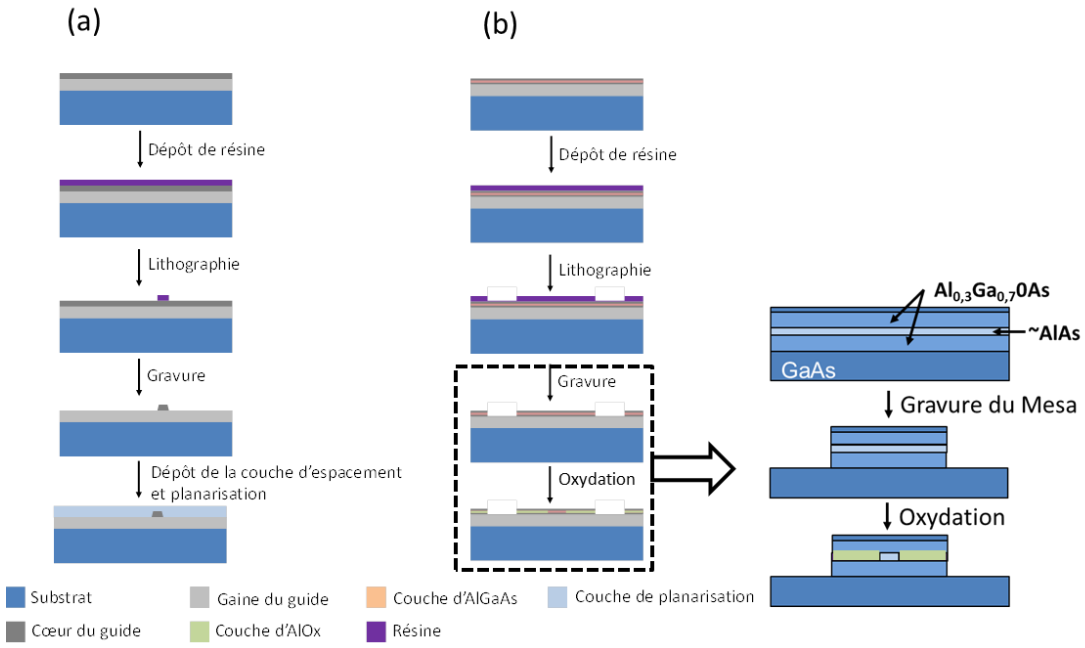


Fig. 1.6 : Procédé de fabrication d'un guide enterré: (a) de type canal, (b) à confinement latéral d'oxyde

La structure verticale complète est un empilement multi-couches d'AlGaAs qui sera par la suite gravé pour définir les résonateurs et permettre l'oxydation partielle des deux couches d'$Al_{0.98}Ga_{0.02}As$ qui servent, pour celle du bas, à définir le guide enterré d'accès et, pour celle du haut, à augmenter le confinement vertical dans le résonateur. Les fonctions et épaisseurs des différentes couches constitutives sont regroupées dans le tableau 1.3. On notera ici que la nature multi-couches de la zone de couplage résulte du fait que l'oxydation induit une réduction volumique d'environ 7% qui restreint l'épaisseur des couches utilisables (pour éviter la délamination).

Couche	**Composition**	**Epaisseur (nm)**	**n(λ=1550nm)** [42]
Cœur du disque	GaAs	680	3.377
Ouverture	$Al_{0.98}Ga_{0.02}As$	68	2,903
Structure de confinement	AlOx	68	1,573
Superstrat	$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$	330	3,225
Ouverture	$Al_{0.98}Ga_{0.02}As$	68	2,903
Structure de confinement	AlOx	68	1,573
Coquille haute 1	$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$	150	3,225
Cœur guide planaire	GaAs	480	3,377
Coquille basse	$Al_{0.6}Ga_{0.4}As$	1600	3,079

Tableau 1.3 : Caractéristiques de l'empilement multicouche utilisé pour réaliser les composants AlGaAs/AlOx

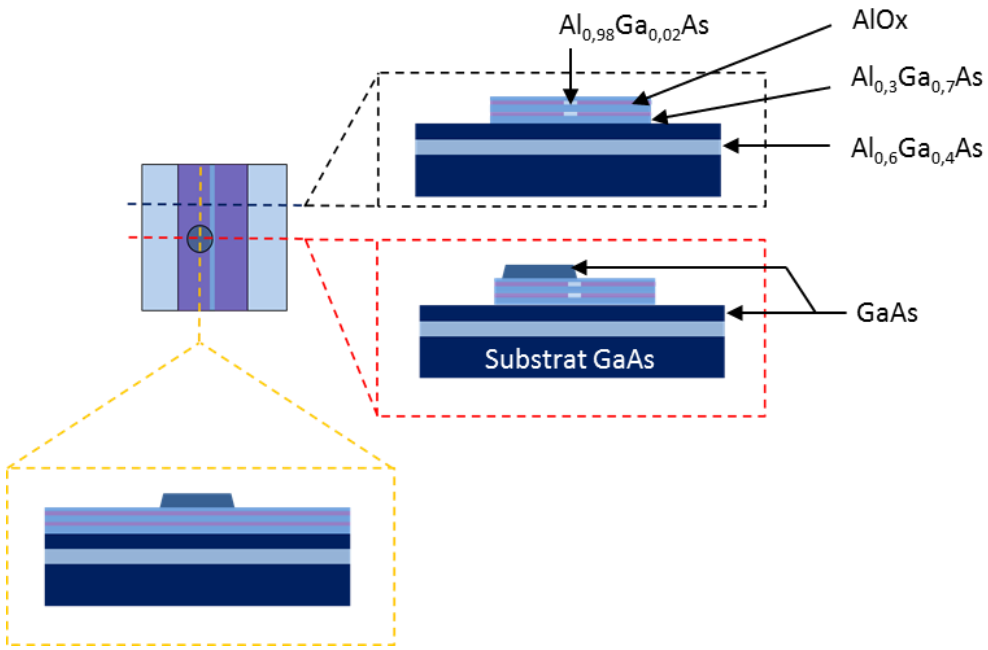


Fig. 1.7 : Géométrie considérée pour un petit (D<40 µm) micro-disque couplé à son guide d'accès enterré. La vue de dessus et les différentes coupes donnent une représentation tri-dimensionnelle du composant.

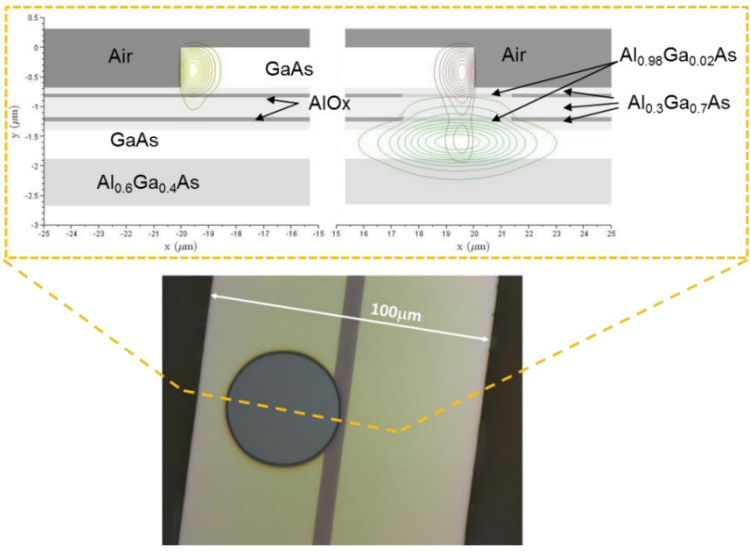


Fig. 1.8 : (bas) Image au microscope d'un disque AlGaAs/AlOx vu du dessus et (haut) schéma représentant une coupe transversale selon les pointillés jaunes faisant apparaître à gauche le disque au dessus du guide slab et à droite la zone de couplage privilégiée, caractérisée par son ouverture dans les couches d'oxyde. On notera le confinement latéral introduit par ces dernières, représenté par les lignes de champ vertes.

Les guides d'accès enterrés à confinement AlOx ont été conçus en vue d'un fonctionnement monomode tandis que le profil spatial du mode fondamental du micro-disque a été déterminé par un calcul approché [14] de type indice effectif. Dans la zone de couplage, les guides d'accès et du résonateur se superposent. Le choix de l'épaisseur de la couche de séparation (appelée superstrat dans le tableau 1.3) en $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ (330 nm) resulte initialement d'un compromis entre, d'une part, assurer un minimum de pertes par fuite du mode résonateur vers le guide planaire sous-jacent et, d'autre part, obtenir un taux de couplage adéquat avec la zone d'ouverture de confinement AlOx du guide d'accès (voir fig. 1.8). Ces deux aspects ont été plus amplement développés au cours de ce travail de thèse et seront explicités dans la suite du manuscrit.

1.4.3 Caractérisations optiques

Le montage expérimental utilisé pour caractériser les composants fabriqués est présenté en figure 1.9. Il se compose d'un laser accordable de 100 kHz de largeur de raie émettant autour de 1550 nm et d'un second laser émettant à 980 nm. Après passage par un multiplexeur, les deux signaux sont injectés dans une fibre optique dont la sortie est équipée d'une microlentille permettant de focaliser la lumière sur l'entrée du composant à caractériser. Le signal à 980 nm est dirigé vers une caméra CCD afin de produire une image servant à l'alignement de la fibre. Le signal à 1550 nm est dirigé vers une photodiode InGaAs afin de mesurer la réponse du composant. Le laser accordable à 1550 nm par pas de 10 pm permet l'acquisition du spectre en transmission des composants (figure 1.10).
Comme nous le détaillerons au chapitre 2, les micro-résonateurs en forme de disque sont des structures pouvant supporter de nombreux modes radiaux. Ainsi, par exemple, le spectre de transmission des micro-résonateurs de 75 µm de diamètre présente deux séries de creux de profondeurs différentes, indiquant la présence de deux modes. Les facteurs de qualité correspondant à ces deux premiers modes radiaux ont été mesurés à $Q_1 = 4610 \pm 374$ et $Q_2 = 2942 \pm 417$. Les disques de 250 µm de diamètre présentent quant à eux des facteurs de qualité $Q = 8546 \pm 994$ pour le mode fondamental.

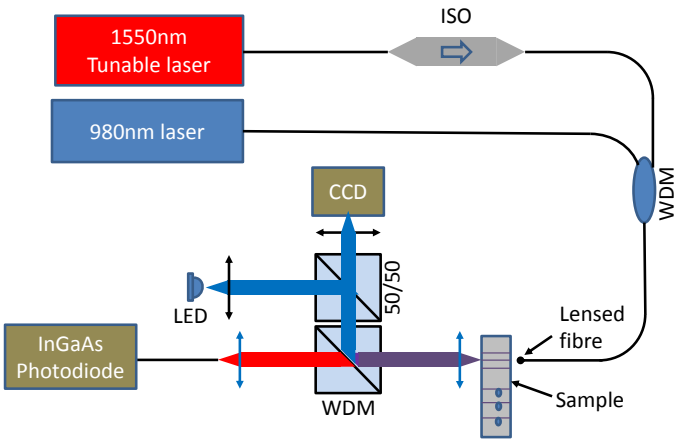


Fig. 1.9 : Schéma du banc de caractérisation utilisé.

Ces performances, bien que louables lorsque l'on considère qu'elles ont été obtenues à l'issue de la première série de fabrication entreprise, sont globalement plus modestes que celles rencontrées dans la littérature [43](Q=1,2.10^4 pour des disques de 2 µm de diamètre sur GaAs) ou [44](Q=2,0.10^4 pour des disques de 50 µm de diamètre sur silicium).

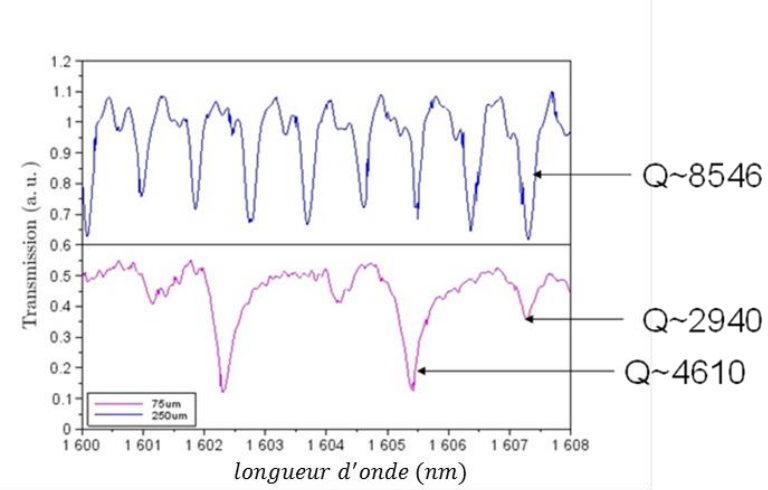


Fig. 1.10 : Caractéristiques en transmission des disques de 250 µm de diamètre (haut, courbe bleue) et de 75 µm de diamètre (base, courbe magenta).

1.5 Problématiques étudiées et organisation du manuscrit

Dans ce chapitre nous avons donc présenté les principales caractéristiques des peignes de fréquences et fait l'état de l'art de la génération de ces derniers par excitation non linéaire de micro-résonateurs à modes de galerie. Nous avons également établi les raisons motivant et justifiant la possibilité d'émettre un tel peigne sur une octave grâce à un composant entièrement intégré sur puce. Les travaux effectués en amont de cette thèse ont ensuite été présentés, et notamment les composants réalisés sous forme de micro-disques AlGaAs/AlOx par une méthode de fabrication originale exploitant l'oxydation latérale de couches à forte teneur en aluminium.[40]

Étant donné que les études précédemment menées dans l'équipe ont privilégié la réalisation pratique, nous avons dans cette thèse cherché à développer les aspects concernant la conception et la simulation des performances des composants. Les travaux présentés dans ce manuscrit seront donc divisés en deux axes principaux : d'une part la modélisation et la compréhension du comportement des micro-disques AlGaAs/AlOx fabriqués et d'autre part le développement d'un modèle générique visant à comprendre et optimiser le couplage pour les cavités présentant un coupleur non ponctuel et non symétrique (couplage vertical, « pulley coupling », hippodromes, …) dont le comportement est encore peu étudié. Celui-ci sera appliqué à des structures exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 car plusieurs études (qui ne prennent donc pas en compte l'influence du coupleur sur la dynamique de la cavité) ont déjà démontré la génération de peigne sur cette plateforme technologique. Dans ce cadre, nous verrons que des équations analytiques issues d'un traitement variationnel des modèles de copulage classiques nous ont permis de mettre au jour plusieurs géométries non standards qui devraient permettre de faciliter l'émission de peignes de fréquences par effet Kerr à partir de micro-résonateurs à modes de galerie. Pour cela, il nous a tout d'abord fallu développer un outil de simulation des micro-résonateurs de type disques, anneaux et hippodromes, comprenant d'une part l'évaluation de la partie réelle de leur indice effectif et d'autre part permettant le dessin de composants dont la dispersion et le facteur de qualité sont optimisés pour la génération de peignes. Ces travaux sont décrits respectivement aux chapitres 2 et 3. Par ailleurs, les caractérisations optiques des dispositifs fabriqués ayant révélé des performances limitées, une partie de cette thèse a donc consisté à optimiser leur couplage vertical, encore peu étudié jusqu'à présent dans la littérature. Ainsi, après un état de l'art visant à justifier l'intérêt d'utiliser la théorie des modes couplés (CMT) dans ce cas, le chapitre 4 expose les particularités de l'application de la CMT à nos structures multicouches et les raffinements théoriques qui y sont associés. Nous avons alors pu développer un outil semi-analytique destiné à la modélisation paramétrique *ab initio* large bande des performances des systèmes couplés verticalement. Ainsi, nous présentons au chapitre 5 notre modèle générique, basé sur la CMT et les relations universelles régissant les propriétés spectrales des micro-résonateurs couplés de manière non-ponctuelle à leur guide d'accès. Celui-ci met en évidence deux conditions théoriques permettant d'optimiser les paramètres physiques à la base de la génération du peigne de fréquences. Dans ce chapitre, nous expliquons comment ce modèle, cohérent avec les données expérimentales, nous a permis de proposer un nouveau dessin de composants exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 ainsi que de retravailler l'architecture de nos micro-résonateurs AlGaAs/AlOx avec dans chacun de ces deux axes principaux, l'objectif d'obtenir des conditions favorables à la génération de peignes tout en ayant un fort coefficient de qualité ($Q>10^5$).

1.6 Bibliographie du chapitre 1 :

[1] T. W. Hänsch, "Nobel Lecture: Passion for precision," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 78, no. 4, pp. 1297–1309, Nov. 2006.

[2] J. L. Hall, "Nobel Lecture: Defining and measuring optical frequencies," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 78, no. 4, pp. 1279–1295, Nov. 2006.

[3] S. A. Diddams, "The evolving optical frequency comb [Invited]," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 27, no. 11, p. B51, Nov. 2010.

[4] N. R. Newbury, "Searching for applications with a fine-tooth comb," *Nat. Photonics*, vol. 5, no. 4, pp. 186–188, Apr. 2011.

[5] M. J. Thorpe and J. Ye, "Cavity-enhanced direct frequency comb spectroscopy," *Appl. Phys. B*, vol. 91, no. 3–4, pp. 397–414, Jun. 2008.

[6] T. H. Risby and S. F. Solga, "Current status of clinical breath analysis," *Appl. Phys. B*, vol. 85, no. 2–3, pp. 421–426, Nov. 2006.

[7] E. Reinhold, R. Buning, U. Hollenstein, A. Ivanchik, P. Petitjean, and W. Ubachs, "Indication of a Cosmological Variation of the Proton-Electron Mass Ratio Based on Laboratory Measurement and Reanalysis of H 2 Spectra," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, no. 15, Apr. 2006.

[8] N. C. Menicucci, S. T. Flammia, and O. Pfister, "One-Way Quantum Computing in the Optical Frequency Comb," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, no. 13, Sep. 2008.

[9] S. B. Papp *et al.*, "Microresonator frequency comb optical clock," *Optica*, vol. 1, no. 1, p. 10, Jul. 2014.

[10] S. A. Diddams, "An Optical Clock Based on a Single Trapped 199Hg+ Ion," *Science*, vol. 293, no. 5531, pp. 825–828, Aug. 2001.

[11] "http://www.menlosystems.com/." .

[12] M. Lezius *et al.*, "Space-borne frequency comb metrology," *Optica*, vol. 3, no. 12, p. 1381, Dec. 2016.

[13] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature*, vol. 450, no. 7173, pp. 1214–1217, Dec. 2007.

[14] A. B. Matsko and V. S. Ilchenko, "Optical resonators with whispering gallery modes I: basics," *IEEE J Sel Top Quantum Electron*, vol. 12, no. 1, pp. 3–14, 2006.

[15] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Kerr-Nonlinearity Optical Parametric Oscillation in an Ultrahigh- Q Toroid Microcavity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, no. 8, Aug. 2004.

[16] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, "Microresonator-Based Optical Frequency Combs," *Science*, vol. 332, no. 6029, pp. 555–559, Apr. 2011.

[17] T. Hansson, D. Modotto, and S. Wabnitz, "Dynamics of the modulational instability in microresonator frequency combs," *Phys. Rev. A*, vol. 88, no. 2, Aug. 2013.

[18] S. Malaguti, G. Bellanca, and S. Trillo, "Dispersive wave-breaking in coherently driven passive cavities," *Opt. Lett.*, vol. 39, no. 8, p. 2475, Apr. 2014.

[19] C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet, and Y. K. Chembo, "Stability analysis of the spatiotemporal Lugiato-Lefever model for Kerr optical frequency combs in the anomalous and normal dispersion regimes," *Phys. Rev. A*, vol. 89, no. 6, Jun. 2014.

[20] T. Hansson, D. Modotto, and S. Wabnitz, "On the numerical simulation of Kerr frequency combs using coupled mode equations," *Opt. Commun.*, vol. 312, pp. 134–136, Feb. 2014.

[21] Y. K. Chembo and C. R. Menyuk, "Spatiotemporal Lugiato-Lefever formalism for Kerr-comb generation in whispering-gallery-mode resonators," *Phys. Rev. A*, vol. 87, no. 5, May 2013.

[22] M. R. E. Lamont, Y. Okawachi, and A. L. Gaeta, "Route to stabilized ultrabroadband microresonator-based frequency combs," *Opt. Lett.*, vol. 38, no. 18, p. 3478, Sep. 2013.

[23] S. Coen, H. G. Randle, T. Sylvestre, and M. Erkintalo, "Modeling of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato–Lefever model," *Opt. Lett.*, vol. 38, no. 1, p. 37, Jan. 2013.

[24] P. Del'Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, no. 6, Aug. 2011.

[25] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip," *Opt. Lett.*, vol. 36, no. 17, p. 3398, Sep. 2011.
[26] A. R. Johnson, Y. Okawachi, M. R. E. Lamont, J. S. Levy, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Microresonator-based comb generation without an external laser source," *Opt. Express*, vol. 22, no. 2, p. 1394, Jan. 2014.
[27] M. A. Foster, J. S. Levy, O. Kuzucu, K. Saha, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Silicon-based monolithic optical frequency comb source," *Opt. Express*, vol. 19, no. 15, p. 14233, Jul. 2011.
[28] L. Razzari *et al.*, "CMOS-compatible integrated optical hyper-parametric oscillator," *Nat. Photonics*, vol. 4, no. 1, pp. 41–45, Jan. 2010.
[29] H. Jung, C. Xiong, K. Y. Fong, X. Zhang, and H. X. Tang, "Optical frequency comb generation from aluminum nitride microring resonator," *Opt. Lett.*, vol. 38, no. 15, p. 2810, Aug. 2013.
[30] T. Wilken *et al.*, "High-precision calibration of spectrographs: High-precision calibration of spectrographs," *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.*, vol. 405, no. 1, pp. L16–L20, Apr. 2010.
[31] K. Urabe and O. Sakai, "Absorption spectroscopy using interference between optical frequency comb and single-wavelength laser," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 101, no. 5, p. 051105, Jul. 2012.
[32] A. R. Johnson *et al.*, "Chip-based frequency combs with sub-100 GHz repetition rates," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 5, p. 875, Mar. 2012.
[33] K. Saha *et al.*, "Broadband parametric frequency comb generation with a 1-μm pump source," *Opt. Express*, vol. 20, no. 24, p. 26935, Nov. 2012.
[34] C. Y. Wang *et al.*, "Mid-infrared optical frequency combs at 2.5 μm based on crystalline microresonators," *Nat. Commun.*, vol. 4, p. 1345, Jan. 2013.
[35] J. Li, H. Lee, T. Chen, and K. J. Vahala, "Low-Pump-Power, Low-Phase-Noise, and Microwave to Millimeter-Wave Repetition Rate Operation in Microcombs," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, no. 23, Dec. 2012.
[36] I. S. Grudinin, L. Baumgartel, and N. Yu, "Frequency comb from a microresonator with engineered spectrum," *Opt. Express*, vol. 20, no. 6, p. 6604, Mar. 2012.
[37] P. Del'Haye, O. Arcizet, A. Schliesser, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Full Stabilization of a Microresonator-Based Optical Frequency Comb," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, no. 5, Jul. 2008.
[38] A. G. Griffith *et al.*, "Silicon-chip mid-infrared frequency comb generation," *Nat. Commun.*, vol. 6, p. 6299, Feb. 2015.
[39] T. Hansson, D. Modotto, and S. Wabnitz, "Mid-infrared soliton and Raman frequency comb generation in silicon microrings," *Opt. Lett.*, vol. 39, no. 23, p. 6747, Dec. 2014.
[40] S. Calvez *et al.*, "Vertically Coupled Microdisk Resonators Using AlGaAs/AlOx Technology," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 27, no. 9, pp. 982–985, May 2015.
[41] Gaël Lafleur, "Nouvelles architectures de composants photoniques par l'ingénierie du confinement électrique et optique (Thèse de Doctorat)." 2016.
[42] M. A. Afromowitz, "Refractive index of Ga1−xAlxAs," *Solid State Commun.*, vol. 15, no. 1, pp. 59–63, Jul. 1974.
[43] B. Gayral, J. M. Gérard, A. Lemaître, C. Dupuis, L. Manin, and J. L. Pelouard, "High- Q wet-etched GaAs microdisks containing InAs quantum boxes," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, no. 13, pp. 1908–1910, Sep. 1999.
[44] M. Ghulinyan, R. Guider, G. Pucker, and L. Pavesi, "Monolithic Whispering-Gallery Mode Resonators With Vertically Coupled Integrated Bus Waveguides," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 23, no. 16, pp. 1166–1168, Aug. 2011.

Chapitre 2

Description des guides d'ondes droits et courbés

Je vis une petite sphère aux couleurs chatoyantes, qui répandait un éclat presque insupportable. Je crus au début qu'elle tournait : puis je compris que ce mouvement était une illusion produite par les spectacles vertigineux qu'elle renfermait. […] je vis la nuit et le jour contemporain, un couchant à Quérétaro qui semblait refléter la couleur d'une rose à Bengale, ma chambre à coucher sans personne, je vis dans un cabinet de Alkmaar un globe terrestre entre deux miroirs qui le multiplient indéfiniment […].

Jorge Luis Borges, *L'aleph*

2.1 Introduction au principe du guidage optique

Dans cette partie, on se propose en premier lieu d'aborder le phénomène de guidage optique de manière heuristique. La formulation mathématique de la propagation de la lumière dans un guide d'onde est un problème aux valeurs propres dont nous expliciterons les détails dans la partie suivante. Pour mieux le comprendre, nous indiquerons, tout au long de ce travail de thèse, plusieurs analogies possibles avec le comportement d'une particule quantique piégée dans un puit de potentiel de profondeur finie.

Dans un guide d'onde optique constitué d'un cœur d'indice de réfraction n_c entouré d'une gaine de plus faible indice $n_g<n_c$, le phénomène de guidage du champ électromagnétique peut tout d'abord s'expliquer par l'optique géométrique, avec la notion de réflexion totale interne des rayons lumineux à l'interface n_c/n_g comme indiqué en figure 2.1 La puissance optique reste ainsi confinée, c'est-à-dire localisée, dans le cœur de haut indice. La structure d'un guide est caractérisée par sa distribution de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r = \varepsilon_0 n^2$. Celle-ci régit la réponse des matériaux diélectriques qui constituent le guide au champ qui s'y propage en les polarisant. Dans un souci de simplicité, nous considérons dans cette introduction le cas de guides passifs (sans pertes d'absorption ni gain) pour lesquels $Im(\varepsilon)\sim 0$. L'approche géométrique peut ensuite être étendue à l'optique ondulatoire en considérant une propagation sous forme d'ondes planes : la préservation de l'intégrité du front d'onde par interférences constructives impose qu'un nombre entier m de longueurs d'ondes sépare deux séries de fronts d'ondes parallèles après chaque réflexion aux interfaces, comme le souligne la figure 2.1 Ceci donne lieu à l'apparition de modes de propagation quantifiés : ce sont les modes propres de la structure. Il s'agit d'ondes dont la forme du profil transverse est conservée au cours de la propagation.

Le comportement de la lumière ainsi confinée dans un guide se décrit désormais via l'indice effectif de son mode de propagation $n_{eff}(m)$ $(m \in \mathbb{N})$, tel que $n_{eff}(m) < n_c$. L'épaisseur du guide peut être inférieure à la longueur d'onde et c'est en dernière analyse le contraste d'indice qui fixe sa taille minimale. La valeur du vecteur d'onde effectif $\beta_m = k_0 n_{eff}$ qui lui est associée n'est autre que la projection sur l'axe de propagation du vecteur d'onde dans le cœur $\boldsymbol{k_0} n_c$ et peut donc s'écrire

$\beta_m = k_0 n_c sin\,(\theta_{in})$. Cette grandeur prend en compte l'angle d'incidence non nul θ_{in} des rayons lumineux (ainsi que les multiples réflexions subies aux interfaces) et associe à chaque mode formé par interférences constructives une valeur d'indice de réfraction n_{eff} qui caractérise la propagation effective, ou globale, de l'onde dans le guide.

Nous allons maintenant décrire brièvement les principaux types de modes que peut soutenir un guide de profil générique décrit en figure 2.2.

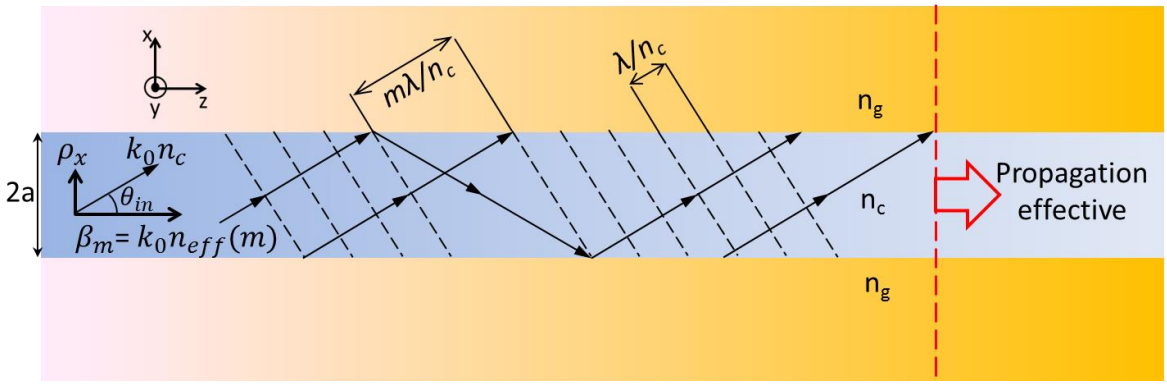


Fig 2.1 Schéma des réflexions totales internes des rayons lumineux et des fronts d'ondes perpendiculaires correspondants dans un guide d'onde. Un mode propre ne s'établit dans la structure que si un nombre entier *m* de longueurs d'ondes sépare deux séries de fronts d'ondes parallèles après chaque réflexion, permettant à ces derniers d'interférer constructivement. La propagation des rayons en « zig-zag », due aux multiples réflexions aux interfaces, s'effectue globalement selon l'axe z. C'est la signification de la constante de propagation effective $\boldsymbol{\beta_m}$.

Les modes guidés, pour lesquels $n_g < n_{eff}(m) < n_c$ forment la partie discrète du spectre des valeurs propres et sont en nombre fini. Ils sont l'équivalent des états liés d'une particule quantique dans un puit de potentiel. Leur profil transverse est une onde stationnaire qui se décompose en une fonction sinusoïdale dans le cœur et une fonction exponentielle décroissante dans la gaine, comme indiqué sur la figure 2.2. Cette décroissance exponentielle du champ dans la gaine diminue lorsque le contraste d'indice $n_c^2 - n_g^2$ associé au confinement augmente, mais elle ne correspond pas à des pertes lors de la propagation. En pratique cependant, l'extension spatiale importante d'un champ très peu confiné le rendra plus sensible à la rugosité des parois du guide, ce qui occasionnera des pertes par diffusion lors de la propagation. Le mode guidé fondamental a l'angle d'incidence le plus faible et l'indice effectif le plus élevé. La valeur de ce dernier décroit avec les modes d'ordres supérieurs qui sont de moins en moins confinés dans le cœur. Plus les dimensions du guide augmentent, plus la propagation du champ ressemble à celle en espace libre et plus l'indice effectif augmente, se rapprochant de la valeur n_c dans le matériau massif. L'indice effectif et les modes d'un guide varient donc avec la géométrie de ce guide mais également avec le contraste d'indice entre le cœur et la gaine : plus celui-ci est marqué et mieux les modes seront confinés. L'indice effectif de coupure, au-delà duquel les modes ne sont plus guidés sans pertes est $n_{eff}(m) = max(n_g(x = \pm\infty))$.

Les modes radiatifs, pour lesquels $n_{eff}(m) < max(n_g(x = \pm\infty))$, forment la partie continue du spectre des valeurs propres. Ils sont l'équivalent des états de diffusion d'une particule quantique dans un puit de potentiel. Leur profil transverse est oscillant du côté de l'interface entre le cœur et la gaine ayant le plus faible contraste d'indice. Toute diminution de leur amplitude dans le cœur au cours de la propagation est due à l'étalement de la partie radiative dans la gaine.

Les modes guidés et radiatifs d'un guide forment une base orthogonale de fonctions sur laquelle peut être linéairement décomposé tout champ se propageant dans la structure guidante.

Il existe également des modes dits « à fuite » qui ne sont pas des modes propres du guide. Ces modes sont guidés mais leur indice effectif est inférieur à l'indice de coupure. Leur comportement est analogue à celui de l'effet tunnel en mécanique quantique. Ils apparaissent lorsque la partie évanescente du champ qui décroit exponentiellement dans la gaine, rencontre, après une distance finie le long de la dimension transverse x, un milieu d'indice n_{fuite} tel que $n_g(x = x_f) < n_{fuite} < max(n_g(x = \pm\infty))$ dans lequel l'onde n'est pas confinée. Il s'ensuit alors un comportement transverse équivalent à celui que l'on observerait pour une propagation en espace libre : l'onde diffracte et son intensité diminue comme l'inverse du carré de la distance au point source (ici l'interface avec n_{fuite}). Au cours de la propagation dans le guide, l'énergie « fuit » du cœur pour diffracter dans le milieu n_{fuite}.

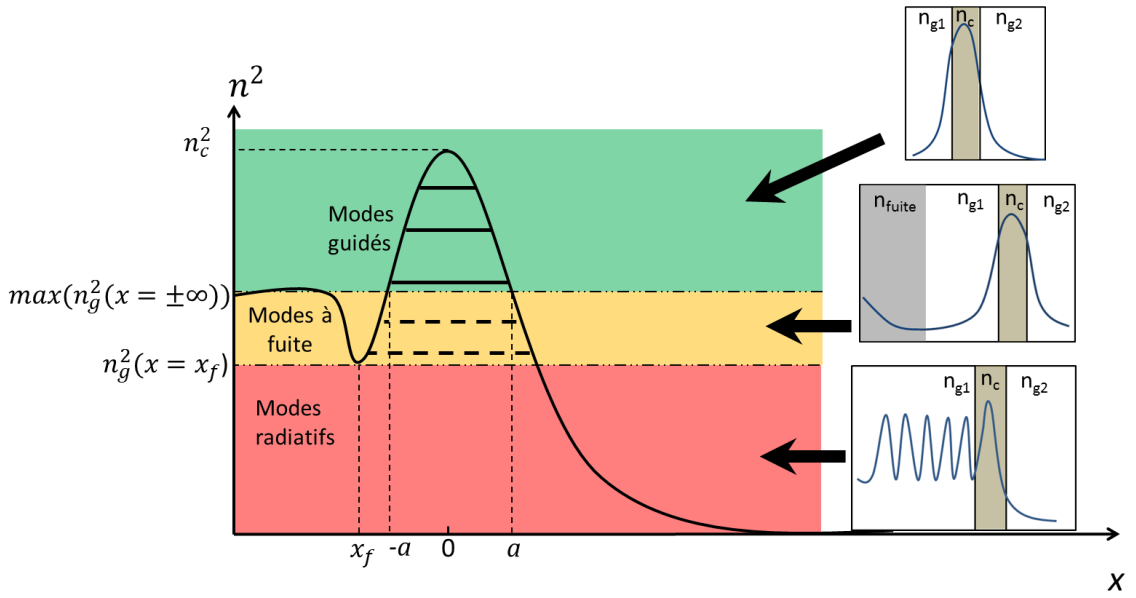


Fig. 2.2 : représentation schématique du profil transverse d'un guide d'onde défini par une distribution de permittivité de forme générique.

2.2 Propagation de la lumière dans un guide d'ondes droit : éléments de description mathématique.

Nous proposons ici une approche standard de la description mathématique de la propagation de la lumière dans un guide d'onde optique, dont différentes variantes peuvent être trouvées dans les ouvrages de référence. Nous invitons le lecteur à voir par exemple [1] pour une explication détaillée.

Considérons une onde électromagnétique $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r}, t)$ telle que

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r}, t) = \begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}, t) \\ \widetilde{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r}, t) \end{cases} \tag{2.1}$$

Où $\widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}, t)$ et $\widetilde{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r}, t)$ sont respectivement les champs électriques et magnétiques vectoriels. Le mécanisme à l'origine de la propagation du champ dans un milieu diélectrique, linéaire et non magnétique est le suivant :

La présence de l'onde $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r}, t)$ induit une polarisation matérielle $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t)$ du milieu en créant des dipôles temporaires qui, de proche en proche, rayonnent un champ électromagnétique contribuant en retour au champ total. Ce comportement est retranscrit dans l'équation d'onde dont $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r}, t)$ est solution et $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t)$ terme source :

$$\nabla^2\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t) - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = \mu_0 A(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)\,) \tag{2.2}$$

Où $A(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)\,) = \begin{cases} \frac{\partial^2\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2}\ si\ \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t) = \widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r},t) \\ \frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)\ si\ \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t) = \widetilde{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r},t) \end{cases}$

L'équation de propagation dans la matière peut ensuite être mise sous la forme :

$$\nabla^2\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t) - \mu_0\varepsilon_0 n^2(\boldsymbol{r})\frac{\partial^2\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = 0 \tag{2.3}$$

Nous supposons une propagation le long de l'axe z sous forme d'ondes planes dont les constantes de propagation effectives sont les β et les fréquences angulaires ω.

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{U}(x,y)e^{i(\omega t-\beta z)} = \begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}(x,y)e^{i(\omega t-\beta z)} \\ \widetilde{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{H}(x,y)e^{i(\omega t-\beta z)} \end{cases} \tag{2.4}$$

Où $\boldsymbol{U}(x,y)$ est le profil transverse du champ.

En substituant l'équation (2.4) dans (2.3) on obtient l'équation de Helmholtz:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\boldsymbol{U}(x,y) + (n^2(\boldsymbol{r})k_0^2 - \beta^2)\boldsymbol{U}(x,y) = 0 \tag{2.5}$$

Où $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ est la norme du vecteur d'onde dans le vide $\boldsymbol{k_0}$, avec c la vitesse de la lumière dans le vide et $\lambda_0$la longueur d'onde dans le vide.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'équation (2.5), dont les valeurs propres sont les constantes de propagation effectives $\beta = k_0 n_{eff}$, est formellement analogue à l'équation de Schrödinger indépendante du temps, rencontrée lors de la résolution du problème de la particule de masse m dans un puit quantique dont la profondeur finie est décrite par un potentiel $V(\boldsymbol{r})$.

Dans ce cas, les valeurs propres à trouver sont les énergies quantifiées E_n et les fonctions d'onde stationnaires qui leur sont associées sont les $\boldsymbol{\psi_n}(x,y)$:

$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\boldsymbol{\psi_n}(x,y) - \frac{2m}{\hbar^2}(V(\boldsymbol{r}) - E_n)\boldsymbol{\psi_n}(x,y) = 0$ (équation de Schrödinger indépendante du temps) [2]

Les correspondances sont alors :

$$\begin{gathered} n^2(\mathbf{r})k_0^2 \leftrightarrow -\frac{2m}{\hbar^2}V(\mathbf{r}) \\ \beta^2 \leftrightarrow -\frac{2m}{\hbar^2}E_n \\ \boldsymbol{U}(x,y) \leftrightarrow \boldsymbol{\psi}_n(x,y) \end{gathered} \tag{2.6}$$

2.2.1 Guides d'ondes de type "slab"

Un guide « slab » est constitué de couches de matériaux diélectriques superposées selon une direction donnée, de façon à produire un effet de confinement et de guidage dans cette direction uniquement. Dans ce chapitre nous considérons le cas typique des slabs tri-couches dont la distribution de permittivité asymétrique est constante par morceaux avec un cœur d'épaisseur *2a*, comme indiqué sur la figure 2.3. Ce type de guide est très souvent utilisé comme brique de base pour l'analyse de structures plus complexes, comme nous le verrons dans la suite. Pour cette raison, l'étude des guides slabs est d'une importance cruciale. Dans notre exemple, la propagation se fait selon l'axe z et la direction (Oy) est considérée comme infinie, de sorte que le champ électromagnétique ne varie pas selon la coordonnée y.

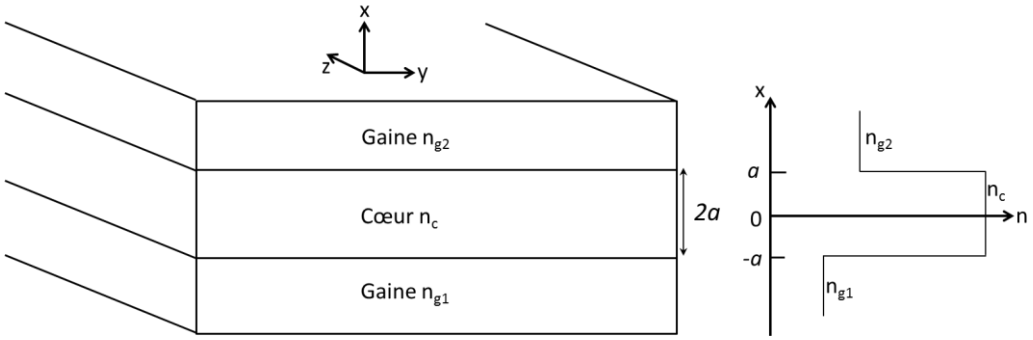


Fig.2.3: Schéma d'un guide d'onde de type slab tricouches (gauche) et sa distribution d'indice de réfraction (droite).

En prenant en compte cette invariance selon la coordonnée y ($\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial y} = 0$) dans l'équation (2.5) et dans les équations de Maxwell :

$$\nabla \times \widetilde{\boldsymbol{E}} = -\mu_0 \frac{\partial \widetilde{\boldsymbol{H}}}{\partial t} \tag{2.7}$$

$$\nabla \times \widetilde{\boldsymbol{H}} = \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \widetilde{\boldsymbol{E}}}{\partial t} \tag{2.8}$$

on obtient deux modes indépendants appelés TE (transverse électrique) et TM (transverse magnétique). Le champ électromagnétique transverse total est un champ vecteur comme indiqué dans l'équation (2.4). Lorsque la polarisation est constante sur un jeu fixé de coordonnées sur tout l'espace, le champ électromagnétique peut être représenté par une seule composante du vecteur. Nous avons ainsi :

Le mode TE, qui est solution de l'équation de Helmholtz scalaire :

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + (n^2 k_0^2 - \beta^2) E_y = 0 \tag{2.9}$$

Où

$$\begin{cases} H_x = -\dfrac{\beta}{\omega \mu_0} E_y \\ H_z = \dfrac{i}{\omega \mu_0} \dfrac{dE_y}{dx} \\ E_x = E_z = H_y = 0 \end{cases} \tag{2.10}$$

Le champ électrique oscille donc uniquement selon l'axe y, perpendiculairement à z et les composantes tangentes E_y et H_z, sont continues aux interfaces entre deux milieux.

Le mode TM quant à lui est solution de l'équation de Helmholtz scalaire :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{n^2}\frac{dH_y}{dx}\right)+\left(k_0^2-\frac{\beta^2}{n^2}\right)H_y=0 \tag{2.11}$$

Où

$$\begin{cases} E_x=\dfrac{\beta}{\varepsilon_0 n^2\omega}H_y \\ E_z=-\dfrac{i}{\varepsilon_0 n^2\omega}\dfrac{dH_y}{dx} \\ E_y=H_z=H_x=0 \end{cases} \tag{2.12}$$

Le champ magnétique oscille donc uniquement selon l'axe y, perpendiculairement à z et les composantes tangentes aux interfaces H_y et E_z, sont continues aux interfaces entre deux milieux.

Les solutions des équations (2.9) et (2.11) sont données respectivement par :

$$\big(E_y(TE),H_y(TM)\big)=\begin{cases} Acos(\rho a-\ \varphi)e^{-\sigma(x-a)} & (x>a) \\ Acos(\rho x-\ \varphi) & (-a\le x\le a) \\ Acos(\rho a+\ \varphi)e^{\xi(x+a)} & (x<a) \end{cases} \tag{2.13}$$

Où ρ, σ and ξsont les composantes selon l'axe x du vecteur d'onde $n^2k_0^2$ dans le cœur et les gaines :

$$\begin{cases} \rho=\sqrt{n_c^2k_0^2-\beta^2} & (-a\le x\le a) \\ \sigma=\sqrt{\beta^2-n_{g2}^2k_0^2} & (x>a) \\ \xi=\sqrt{\beta^2-n_{g1}^2k_0^2} & (x<a) \end{cases} \tag{2.14}$$

En appliquant les conditions de continuité des champs tangents aux interfaces en $x=\pm a$, on obtient l'équation aux valeurs propres :

$$\begin{cases} \rho a=\dfrac{m\pi}{2}+\dfrac{1}{2}arctan\left(q_1\dfrac{\xi}{\rho}\right)+\dfrac{1}{2}arctan\left(q_2\dfrac{\sigma}{\rho}\right) \\ \varphi=\dfrac{m\pi}{2}+\dfrac{1}{2}arctan\left(q_1\dfrac{\xi}{\rho}\right)-\dfrac{1}{2}arctan\left(q_2\dfrac{\sigma}{\rho}\right) \end{cases} \tag{2.15}$$
$$m\in\mathbb{N}$$

Où $q_1=\frac{n_c^2}{n_{g1}^2}$ et $q_2=\frac{n_c^2}{n_{g2}^2}$ pour les modes TM et $q_1=q_2=1$ pour les modes TE.

Les constantes de propagation effectives β des modes TE et TM, qui sont les composantes selon l'axe z du vecteur d'onde $n^2\boldsymbol{k_0^2}$, sont obtenues en résolvant l'équation (2.15) qui n'a pas de solution analytique. Comme représenté en figure 2.4, le profil d'intensité d'un mode d'ordre m présente m+1 maxima le long de la direction transverse. Dans la suite de ce travail, nous utiliserons un programme

numérique développé au laboratoire et basé sur le logiciel scilab, permettant de résoudre les équations de continuité à chaque interface pour un nombre arbitraire de couches.

Les équations (2.13) - (2.15) mettent en évidence le fait qu'une distribution asymétrique de permittivité engendre un déplacement du barycentre du mode dans le cœur du côté du plus faible contraste d'indice $n_c^2 - n_g^2$ et entraîne une décroissance exponentielle du champ plus lente dans cette partie de la gaine. Ce déplacement est dénoté par la phase φ dans l'expression des profils de modes (2.13-)(2.14). Un slab dont la distribution de permittivité serait symétrique verrait son équation aux valeurs propres simplifiée par $\sigma = \xi$ et $\varphi = 0$ et présenterait donc un profil de mode symétrique. Si le cœur du slab est suffisamment fin, un seul mode guidé est supporté, et le guide est dit monomode. Dans ce cas, la taille du cœur est inférieure à la limite établie par w_{mono} :

$$w_{mono} \sim \frac{\lambda}{2\sqrt{n_{eff}^2 - n_g^2}} \tag{2.16}$$

Un cœur plus épais supporterait plusieurs modes (on parle de guide multimode) et l'indice effectif du mode fondamental serait plus élevé, c'est-à-dire plus proche de l'indice matériau du cœur. La figure 2.4 montre que le premier mode excité (d'ordre 1) voit sa distribution d'énergie plus fortement délocalisée à l'extérieur du cœur par rapport au mode fondamental (d'ordre 0). Il résulte de cette plus importante interaction entre le champ électromagnétique et les parties de bas indice qui constituent les gaines une diminution de l'indice effectif du mode d'ordre 1 : celui-ci se rapproche de la valeur de l'indice matériau de la gaine.
Une fois les valeurs propres du guide obtenues, la distribution de champ électrique (2.13) est entièrement définie, à l'exception de son amplitude A. Cette constante est déterminée lors du calcul de la puissance et de la normalisation des champs. La puissance se propageant dans le guide est donné par l'intégrale surfacique de la moyenne temporelle de la projection selon la direction de propagation du vecteur de Poynting :

$$P = \iint \frac{1}{2}(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^*).u_z dxdy \tag{2.17}$$

Qui se réduit, dans le cas du slab à :

$$P = \int_0^1 dy \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^*).\boldsymbol{u}_z dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}\left(E_x {H_y}^* - E_y {H_x}^*\right)dx \tag{2.18}$$

Soit

$$P_{TE} = \frac{\beta}{2\omega\mu_0}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|E_y\right|^2 dx \tag{2.19}$$

Et

$$P_{TM} = \frac{\beta}{2\omega\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n^2}|H_x|^2 dx \tag{2.20}$$

Dans la suite, nous poserons par convention $P = \frac{1}{4}$.

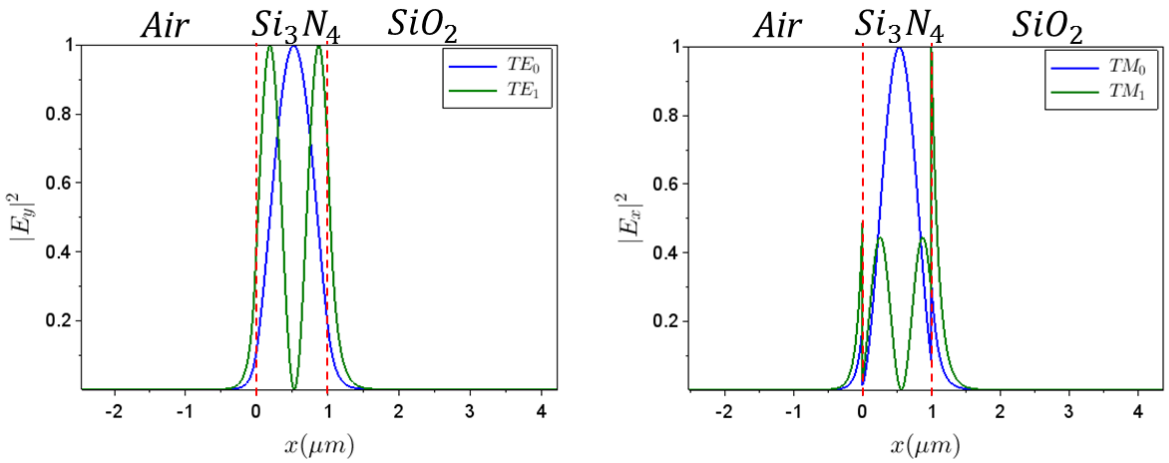


Fig. 2.4 : module carré à du champ électrique à $\lambda_0 = 1550nm$ d'un slab tricouche asymétrique air ($n_{air} = 1$) Si_3N_4 ($n_{Si_3N_4} = 1.979$) SiO_2 ($n_{SiO_2} = 1.444$). Le cœur d'épaisseur $1\mu m$ est représenté par les lignes en pointillés rouges. A gauche : $|E_y|^2$pour les modes guidés transverse électrique fondamental et d'ordre 1 ($n_{eff}(TE_0) = 1.892\ et\ n_{eff}(TE_1) = 1.626$). A droite : $|E_x|^2$pour les modes guidés transverse magnétique fondamental et d'ordre 1 ($n_{eff}(TM_0) = 1.861\ et\ n_{eff}(TM_1) = 1.530$). Dans ce dernier cas on notera la discontinuité induite par le changement de milieu aux deux interfaces.

2.2.2 Propagation de la lumière dans un guide à section bidimensionnelle :

Dans un guide à section bi-dimensionnellle, le double confinement implique une dépendance spatiale du champ dans les deux directions transverses. En conséquence il n'existe pas de modes purement transverses TE ou TM comme dans un slab, mais des modes hybrides dits quasi-TE ou quasi-TM. Dans cette partie, nous présentons les méthodes analytiques que nous utiliserons pour simuler la propagation de la lumière dans un guide d'onde à section bidimensionnelle.

2.2.2.1 *Méthode de Marcatilli :*

Intéressons-nous tout d'abord à la méthode d'approximation proposée par Marcatilli en 1969 [3] pour l'analyse des guides rectangulaires. Celle-ci consiste en une décomposition dite 2x1D, de la section du guide en deux slabs monodimensionnels indépendants dans chacune des deux directions transverses, comme indiqué en figure 2.5. L'approximation principale de cette méthode consiste donc à supposer que le champ électromagnétique transverse total est une solution à variables séparables de l'équation de Helmholtz scalaire.

Ceci implique que le champ dans les coins (correspondant aux zones hachurées de la figure 2.5) puisse être négligé en partant du principe qu'il présente une décroissance exponentielle rapide dans la gaine si le mode considéré est bien guidé. Cela revient à ne pas imposer de conditions aux limites pour le champ dans les coins.

Dans le cadre de cette méthode, les modes se décrivent alors de la manière suivante.

- Mode quasi-TE :

On impose $H_x = 0$, H_y et E_x sont les composantes prédominantes du champ. L'équation de Helmholtz scalaire bidimensionnelle du guide s'écrit :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + (n^2 k_0^2 - \beta^2) H_y = 0 \qquad (2.21)$$

Où $H_y(x,y) = H_y(x)H_y(y)$ est le produit des champs des slabs indépendants, chacun des deux termes correspondant respectivement aux expressions des modes TE et TM défini dans la section précédente. En reprenant les équations de Maxwell (2.7) et (2.8) les composantes du champ s'expriment comme

$$\begin{cases} H_x = 0 \\ E_x = \dfrac{\omega\mu_0}{\beta} H_y + \dfrac{1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \dfrac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \end{cases} \tag{2.22}$$

Et

$$\begin{cases} E_y = \dfrac{1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \dfrac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial y} \\ E_z = \dfrac{-i}{\omega\varepsilon_0 n^2} \dfrac{\partial H_y}{\partial x} \\ H_z = \dfrac{-i}{\beta} \dfrac{\partial H_y}{\partial y} \end{cases} \tag{2.23}$$

- Mode quasi-TM :

On impose $H_y = 0$, E_y et H_x sont les composantes prédominantes du champ. L'équation de Helmholtz scalaire bidimensionnelle du guide s'écrit :

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (n^2 k_0^2 - \beta^2) H_x = 0 \tag{2.24}$$

Où $H_x(x,y) = H_x(x)H_x(y)$ est le produit des champs des slabs indépendants. En reprenant les équations de Maxwell (2.7) et (2.8) les composantes du champ s'expriment comme

$$\begin{cases} H_y = 0 \\ E_x = \dfrac{-1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \dfrac{\partial^2 H_x}{\partial x \partial y} \end{cases} \tag{2.25}$$

Et

$$\begin{cases} E_y = -\dfrac{\omega\mu_0}{\beta} H_x - \dfrac{1}{\omega\varepsilon_0 n^2 \beta} \dfrac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} \\ E_z = \dfrac{i}{\omega\varepsilon_0 n^2} \dfrac{\partial H_x}{\partial y} \\ H_z = \dfrac{-i}{\beta} \dfrac{\partial H_x}{\partial x} \end{cases} \tag{2.26}$$

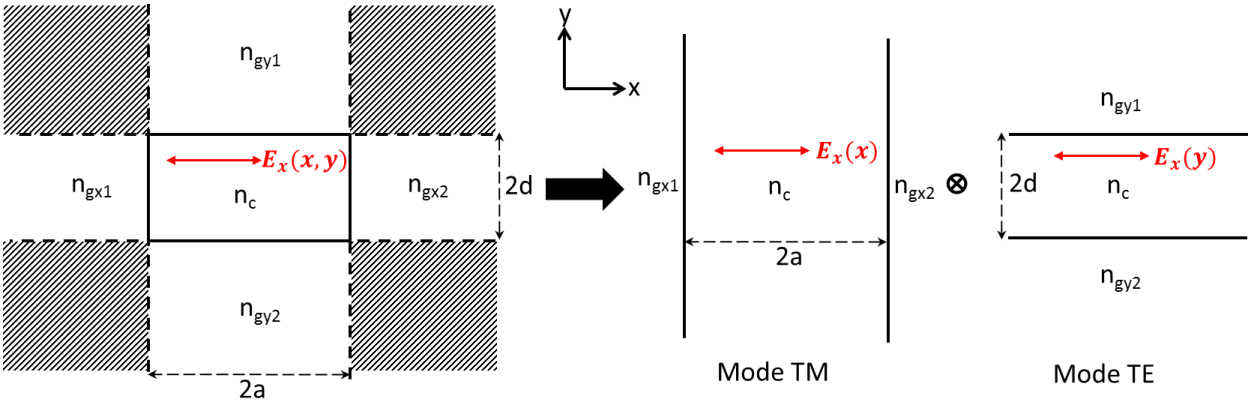


Fig. 2.5 : exemple de la décomposition 2x1D d'un guide rectangulaire en deux guides slabs indépendants selon la méthode de Marcatilli pour un mode quasi-TE (composante principale du champ selon O_x)

Une fois les conditions de continuité des champs tangents aux interfaces appliquées, on obtient deux équations de dispersion indépendantes, correspondant à celles des slabs TM et TE établies précédemment.

Nous développons ici à titre d'exemple les équations de dispersion pour un mode quasi-TE décomposé en :

- slab TM selon x

$$\begin{cases} \rho_x a = \frac{m_x \pi}{2} + \frac{1}{2} arctan\left(q_1 \frac{\xi_x}{\rho_x}\right) + \frac{1}{2} arctan\left(q_2 \frac{\sigma_x}{\rho_x}\right) \\ \varphi_x = \frac{m_x \pi}{2} + \frac{1}{2} arctan\left(q_1 \frac{\xi_x}{\rho_x}\right) - \frac{1}{2} arctan\left(q_2 \frac{\sigma_x}{\rho_x}\right) \end{cases} \quad (2.27)$$
$$m_x \in \mathbb{N}$$

Avec

$$\begin{cases} \rho_x = \sqrt{n_c^2 k_0^2 - {\beta_x}^2} & (-a \le x \le a) \\ \sigma_x = \sqrt{{\beta_x}^2 - n_{gx2}^2 k_0^2} & (x > a) \\ \xi_x = \sqrt{{\beta_x}^2 - n_{gx1}^2 k_0^2} & (x < a) \end{cases} \quad (2.28)$$

- slab TE selon y

$$\begin{cases} \rho_y d = \frac{m_y \pi}{2} + \frac{1}{2} arctan\left(q_1 \frac{\xi_y}{\rho_y}\right) + \frac{1}{2} arctan\left(q_2 \frac{\sigma_y}{\rho_y}\right) \\ \varphi_y = \frac{m_y \pi}{2} + \frac{1}{2} arctan\left(q_1 \frac{\xi_y}{\rho_y}\right) - \frac{1}{2} arctan\left(q_2 \frac{\sigma_y}{\rho_y}\right) \end{cases} \quad (2.29)$$
$$m_y \in \mathbb{N}$$

Avec

$$\begin{cases} \rho_y = \sqrt{n_c^2 k_0^2 - {\beta_y}^2} & (-d \le y \le d) \\ \sigma_y = \sqrt{{\beta_y}^2 - n_{gy2}^2 k_0^2} & (y > d) \\ \xi_y = \sqrt{{\beta_y}^2 - n_{gy1}^2 k_0^2} & (y < d) \end{cases} \tag{2.30}$$

Où $q_1 = \frac{n_c^2}{n_{gx1}^2}$ et $q_2 = \frac{n_c^2}{n_{gx2}^2}$ pour les modes TM et $q_1 = q_2 = 1$ pour les modes TE

Ces deux équations de dispersion peuvent être résolues séparément et indépendamment l'une de l'autre afin d'en tirer les composantes $\rho_x$et ρ_y du vecteur d'onde total. Enfin la constante de propagation effective dans le cœur du guide bidimensionnel est obtenue en isolant la composante selon l'axe z du vecteur d'onde total $n_c^2 k_0^2$:

$$\beta_{2D} = \sqrt{n_c^2 k_0^2 - (\rho_x^2 + \rho_y^2)} \tag{2.31}$$

Chaque mode quasi-TE (dont la composante principale est E_x) est caractérisé par les ordres (m_x, m_y) des modes de slab correspondant aux décompositions transverses indépendantes. On note alors $E_x^{(m_x,m_y)}$et de la même manière que pour les slabs, le module carré du champ présente $m_x + 1$ maxima le long de l'axe x et $m_y + 1$ maxima le long de l'axe y.

2.2.2.2 *Méthode de l'indice effectif :*

Certains types de guides restent cependant difficiles à analyser au moyen de la méthode de Marcatilli, notamment lorsqu'ils ne peuvent être décomposés en guides indépendants et de structure plus simple. C'est typiquement le cas des guides d'ondes « ridge » dont la structure est présentée en figure 2.6. Note : lorsque $n_c = n_r$ ce type de guide est appelé « rib »

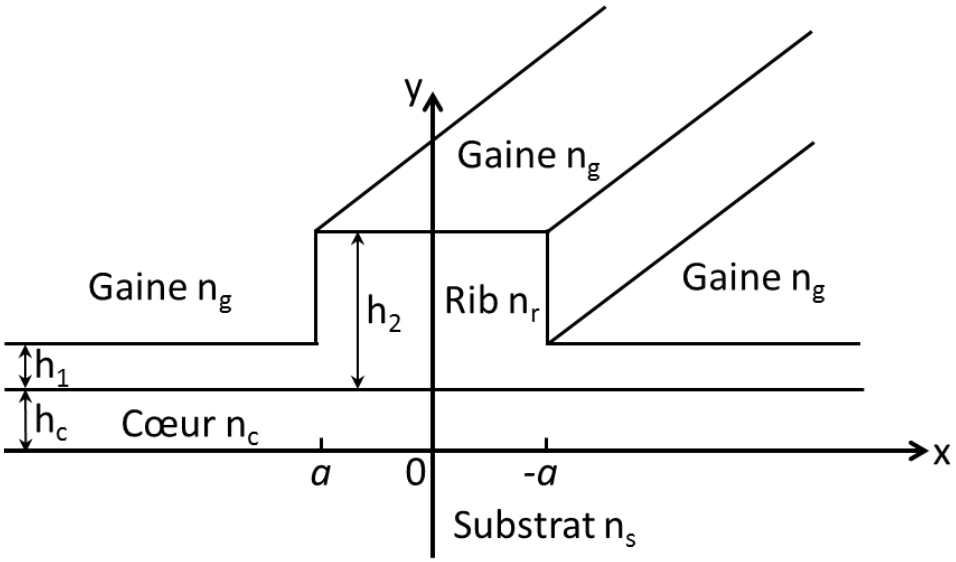


Fig. 2.6 : schéma d'un guide ridge

La méthode de l'indice effectif (MIE) introduite par Knox et Toulios [4] est une méthode analytique permettant d'obtenir les constantes de propagation et les champs dans les guides bidimensionnels dont la section n'est pas rectangulaire (bien qu'elle puisse également être utilisée dans ce cas). Elle est de mise en œuvre simple et permet une caractérisation rapide des guides étudiés. A la différence de la méthode de Marcatilli, qui réalise les calculs des slabs selon x et y en parallèle, c'est-à-dire indépendamment les uns des autres, la MIE effectue les calculs selon chaque dimension en série, c'est-à-dire dans un ordre déterminé. Nous allons maintenant décrire les étapes de cette méthode permettant d'aboutir à la constante de propagation effective β_{2D} dans le cas du champ quasi-TE $E_x^{(m_x,m_y)}$ du guide ridge présenté en figure 2.6.

L'équation d'onde du champ quasi-TE $E_x^{(m_x,m_y)}$ est donnée par (2.21)

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \left(k_0^2 n^2(x,y) - {\beta_{2D}}^2\right) H_y = 0 \tag{2.32}$$

Tout comme la méthode de Marcatilli, la MIE repose sur l'hypothèse de la séparation des variables. On considère donc que le champ électromagnétique transverse total est une solution à variables séparables de l'équation de Helmholtz scalaire (2.32).

$$H_y(x,y) = X(x)Y(y) \tag{2.33}$$

En remplaçant (2.30) dans (2.29) puis en divisant par XY on obtient :

$$\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \left(k_0^2 n^2(x,y) - {\beta_{2D}}^2\right) = 0 \tag{2.34}$$

Où $n(x,y)$ est la distribution globale d'indice de réfraction de la structure, dont la répartition selon l'axe vertical y est représentée en figure 2.7.

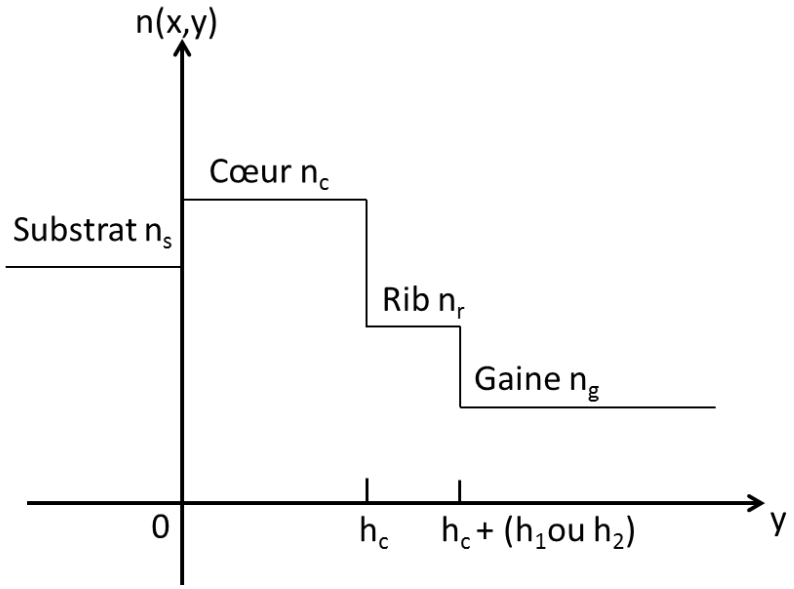


Fig. 2.7 : distribution globale d'indice de réfraction du ridge selon l'axe vertical y.

En additionnant et soustrayant dans (2.34) la quantité $k_0^2 n_{eff}^2(x)$ indépendante de y, où $n_{eff}(x)$ est la distribution d'indice effectif, l'équation peut être séparée en deux parties indépendantes.

La première selon y :

$$\frac{1}{Y}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \left(k_0^2 n^2(x,y) - k_0^2 n_{eff}^2(x)\right) = 0 \tag{2.35}$$

La seconde selon x :

$$\frac{1}{X}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \left(k_0^2 n_{eff}^2(x) - {\beta_{2D}}^2\right) = 0 \tag{2.36}$$

On peut alors remarquer que la distribution d'indice effectif $n_{eff}(x)$ est valeur propre de l'équation (2.35), qui est l'équation de Helmholtz scalaire régissant la propagation de la lumière dans un slab selon l'axe y dont la distribution de permittivité représentéer en figure 2.7 est donnée par $n^2(x,y)$.

D'autre part, l'indice effectif total du ridge $n_{eff,ridge}$ est, à travers la constante de propagation effective $\beta_{2D} = k_0 n_{eff,ridge}$ valeur propre de l'équation (2.36). Ici encore, il s'agit de l'équation de Helmholtz scalaire pour un slab selon l'axe x dont la distribution de permittivité est cette fois donnée par la distribution d'indice effectif $n_{eff}(x)$.

On comprend alors que la MIE se compose de trois étapes ordonnées. Celles-ci sont résumées par la figure 2.8.

1. La première étape consiste à découper dans un ordre donné la section du guide en un nombre p fini de régions adjacentes distinctes. Chacune d'entre elles définit un slab multicouche vertical. Dans notre exemple, la structure du ridge se prête à un découpage en trois régions dont les deux extrêmes sont identiques (mais non adjacentes).
2. Dans chacune de ces régions l'équation selon l'axe vertical (2.35) est résolue comme pour un slab multicouche. On obtient alors un ensemble ordonné de valeurs propres verticales $n_{eff,i}(i = 1 \dots p)$ qui sont les indices effectifs de la structure.
3. Chaque indice effectif $n_{eff,i}$ est ensuite substitué, dans la région correspondante, à l'empilement multicouche vertical qui l'a engendré. On définit ainsi un empilement horizontal de p couches d'indice $n_{eff,i}(i = 1 \dots p)$, dont les valeurs propres sont obtenues en résolvant (2.36). Ces valeurs propres sont les $n_{eff,ridge}$.

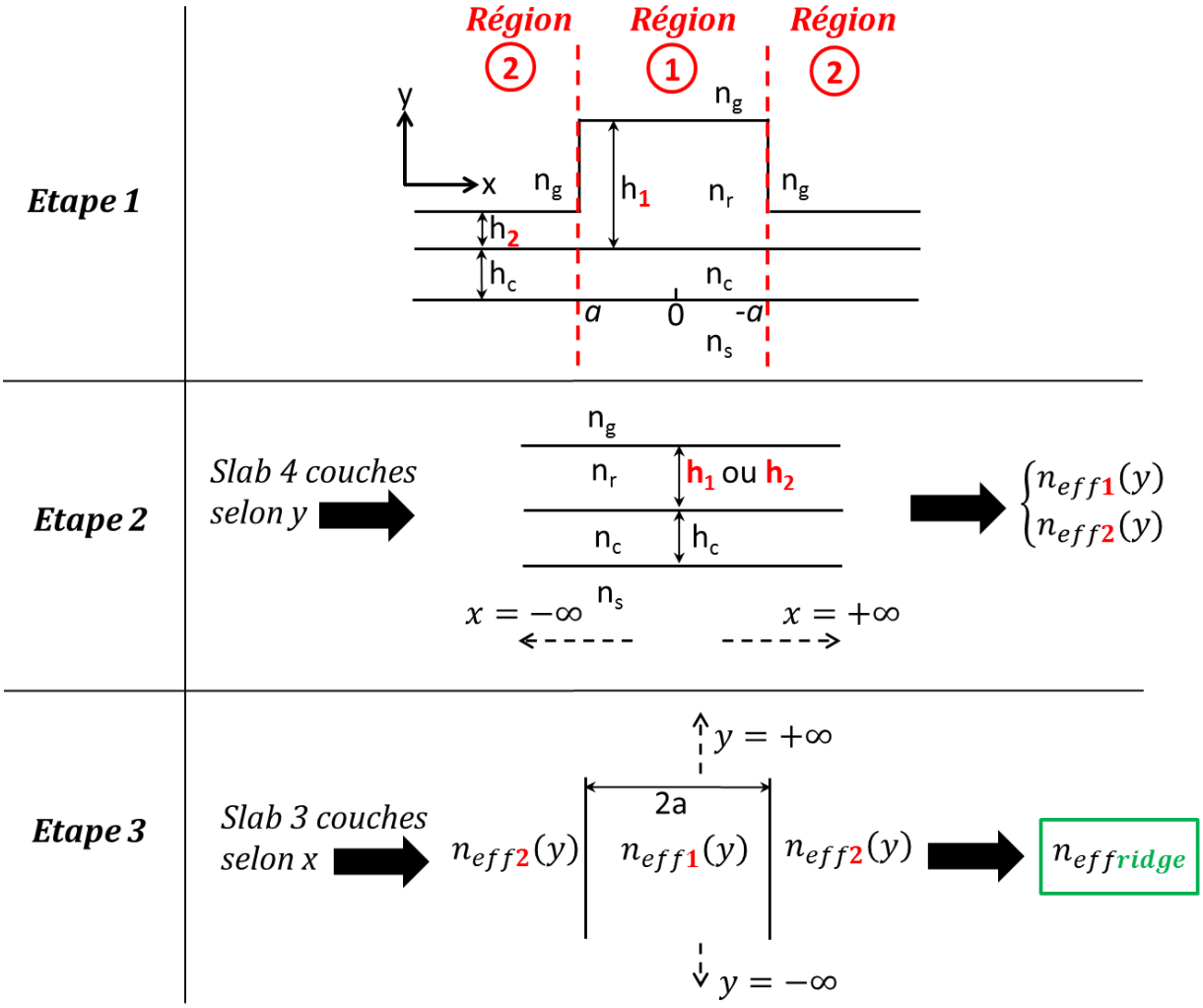


Fig.2.8 : schéma détaillant les trois étapes de mise en oeuvre de la méthode de l'indice effectif permettant d'obtenir les valeurs propres dans le cas d'un guide ridge.

2.3 Propagation de la lumière dans les guide courbés

2.3.1 Introduction aux modes de galerie.

L'origine du nom « whispering gallery modes » est due à Lord Rayleigh (1842-1919), qui étudia le phénomène de réverbération sonore rencontré dans la « galerie des murmures » (« whispering gallery » en Anglais), une cavité circulaire de 33 m de diamètre située à environ 30 m au dessus du sol, sous le dôme de la cathédrale Saint-Paul de Londres (voir figure 2.9). Un murmure émis contre l'une des parois peut en effet y être perçu par un auditeur situé à n'importe quel autre point de la circonférence. Ce type de phénomène est fréquemment rencontré en architecture : le dôme du mausolée du Gol Gumbaz à Bijapur (Inde) ou encore le mur circulaire du Temple du Ciel à Pékin (Chine) figurent au rang des occurrences les plus remarquables. Leur interprétation en termes d'acoustique physique fut formalisée et publiée par Lord Rayleigh en 1910 [5]. Dans son article intitulé « The Problem of the Whispering Gallery », il propose que les ondes sonores se propagent comme en optique géométrique, par réflexions successives, expliquant leur tendance à rester piégées le long de la paroi concave. Il évoque ainsi la possibilité, pour les ondes électromagnétiques, de se propager par réflexions totales internes dans des cavités diélectriques.

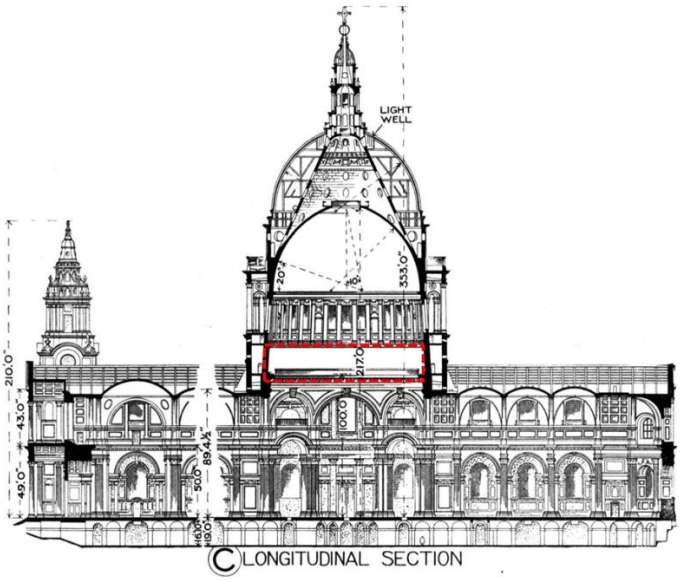


Fig. 2.9 : Schéma de la section longitudinale de la cathédrale Saint-Paul de Londres. La « galerie des murmures » est encadrée de pointillés rouges.

On se propose en premier lieu d'aborder le problème de la propagation des ondes lumineuses dans une cavité à symétrie *cylindrique* (disques et anneaux) à travers des notions d'optique géométrique. Le cas des problèmes à symétrie sphérique (sphères, sphéroïdes et toroïdes) ne sera pas traité ici mais le lecteur intéressé pourra consulter les références [6]–[8]. La cavité cylindrique est une idéalisation des composants réalisables en optique intégrée : en pratique les flancs de la cavité ne sont jamais parfaitement verticaux et de légères asymétries sont toujours introduites par le procédé de fabrication. Ceci permettra tout d'abord au lecteur de mettre au jour certaines propriétés fondamentales des résonateurs circulaires en faisant un usage en écho des considérations heuristiques développées au début de la partie précédente, et destinées à introduire les principales caractéristiques des guides droits. Ensuite, une méthode de résolution de type « indice effectif » du problème électromagnétique scalaire sera présentée. Au reste, d'autres voies existent pour traiter le problème électromagnétique exact, parmi lesquelles celles basées sur la théorie de Mie de la diffusion d'une onde plane par un cylindre diélectrique [9],[10] ou encore la méthode de la transformation conforme [11], [12]. Celle que nous avons choisi d'exposer dans les pages qui suivent s'inspire des travaux mis en oeuvre dans [13]–[17] et a retenu notre attention en raison de sa ressemblance directe avec le traitement classique du problème de la propagation dans les guides droits : il s'agira là encore de résoudre l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, linéaire et non magnétique, puis d'exploiter les conditions de continuité aux interfaces. Ce problème sera cette fois exprimé dans un système de coordonnées cylindriques.

2.3.2 Les résonateurs circulaires en termes d'optique géométrique

Soit un disque de rayon R, constitué d'un matériau d'indice de réfraction n_1 et entouré d'un matériau d'indice $n_2 < n_1$. Comme indiqué en rouge sur la figure 2.10, un rayon lumineux qui se propage à l'intérieur du disque forme un angle *i* avec la normale à l'interface. Lorsque cet angle est supérieur à l'angle critique i_c, il y a comme pour la propagation dans un guide d'onde droit, réfléxion totale interne sur la paroi du disque. En raison de la symétrie cylindrique de la cavité, toutes les rélfexions suivantes se feront avec le même angle et la lumière restera confinée à l'intérieur du résonateur, entre la paroi externe située en R et la caustique interne, enveloppe des rayons lumineux d'angle d'incidence *i*, dont le rayon est noté $R_c = Rsin(i)$ L'absence de paroi interne dans le disque n'entrave donc aucunement le guidage, elle est même caractéristique de la propagation des modes de galerie.

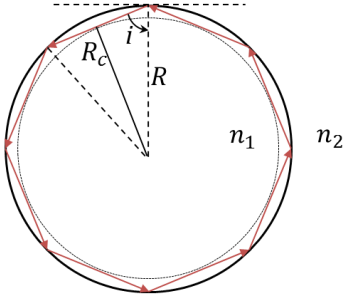


Fig. 2.10 : Schéma de la propagation d'un rayon lumineux (flèches rouges) par réflexions totales internes dans une cavité cylindrique. Le rayon représenté correspond à un mode résonant qui interfère constructivement avec lui-même après un tour de cavité. Ce mode de galerie est localisé entre la paroi du résonteur (cercle noir) et la caustique interne (cercle en pointillés noirs).

Une résonance peut s'établir si le champ électromagnétique interfère constructivement avec lui-même après un tour de cavité, ce qui revient à dire que le chemin optique parcouru doit être égal à un multiple entier de longueurs d'ondes en espace libre :

$$2\pi n_{eff} R = m\lambda \qquad (2.37)$$

Où n_{eff} est l'indice effectif de la cavité. L'entier *m*, est appelé nombre (ou indice) azimutal. Il correspond au nombre de maxima en intensité le long de la circonférence du résonateur. Remarquons également que tout rayon incident tel que $i_c < i < \frac{\pi}{2}$ reste confiné dans la cavité. Celle-ci est donc potentiellement multimode (et à chacun de ses modes correspond une caustique interne) mais étant donnée la quantification imposée par la condition de résonance azimutale, le spectre des valeurs de l'angle *i* sera lui aussi discret : seuls certains angles d'incidence compris dans l'intervalle sus-mentionné donneront lieu à des résonances. Comme dans le cas des guides d'ondes droits, la notion d'angle d'incidence propre à l'optique géométrique peut être développée en termes ondulatoires afin d'expliquer la formation des différents profils de modes transverses par interférences. On comprend alors qu'il peut exister plusieurs modes ayant un indice *m* identique : ces modes seront caractérisés par leur indice *p*, ou nombre radial, et présenteront *p+1* maxima radiaux en intensité. Ce principe est illustré sur la figure 2.11.

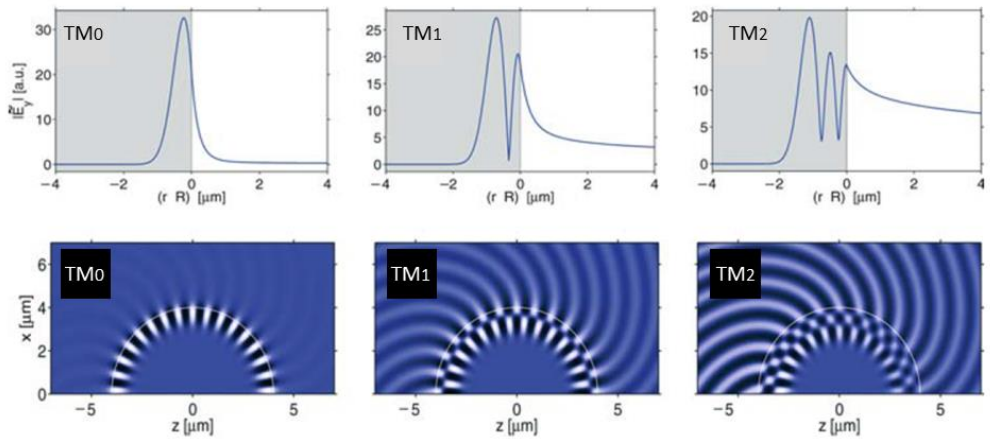


Fig. 2.11 : Module des profils (haut) et champs (bas) correspondant aux trois premiers modes de galerie TM_p criculant dans le sens horaire d'un micro-disque de rayon $R = 4{,}0\mu m$ constitué d'un matériau d'indice planaire $n_{coeur} = 1{,}5$ entouré d'air (*n=1*) pour une longueur d'onde $\lambda = 1{,}0\mu m$. on notera que le champ éléctrique d'un mode TM_p, orienté perpendiculairement au plan du disque (selon l'axe y sur cette figure), est continu à l'interface radiale et présente *p+1* maxima radiaux. [14]

Nous retrouverons les nombres m et p dans la partie suivante, lors de la résolution des équations de Maxwell avec les conditions aux limites du résonateur.

Notons à présent que lorsque la lumière se propage dans un anneau doté de deux parois (une interne et une externe), de rayons respectifs R_{in} et R_{ext}, comme représenté sur les figures 2.12 et 2.13, il convient de distinguer deux cas de figure.

- Le rayon interne est supérieur à celui de la caustique, $R_{in} > R_c$: le mode considéré se propage comme dans un guide courbé, au sens où les réflexions totales internes ont lieu sur les deux parois du résonateur. On ne peut donc parler ici de modes de galeries mais de modes de résonance dans un résonateur circulaire.
- Le rayon interne est inférieur à celui de la caustique $R_{in} < R_c$: la paroi interne ne joue aucun rôle pour le mode considéré qui est limité par R_c. Dans ce cas, la propagation dans l'anneau est équivalente à celle qu'aurait le mode dans un disque de rayon R_{ext} : il s'agit d'un mode de galerie car le champ est uniquement confiné par la paroi externe.

En résumé, les modes de galerie et les modes de résonance des cavités circulaires étant confinés par réflexions totales internes dans des volumes très faibles, la densité de puissance dans ces cavités sera élevée et les raies émises seront spectralement fines. De plus, on retrouve via l'équation (2.34) que le spectre de puissance de ces résonateurs prend la forme d'un ensemble de résonances espacées en fréquence par l'intervalle spectral libre $\Delta\nu = \frac{c}{2\pi n_g R}$, où n_g est l'indice de groupe défini au chapitre 1 (équation (1.2)).

2.3.3 résolution du problème électromagnétique

On considère un résonateur circulaire d'épaisseur h et de rayon R pour un disque (respectivement de rayon interne R_{int}et externe R_{ext} pour un anneau) dont l'indice de réfraction de cœur est noté $n_{1,3D}$ et l'indice extérieur $n_{2,3D}$ (l'indice de réfraction de la gaine interne d'un anneau est noté $n_{3,3D}$), comme représenté sur la figure 2.12.

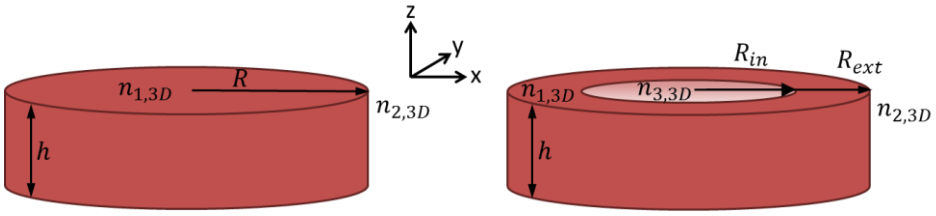


Fig. 2.12 : Schéma d'un résonateur de type micro-disque (gauche) et anneau (droite).

L'équation de propagation (2.5) en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(\boldsymbol{r})k_0^2\right)\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r}, t) = 0 \qquad (2.38)$$

Les solutions analytiques de cette équation peuvent être exprimées au moyen de deux approximations. Tout d'abord nous supposerons, comme dans le cas des guides droits, qu'il existe deux familles de modes indépendants TE et TM, dont les polarisations sont orthogonales. Nous pourrons ainsi passer à l'équation d'onde scalaire. Pour un mode TE, le champ électrique sera défini comme étant polarisé

parallèlement au plan du disque tandis que pour un mode TM, le champ électrique sera polarisé perpendiculairement au plan du disque.

La seconde approximation consistera à supposer une solution à variables séparables.

$$\phi(\rho,\theta,z) = W(\rho,\theta)M(z) \tag{2.39}$$

Ces deux approximations, qui rappellent l'approche utilisée dans la méthode de l'indice-effectif précédemment introduite pour traiter les guides droits à section bidimensionnelles, suggèrent un découpage de la géométrie du résonateur selon deux plans indépendants, l'un vertical, l'autre horizontal. Lorsque la hauteur du résonateur est supérieure à la longueur d'onde optique dans le matériau λ/n, ces approximations sont valables [18]. Dès lors que cette condition n'est plus respectée, les modes TE et TM commencent à se coupler entre eux et l'on parle alors de modes hybrides, pour lesquels l'ansatz utilisé ne tient plus.

En injectant (2.39) dans (2.38) et en divisant par (2.39) il vient :

$$\frac{1}{W}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial W}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\theta^2}\right)+\frac{1}{M}\frac{\partial^2 M}{\partial z^2}+n^2(\boldsymbol{r})k_0^2=0 \tag{2.40}$$

A partir de là, on découpe l'équation selon la méthode de l'indice effectif, en ajoutant puis retranchant une quantité notée $k_0^2\bar{n}^2$ indépendante de z, où $\bar{n}$ désigne l'indice planaire dans la région concernée, ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2}+(n^2(\boldsymbol{r})k_0^2-\bar{n}^2k_0^2)M=0 \tag{2.41}$$

$$\frac{1}{W}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial W}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\theta^2}\right)+\bar{n}^2\,k_0^2=0 \tag{2.42}$$

L'équation (2.41) est l'équation de Helmholtz scalaire d'un slab selon l'axe z, et la distribution d'indice $n^2(\boldsymbol{r})$ se ramène donc à la distribution verticale $n^2(z)$. Les valeurs propres $\bar{n}$ de (2.41) sont connues, ce sont les indices effectifs du slab vertical monodimensionnel d'épaisseur *h*. Comme pour un guide planaire monodimensionnel, les différentes solutions de cette équation de dispersion sont caractérisées par l'ordre l ($l \in \mathbb{N}$) de leur indice effectif planaire $\bar{n}(l)$ et les profils de modes correspondant présentent *l+1* maxima en intensité selon l'axe vertical.

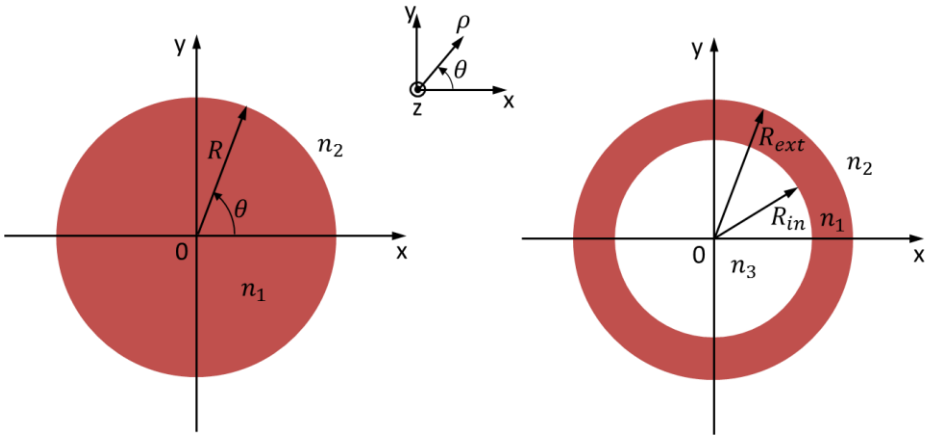


Fig. 2.13 : Projection, via la méthode de l'indice effectif, du problème dans le plan d'un micro-disque (gauche) et d'un anneau (droite). Ce modèle bidimensionnel de type « slab courbé » permet d'obtenir les valeurs propres des résonateurs.

A présent l'équation (2.42) peut être résolue en considérant que l'on travaille dans le plan défini par la section d'un cylindre verticalement infini d'indice planaire $\bar{n} = \{n_1(l), n_2(l), n_3(l)\}$, c'est-à-dire dans un guide slab courbé et rebouclé sur lui-même, de manière à pouvoir s'affranchir de la dépendance des champs selon la coordonnée verticale, comme indiqué sur la figure 2.13.
On pose :

$$W(\rho, \theta) = \varphi(\rho)\Omega(\theta) \tag{2.43}$$

La même procédure est alors répétée. En injectant (2.43) dans (2.42) et en divisant par (2.43) puis en multipliant par ρ^2 il vient :

$$\frac{\rho^2}{\varphi}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\Omega}\frac{\partial^2\Omega}{\partial\theta^2} + \bar{n}^2 k_0^2 \rho^2 = 0 \tag{2.44}$$

A nouveau, on ajoute et retranche une quantité m^2 pour obtenir les équations indépendantes suivantes :

$$\frac{\partial^2\Omega}{\partial\theta^2} + m^2\Omega = 0 \tag{2.45}$$

$$\rho^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\rho^2} + \rho\frac{\partial\varphi}{\partial\rho} + (\bar{n}^2 k_0^2\rho^2 - m^2)\varphi = 0 \tag{2.46}$$

L'équation 2.45 admet une solution oscillante de type $\Omega \propto e^{-im\theta}$. Pour qu'une résonance s'établisse dans la cavité, cette solution doit également être périodique, c'est-à-dire $\Omega(\theta) = \Omega(\theta + 2\pi)$, aussi en déduit-on la nature de la quantité m : il s'agit nécessairement d'un entier. Allons plus loin. Etant donnée la dépendance de la distribution d'indice de la structure du résonateur projetée dans le plan horizontal selon la méthode de l'indice effectif, $\bar{n} = \bar{n}(\rho)$, celle-ci est donc homogène selon la coordonnée angulaire θ, de sorte que la solution $\Omega \propto e^{-im\theta}$représente l'évolution de la phase lors de la propagation azimutale. Il en résulte que m est l'indice azimutal qui s'écrit alors :

$$m = \beta_{res}R = \frac{2\pi R\bar{n}}{\lambda_0} \tag{2.47}$$

où β_{res} est la constante de propagation dans le résonateur et R le rayon externe de la cavité. On retrouve ici l'équation 2.37.
A chaque valeur de l'indice azimutal correspond un mode de propagation (et donc un indice effectif) d'autant mieux confiné que m est grand. Nous supposerons donc une propagation selon la coordonnée angulaire θ et sous forme d'ondes planes dont les constantes de propagation effectives sont les β et les fréquences angulaires ω.

$$\boldsymbol{W}(\rho, \theta, t) = \boldsymbol{\varphi}(\rho)e^{i(\omega t - \beta R\theta)} = \begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}(\rho)e^{i(\omega t - \beta R\theta)} \\ \widetilde{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{H}(\rho)e^{i(\omega t - \beta R\theta)} \end{cases} \tag{2.48}$$

Où $\boldsymbol{\varphi}(\rho) = (\varphi_r, \varphi_\theta, \varphi_z)(\rho)$.En insérant la solution (2.45) dans les équations de Maxwell (2.7) et (2.8), on obtient les expressions des composantes du champ électromagnétique pour les modes TE et TM.

$$\text{Mode TE } \left(E_\rho, E_\theta, H_z\right) \neq 0 \text{ et } \left(H_\rho, H_\theta, E_z\right) = 0 \text{ avec } \begin{cases} E_\rho = -\frac{\beta R}{\omega\varepsilon_0\bar{n}^2}H_z \\ E_\theta = \frac{-i}{\omega\varepsilon_0\bar{n}^2}\frac{\partial H_z}{\partial\rho} \end{cases} \tag{2.49}$$

$$\text{Mode TM } \left(H_\rho, H_\theta, E_z\right) \neq 0 \text{ et } \left(E_\rho, E_\theta, H_z\right) = 0 \text{ avec } \begin{cases} H_\rho = -\frac{\beta R}{\rho\omega\mu_0}E_z \\ H_\theta = \frac{i}{\omega\mu_0}\frac{\partial E_z}{\partial\rho} \end{cases} \tag{2.50}$$

Dans la suite, on notera de manière générale $\varphi = \varphi_z = \begin{cases} H_z \; mode\; TE \\ E_z \; mode\; TM \end{cases}$

En utilisant le fait que $\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial k_0 \bar{n} \rho} \frac{\partial k_0 \bar{n} \rho}{\partial \rho} = n_1 k_0 \frac{\partial \varphi}{\partial k_0 \bar{n} \rho}$, l'équation (2.46) peut être mise sous la forme d'une équation de Bessel dont l'ordre est donné par l'indice azimutal *m* :

$$(\bar{n} k_0 \rho)^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (\bar{n} k_0 \rho)^2} + \bar{n} k_0 \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{n} k_0 \rho} + (\bar{n}^2 k_0^2 \rho^2 - m^2)\varphi = 0 \qquad (2.51)$$

On reconnait dans cette équation radiale scalaire et dans (2.46) la formulation d'un problème aux valeurs propres dont les fonctions propres sont les profils de modes à dépendance radiale $\varphi(r)$ et dont les valeurs propres sont les indices azimutaux $m = \beta_{res} R$. Explicitons à présent les conditions de continuité aux interfaces entre les différents milieux et aux limites lorsque $r \to 0$ et $r \to \infty$. La résolution de (2.48) est en effet effectuée par morceaux dans les régions d'indice de réfraction constants, c'est-à-dire :

$$\text{Pour un disque : } n(r) = \begin{cases} n_1 \; si \; 0 < r \leq R \\ n_2 \; si \; r > R \end{cases} \qquad (2.52)$$

$$\text{Pour un anneau : } n(r) = \begin{cases} n_3 \; si \; 0 < r \leq R_{in} \\ n_1 \; si \; R_{in} < r \leq R_{ext} \\ n_2 \; si \; r > R_{ext} \end{cases} \qquad (2.53)$$

Les solutions de (2.51) sont connues [19] : ce sont d'une part des combinaisons linéaires des fonctions de Bessel cylindriques de première et deuxième espèce $J_m(\bar{n} k_0 \rho)$ et $Y_m(\bar{n} k_0 \rho)$, mais aussi des combinaisons linéaires complexes de ces fonctions. Parfois appelées fonction de Bessel de troisième espèce, ces combinaisons complexes peuvent être positives, on parle alors de fonctions de Hankel du premier type : $H_m^{(1)}(n_1 k_0 \rho) = J_m(\bar{n} k_0 \rho) + i Y_m(\bar{n} k_0 \rho)$ ou négatives, on parle alors de fonctions de Hankel du deuxième type : $H_m^{(2)}(\bar{n} k_0 \rho) = J_m(\bar{n} k_0 \rho) - i Y_m(\bar{n} k_0 \rho)$.

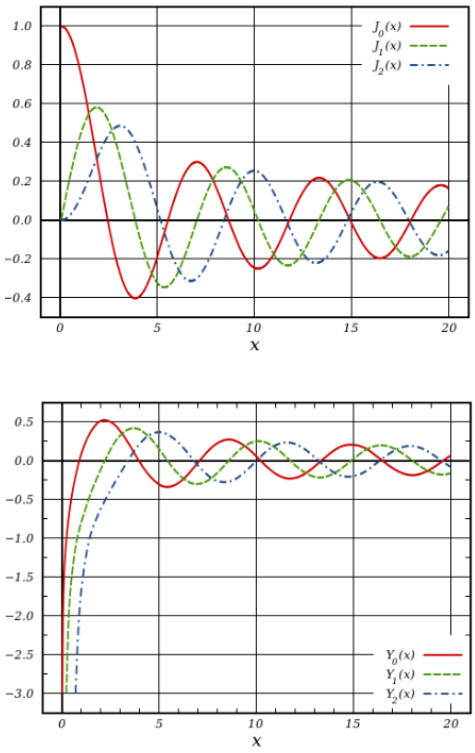


Fig. 2.14 : Représentation des fonctions de Bessel d'ordre $m = \{0,1,2\}$ et d'argument positif de première espèce $J_m(x)$ (haut) et de deuxième espèce $Y_m(x)$ (bas). Dans ce dernier cas, on remarquera la singularité à l'origine.

Comme le montre la figure 2.14 les fonctions $Y_m(n_1 k_0 \rho)$ tendent vers $-\infty$ lorsque leur argument tend vers 0. Aussi seront-elles proscrites comme solutions dans les régions centrales des résonateurs. Afin de conserver un champ électromagnétique borné, seules les solutions $J_m(\bar{n} k_0 \rho)$ seront autorisées dans les régions où $r \to 0$.
A l'extérieur des cavités, lorsque $r \to \infty$, les solutions sont des ondes sortantes dont l'expression est donnée par les fonctions complexes de Hankel $H_m^{(1)}$ ou $H_m^{(2)}$. Le choix de l'une d'entre elles dépend de la convention choisie sur la dépendance temporelle harmonique du champ électromagnétique $e^{\pm i\omega t}$.
En effet, d'après [19], ces deux fonctions admettent respectivement les développements asymptotiques suivants :

$$H_m^{(1)}(\bar{n} k_0 \rho) \sim \sqrt{\frac{2}{\bar{n} k_0 \rho}} e^{i(\bar{n} k_0 \rho - m\pi/2 - \pi/4)}$$
$$H_m^{(2)}(\bar{n} k_0 \rho) \sim \sqrt{\frac{2}{\bar{n} k_0 \rho}} e^{-i(\bar{n} k_0 \rho - m\pi/2 - \pi/4)} \quad (2.54)$$

Etant donnée la convention en $e^{+i\omega t}$ retenue dans ce manuscrit, il apparaît donc que les $H_m^{(1)}$ représentent des ondes entrantes tandis que les $H_m^{(2)}$représentent des ondes sortantes.
Ainsi, les solutions de (2.48) dans les différentes régions s'expriment comme :

Pour un disque :

$$\varphi = \begin{cases} A_{d1} J_m(n_1 k_0 \rho) \; si \; 0 < r \leq R \\ A_{d2} H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \; si \; r > R \end{cases} \quad (2.55)$$

Pour un anneau :

$$\varphi = \begin{cases} A_{r3} J_m(n_3 k_0 \rho) \; si \; 0 < r \leq R_{in} \\ A_{r1} J_m(n_1 k_0 \rho) + B_{r1} Y_m(n_1 k_0 \rho) \; si \; R_{in} < r \leq R_{ext} \\ A_{r2} H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \; si \; r > R_{ext} \end{cases} \quad (2.56)$$

Où A_{d1}, $A_{r1}, B_{r1}, A_{d2}, A_{r2}$et A_{r3} sont des amplitudes à déterminer lors de la normalisation en puissance.

2.3.3.1 *Equation de dispersion des résonateurs circulaires*

En appliquant les équations de Maxwell et la continuité des champs tangents aux interfaces (E_θ, H_z pour le mode TE, E_z, H_θ pour le mode TM) on obtient un système d'équations linéaires sous la forme d'une matrice 2x2 (deux composantes de champs et une interface) pour un disque et 4x4 (deux composantes de champs et deux interfaces) pour anneau. La recherche des solutions non triviales nécessite l'annulation du déterminant de cette matrice qui aboutit à l'équation de dispersion dont les solutions sont les constantes de propagation β_{res} du résonateur. Nous détaillons ici ces matrices pour les modes TE.

Pour un disque, la continuité des champs tangents en $\rho = R$ aboutit à :

$$\begin{pmatrix} J_m(n_1 k_0 \rho) & -H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \\ \frac{1}{n_1^2} \partial_\rho J_m(n_1 k_0 \rho) & -\partial_\rho H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{d1} \\ A_{d2} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.57)$$

Où $\partial_\rho J_m(n_1 k_0 \rho)$ représente la dérivée de J_m par rapport à ρ. Soit $\frac{\partial J_m(n_1 k_0 \rho)}{\partial \rho} = \frac{m}{\rho} J_m(n_1 k_0 \rho) - n_1 k_0 J_{m+1}(n_1 k_0 \rho)$. On notera que les$J_m$, les Y_m et les H_m se dérivent de la même manière.

D'où l'équation de dispersion générale pour un disque obtenue par annulation du déterminant de la matrice du système précédent :

$$J_m(n_1 k_0 R)\left(\frac{m}{R} H_m^{(2)}(n_2 k_0 R) - \eta \partial_\rho H_m^{(2)}(n_2 k_0 R)\right) = n_1 k_0 J_{m+1}(n_1 k_0 R) H_m^{(2)}(n_2 k_0 R) \tag{2.58}$$

Où $\eta = \frac{n_2^2}{n_1^2}$ pour les modes TE et $\eta = 1$ pour les modes TM.

Pour un anneau, la continuité des champs tangents en $\rho = R_{in}$et $\rho = R_{ext}$ aboutit à :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{n_3} J_m'(n_3 k_0 R_{in}) & -\frac{1}{n_1} J_m'(n_1 k_0 R_{in}) & -\frac{1}{n_1} Y_m'(n_1 k_0 R_{in}) & 0 \\ J_m(n_3 k_0 R_{in}) & -J_m(n_1 k_0 R_{in}) & -Y_m(n_1 k_0 R_{in}) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{n_1} J_m'(n_1 k_0 R_{ext}) & -\frac{1}{n_1} Y_m'(n_1 k_0 R_{ext}) & \frac{1}{n_2} H_m^{(2)\prime}(n_2 k_0 R_{ext}) \\ 0 & -J_m(n_1 k_0 R_{ext}) & -Y_m(n_1 k_0 R_{ext}) & H_m^{(2)}(n_2 k_0 R_{ext}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{r3} \\ A_{r1} \\ B_{r1} \\ A_{r2} \end{pmatrix} = 0 \tag{2.59}$$

Où J_m', Y_m'et $H_m^{(2)\prime}$représentent les dérivées de ces fonctions par rapport à leur argument, c'est-à-dire par exemple $J_m'(\bar{n} k_0 \rho) = \frac{\partial J_m(\bar{n} k_0 \rho)}{\partial \bar{n} k_0 \rho} = \frac{m}{\bar{n} k_0 \rho} J_m(\bar{n} k_0 \rho) - J_{m+1}(\bar{n} k_0 \rho)$.

D'où l'équation de dispersion générale pour un anneau obtenue par annulation du déterminant de la matrice du système précédent, que l'on écrira, afin d'en faciliter l'implémentation numérique, à la manière de la référence [14] :

$$T_1 . T_2 - T_3 . T_4 = 0 \tag{2.60}$$

Avec

$$\begin{aligned} T_1 &= J_m(n_1 k_0 R_{in}) J_m'(n_3 k_0 R_{in}) - \eta_3 J_m(n_3 k_0 R_{in}) J_m'(n_1 k_0 R_{in}) \\ T_2 &= Y_m(n_1 k_0 R_{ext}) H_m^{(2)\prime}(n_2 k_0 R_{ext}) \\ &\quad - \eta_2 Y_m'(n_1 k_0 R_{ext}) H_m^{(2)}(n_2 k_0 R_{ext}) \\ T_3 &= Y_m(n_1 k_0 R_{in}) J_m'(n_3 k_0 R_{in}) - \eta_3 J_m(n_3 k_0 R_{in}) Y_m'(n_1 k_0 R_{in}) \\ T_4 &= J_m(n_1 k_0 R_{ext}) H_m^{(2)\prime}(n_2 k_0 R_{ext}) \\ &\quad - \eta_2 J_m'(n_1 k_0 R_{ext}) H_m^{(2)}(n_2 k_0 R_{ext}) \end{aligned} \tag{2.61}$$

Où $\eta_j = \frac{n_j^2}{n_1^2}$ pour les modes TE et $\eta_j = \frac{n_1^2}{n_j^2}$ pour les modes TM.

En résumé, l'équation de propagation en coordonnées cylindriques (2.38) est découpée en 3 équations correspondant aux trois variables indépendantes (ρ, θ, z) et permettant de rendre compte du confinement du champ selon ces trois directions :

- L'équation aux valeurs propres (2.41) d'un slab vertical selon l'axe z donne l'indice planaire $\bar{n}$ et permet de résoudre la suite du problème dans le plan horizontal.
- L'équation azimutale (2.45), permet d'établir la dépendance angulaire du champ et, via la condition de résonance, de définir *m* comme un entier.
- L'équation radiale (2.51) admet alors pour fonctions propres des fonctions de Bessel cylindriques d'ordre *m.*

Finalement, le champ total $\boldsymbol{\varphi}(\rho)e^{i(\omega t - m\theta)}$ peut être construit et injecté dans les équations de Maxwell. La continuité des champs tangents aux interfaces aboutit à l'équation de dispersion (2.58) pour un disque (resp. (2.61) pour un anneau) dont la résolution fournit les constantes de propagation du résonateur qui, pour une même valeur de m, admettent *p* indices radiaux.

2.3.3.2 *Résolution de l'équation de dispersion*

Les résonateurs circulaires sont intrinsèquement des structures à pertes. En effet, comme le montre les références [11], [12], via la méthode des transformations conformes, les modes supportés par un guide courbé sont des modes à fuite qui rayonnent vers l'extérieur, comme décrits au début du chapitre 2. Pour comprendre de manière simple d'où proviennent ces pertes par courbure, la référence [17] propose l'explication heuristique suivante, qui résume et simplifie [11], [12]. Le champ électromagnétique d'un résonateur à modes de galerie est confiné par un puits de potentiel radial $V(\rho) = \left(\frac{m}{\bar{n}\rho}\right)^2$, comme représenté sur la figure 2.15.

Ainsi, la majeure partie de l'intensité du champ électromagnétique se trouve comprise entre deux rayons limites. Le premier correspond à la caustique interne, c'est-à-dire à l'enveloppe des rayons lumineux se propageant dans la cavité par réflexions totales internes. Il est défini par $R_c = \frac{m}{n_1 k_0}$. Le second est le rayon R du disque lui-même. On notera d'autre part $R_r = \frac{m}{n_2 k_0}$, le rayon délimitant la frontière à partir de laquelle le rayonnement vers l'extérieur se manifeste. Comme le montre la figure 2.15, les pertes par rayonnement dus à la courbure des résonateurs correspondent à un passage par effet tunnel du champ optique confiné dans le puits, à travers la barrière de potentiel de largeur $R_r - R$, vers une région de plus faible potentiel. Le mécanisme mis en jeu est le même que celui expliqué précédemment pour les modes à fuites des guides droits : au-delà de la limite R_r, la queue évanescente radiale du champ confiné peut à nouveau se propager vers l'espace libre. Si le mode mis en jeu est bien confiné, alors sa décroissance exponentielle est rapide, de sorte que l'intensité du champ électromagnétique à la sortie de la barrière de potentiel soit suffisamment faible pour n'engendrer qu'un faible rayonnement vers l'extérieur sous forme d'ondes cylindriques $H_m^{(2)}$. De ces pertes par courbure intrinsèques, il résulte que les constantes de propagation, valeurs propres des équations de dispersion (2.58) et (2.61), ont une partie imaginaire non nulle et que les fonctions de Bessel et Hankel mises en jeu dans l'expression des champs sont d'ordre *m* complexe. La résolution de l'équation de dispersion nécessite alors la mise en place non triviale d'un algorithme de recherche de pôles et de zéros dans le plan complexe. Afin de simplifier ce problème, nous avons procédé à la résolution de l'équation de dispersion en négligeant les pertes par courbure, soit, en considérant que localement, la situation ressemble à celle d'un guide droit et en remplaçant les fonctions de Hankel par des exponentielles décroissantes réelles [15], [16]. Comme les fonctions exponentielles et sinusoïdales forment une base pour décrire les champs d'un guide d'onde rectiligne et que les champs à l'intérieur des guides ou résonateurs circulaires se décrivent par des combinaisons de fonctions de Bessel, l'approximation du résonateur sans pertes par courbure consistant à remplacer les fonctions de Hankel

par des exponentielles décroissantes sera donc valable pour les rayons de courbure grands devant la longueur d'onde.

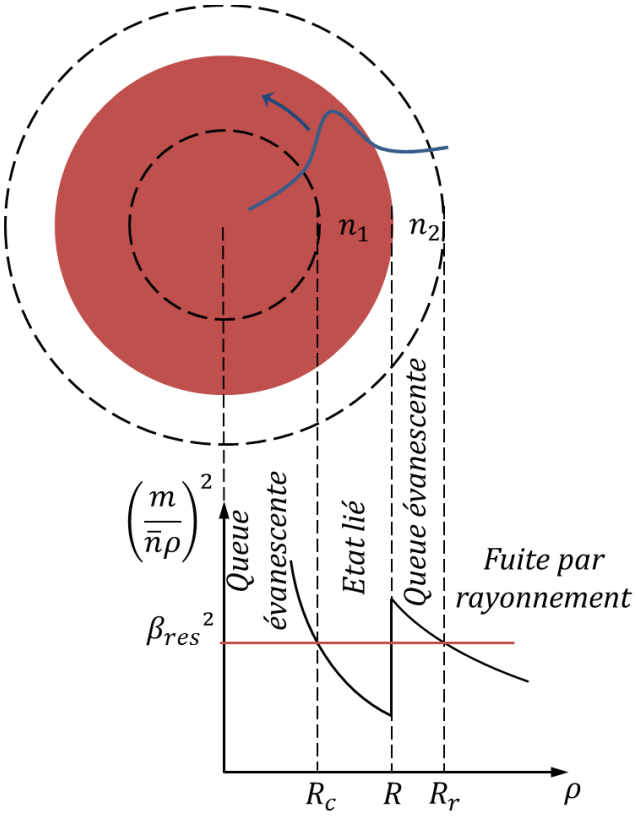


Fig. 2.15 : représentation du guidage du champ optique dans un micro-disque comme état lié d'un puits de potentiel radial défini par la caustique interne de rayon R_c et le bord du disque en R. la limite de rayonnement R_r définit la largeur de la barrière de potentiel. [17]

Dans les équations de continuité on procède alors aux substitutions suivantes :

$$H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \to e^{-\sigma(\rho-\overline{R})}$$

$$\partial_\rho H_m^{(2)}(n_2 k_0 \rho) \to -\sigma e^{-\sigma(\rho-\overline{R})}$$

Où $\sigma = \sqrt{\beta^2 - n_2^2 k_0^2}$ et $\overline{R} = \begin{cases} R \text{ pour un disque} \\ R_{ext} \text{ pour un anneau} \end{cases}$

D'où l'équation de dispersion modifiée pour un disque :

$$J_m(n_1 k_0 R)\left(\frac{m}{R} + \eta\sigma\right) = n_1 k_0 J_{m+1}(n_1 k_0 R) \qquad (2.62)$$

Où $\eta = \frac{n_2^2}{n_1^2}$ pour les modes TE et $\eta = 1$ pour les modes TM.

Pour un anneau, l'équation de dispersion devient :

$$T_1.S_2 - T_3.S_4 = 0 \qquad (2.63)$$

Où

$$S_2 = -\frac{\sigma}{n_2 k_0} Y_m(n_1 k_0 R_{ext}) - \eta_2 Y'_m(n_1 k_0 R_{ext})$$
$$S_4 = -\frac{\sigma}{n_2 k_0} J_m(n_1 k_0 R_{ext}) - \eta_2 J'_m(n_1 k_0 R_{ext}) \quad (2.64)$$

Ces équations, dont les zéros sont réels, peuvent alors être résolues par des méthodes numériques standard de type dichotomie. Dans notre cas, les valeurs propres ont été calculées au moyen de fonctions de recherche de zéros directement implémentées dans les bibliothèques des logiciels Matlab ou Scilab.

2.3.3.3 *Validation du modèle simplifié*

Afin d'évaluer la précision de calcul des valeurs propres issues des équations (2.62) et (2.64), nous avons tout d'abord comparé la partie réelle de l'indice effectif (ou le nombre azimutal *m*) aux résultats d'études utilisant le modèle analytique des résonateurs circulaires (disques et anneaux) mais résolvant les équations de dispersion (2.58) et (2.60) au moyen d'une routine de calcul dédiée à la recherche de pôles et de zéros dans le plan complexe. Cette comparaison est faite à différentes longueurs d'onde et différents rayons de résonateurs, dans des cas extrêmes : faibles contrastes d'indices d'une part, et faible rayon d'autre part.

Note : Dans les références utilisées pour notre comparaison, la convention sur les modes TE et TM est à l'inverse de la nôtre. Le mode TE y est défini par son champ électrique perpendiculaire au plan du résonateur. Dans la description qui suit nous gardons notre convention, qui est aussi celle des références [15]–[17], selon laquelle le champ électrique associé au mode TE est dans le plan du résonateur. La précision retenue sur les indices est celle choisie par les auteurs.

Première comparaison : disques de faible rayon [14](p.57, tableau 4).

Comme l'illustre le tableau 2.1, nous comparons les parties réelles des indices effectifs des modes de galerie TM d'une interface diélectrique courbée, à 1,0 µm de longueur d'onde, ayant pour paramètres : $n_1 = 1{,}5$ et $n_2 = 1{,}0$ pour un rayon R=4 µm.

	Hiremath *et. al.* (2005)	Notre méthode	Erreur absolue
$Re(n_{eff})$ mode TM_0	1,3106	1,3091	$1{,}5\ .10^{-3}$
$Re(n_{eff})$ mode TM_1	1,1348	1,1116	$2{,}32\ .10^{-2}$

Tableau 2.1 : Comparaison à la littérature[14](p.57, tableau 4) des performances obtenues avec notre méthode pour l'évaluation de la partie réelle des indices effectifs $Re(n_{eff})$deux premiers modes TM d'une interface diélectrique courbée, à 1,0 µm de longueur d'onde, ayant pour paramètres : $n_1 = 1{,}5$ et $n_2 = 1{,}0$ pour un rayon R=4 µm.

La méthode que nous utilisons ne prend pas en compte les pertes radiatives par courbure puisqu'elle remplace les fonctions de Hankel rayonnant à l'infini par une exponentielle décroissante sur quelques longueurs d'ondes. Les pertes par courbure augmentant à mesure que le rayon diminue, l'erreur faite sur le calcul des valeurs propres augmente rapidement pour les modes élevés des petits disques jusqu'à ce que notre équation de dispersion ne présente plus de solutions, c'est-à-dire qu'il n'existe plus de mode guidé pour lequel $n_{eff} > n_{gaine}$.

Il faut tout de même noter que cet exemple est un cas extrême : le rayon du disque étant très faible, du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, les pertes du système que nous étudions sont

particulièrement élevées par rapport au cas général des résonateurs qui seront traités dans la suite de ce manuscrit. Pour s'en convaincre on remarquera que cette structure peut « contenir » une trentaine de longueurs d'onde dans sa circonférence là où les nombres azimutaux des structures que nous traiterons sont de l'ordre de plusieurs centaines. L'erreur absolue de l'ordre de 10^{-2} sur les deux premiers modes est donc un résultat « honorable » qui montre certes les limites de notre méthode mais aussi l'étendue de sa robustesse.

Deuxième comparaison : disques de faible contraste d'indice planaire [13](p.265 tableau 1).

Le tableau 2.2 illustre la comparaison de la partie réelle de l'indice azimutal *m,* à la longueur d'onde de 1,3 µm, des modes TM de disques de différents rayons ayant un faible contraste d'indice : les indices planaires sont n_1 = 1,7 et n_2=1,6. Les modes sont donc très peu confinés et plus sensibles aux pertes par courbure. Notre équation de dispersion sans pertes présente des solutions à partir de R = 7 µm là où les auteurs trouvent des solutions à partir de R = 5 µm.

Rayon (µm)	Prkna *et. al.* (2004)	Notre méthode	Erreur relative
10	82	78	4.8%
50	402	400	0.5%
100	811	807	0.5%

Tableau 2.2 : Comparaison à la littérature [13](p.265 tableau 1) des performances obtenues avec notre méthode pour l'évaluation de la partie réelle des indices azimutaux $Re(m)$ des modes TM de disques de différents rayons, à la longueur d'onde de 1,3 µm, ayant pour paramètres : n_1 = 1,7 et n_2 = 1,6.

Comme attendu, l'erreur relative diminue pour les disques de rayon croissant mais garde des valeurs acceptables, atteignant au maximum 5%, pour des rayons allant de 10 µm à 100 µm. Notons que, comme expliqué dans l'article, à λ_0=2.3 µm, *m* n'est pas exactement un entier car cette longueur d'onde ne correspond pas tout à fait à la résonance, qui se situe, selon la géométrie, dans un intervalle de quelques dixièmes de nanomètres autour de λ_0. Nous avons donc arrondi les valeurs de *m* à l'entier le plus proche afin de clarifier la comparaison.

Nous avons également représenté sur la figure 2.16 le profil radial du champ électrique des deux premiers modes TM radiaux de la structure précédemment décrite. Les caustiques internes correspondantes (représentées par les lignes verticales bleue et rouge en pointillés) mettent en évidence le fait que la majeure partie du champ électromagnétique se trouve confinée dans une zone d'extension restreinte très proche de la paroi du disque $R - R_{c0} = 1{,}3$ µm pour le mode TM_0. Le mode TM_1 quant à lui, démontre une extension spatiale plus importante $R - R_{c1} = 2{,}45$ µm, c'est-à-dire un confinement moindre. Les décroissances exponentielles (en vert et turquoise) à l'extérieur du disque se font sur une distance supérieure à la longueur d'onde en raison du faible contraste d'indice planaire. En magenta et orange sont représentés les modules des fonctions rayonnantes $\left|H_m^{(2)}\right|$ à l'extérieur du disque avec m réel calculé par notre méthode. Si pour le mode TM_0, le comportement des fonctions exponentielles décroissantes est similaire à celui des fonctions cylindriques rayonnantes sur des distances comparables, la figure 2.16 montre clairement que ce n'est plus le cas pour le mode TM_1, dont le plus faible confinement engendre un important rayonnement vers l'extérieur.

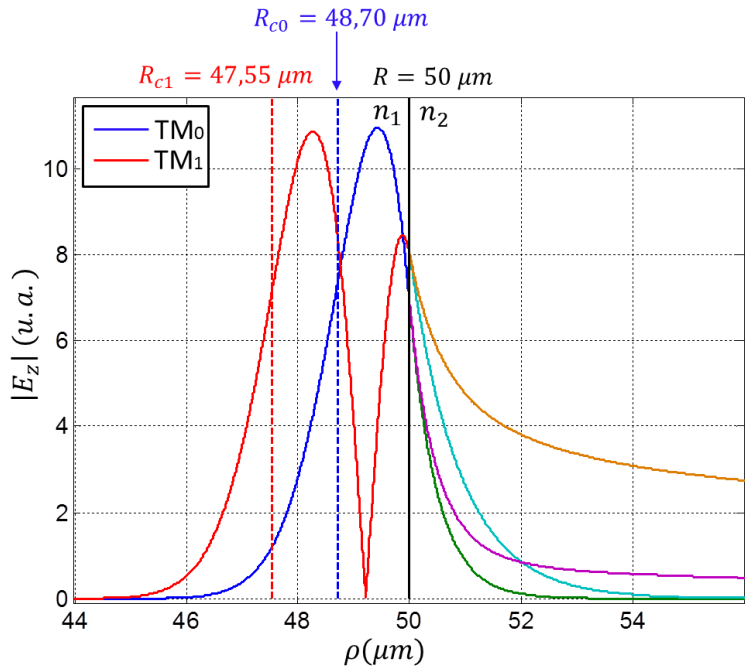


Fig. 2.16: Représentation du profil radial de la composante principale $|E_z|$du champ associé aux deux premiers modes radiaux TM (resp. TM_0 $Re(m) = 400$ $Re(n_{eff}) = 1{,}6559$ courbe bleue et TM_1 $Re(m) = 391$ $Re(n_{eff}) = 1{,}6166$ courbe rouge) d'un micro-disque de rayon R=50 µm et d'indices planaires n_1=1,7 et n_2=1,6 à une longueur d'onde de 1,3 µm. Les caustiques internes correspondantes sont représentées par les lignes verticales bleue et rouge en pointillés. La paroi du disque est matérialisée par la ligne verticale noire tandis que les champs à l'extérieur de la cavité sont modélisés par des exponentielles décroissantes en vert et turquoise (resp. TM_0 et TM_1). Les courbes magenta et orange correspondent respectivement au module des fonctions $|H_m^{(2)}|$ (où m est réel et calculé avec notre méthode) des modes TM_0 et TM_1.

Troisième comparaison : anneaux de faible contraste d'indice planaire [14](tableau 3).

Le tableau 2.3 présente les résultats obtenus lors de la comparaison de la partie réelle de l'indice effectif d'un anneau de 2 µm de large ayant pour paramètres : n_1 = 1,7, n_2 = 1,55 et n_3=1,6 à une longueur d'onde de 1,55 µm pour différents rayons.

Rayon (µm)	Hiremath *et. al.* (2005)	Notre méthode	Erreur absolue
10	TE_0 : 1,5855	1,5725	$1{,}3\ .10^{-2}$
	TM_0 :1,5890	1,5753	$1{,}37\ .10^{-2}$
50	TE_0 : 1,6451	1,6441	$1{,}0\ .10^{-3}$
	TE_1 : 1,5791	1,5765	$2{,}6\ .10^{-3}$
	TM_0 : 1,6473	1,6461	$3{,}2\ .10^{-3}$
	TM_1 : 1,5818	1,5797	$2{,}1\ .10^{-3}$
150	TE_0 : 1,6663	1,6662	$1{,}0\ .10^{-4}$
	TE_1 : 1,6037	1,6045	$8{,}0\ .10^{-4}$
	TM_0 : 1,6645	1,6645	$< 1{,}0\ .10^{-4}$
	TM_1 : 1,6004	1,6012	$8{,}0\ .10^{-4}$

Tableau 2.3 : Comparaison à la littérature [14](tableau 3) des performances obtenues avec notre méthode pour l'évaluation de la partie réelle des indices effectifs $Re(n_{eff})$ des modes TE et TM d'anneaux de 2 µm de large ayant pour paramètres : n_1 = 1,7, n_2 = 1,55 et n_3=1,6 à une longueur d'onde de 1,55 µm pour différents rayons.

A nouveau, l'erreur absolue diminue pour des anneaux de rayon croissant et reste globalement de l'ordre de $2.0\ .10^{-3}$, que ce soit pour le mode fondamental ou le premier mode radial excité, en TE comme en TM, lorsque les rayons sont de taille moyenne, autour de 50 µm. La diminution de la

précision de calcul est encore une fois due au fait que les résonateurs de petits rayons et les modes d'ordre plus élevé présentent davantage de pertes par courbure, que notre équation de dispersion ne prend pas en compte.

Comparaison aux différences finies vectorielles pour les disques en AlGaAs/AlOx.

Nous avons également mis en œuvre un solveur de modes entièrement vectoriel basé sur la méthode des différences finies, le logiciel *open-source* « wgms3d » [20], permettant le calcul des modes optiques dans les milieux diélectriques (isotropes et non magnétiques) pour les guides courbés, les anneaux et les disques, dont la distribution de permittivité est constante par morceaux. La méthode des différences finies repose sur la discrétisation des opérateurs de dérivation (constitutifs des équations d'évolution des champs électromagnétiques) au moyen des développements de Taylor-Young, afin de résoudre les équations de Maxwell vectorielles en chaque point d'une grille spatiale (on parle également de nœud d'un maillage). Le logiciel Wgms3d est codé en C++ et utilise les bibliothèques ARPACK et SuperLU pour résoudre les problèmes aux valeurs propres discrétisés. Il exécute les programmes à partir d'une fenêtre de commande de type Unix et permet de visualiser et d'exploiter les résultats en utilisant Maltab. Pour que les équations de Maxwell soient résolues avec une précision suffisante, le pas du maillage (la distance entre chaque point de la grille) doit être défini efficacement afin d'assurer la bonne convergence du schéma numérique et de s'accorder aux variations spatiales de la structure discrétisée (i.e. en présentant un nombre suffisant de points de calcul par couche). Le temps de calcul final dépend évidemment du nombre de points choisi pour définir le maillage. Dans notre cas, les couches les plus fines de la structure AlGaAs/AlOx décrite au chapitre 1 ont une épaisseur de 68 nm et la largeur des modes est, comme représenté sur la figure (2.17), de l'ordre de quelques micromètres. Aussi, les grilles que nous avons choisies se composent respectivement de 800 points espacés de 10 nm pour le maillage vertical et 200 points espacés de 50 nm pour le maillage horizontal. La structure à analyser est définie par les coordonnées des interfaces entre les différents milieux puis le programme applique une symétrie de révolution autour de l'axe vertical afin de rendre compte de la forme circulaire de la cavité. Afin d'éviter les réflexions artificielles sur les quatre bords de la fenêtre de calcul rectangulaire, ceux-ci sont munis de couches adaptées en indice (ou PML, « perfectly-matched layers » en anglais) destinées à absorber les champs rayonnants à l'extérieur du résonateur et permettant ainsi de simuler les pertes par courbure, obtenues via la partie imaginaire des indices effectifs calculés. Enfin, la recherche des solutions par le logiciel doit s'effectuer autour d'une valeur d'indice de base spécifiée par l'utilisateur. En effet, le programme est susceptible de trouver les indices effectifs des modes guidés, en nombre fini et sans distinction entre TE et TM, autant que des modes rayonnés, dont le spectre est continu, mais également ceux de modes artificiels purement numériques, dont l'existence et la présence ne sont rendues possibles que par les conditions aux limites de la fenêtre de calcul. La valeur d'indice de base doit donc être choisie avec soin afin d'obtenir des solutions cohérentes. Pour cela, deux approches sont possibles. La première consiste à rechercher toutes les solutions autour d'un indice de base correspondant à l'indice de réfraction du matériau du cœur du résonateur. La solution la plus élevée correspond alors au mode fondamental. Cette méthode quelque peu fastidieuse peut être optimisée en utilisant pour solutions de base les indices effectifs fournis par notre modèle semi-analytique. Dans les deux cas, nous voyons donc que si le logiciel Wgms3d permet une validation des solutions par résolution vectorielle des équations de Maxwell, la mise en place d'un outil semi-analytique reste indispensable, tant en termes de rapidité de calcul (le temps de calcul d'une valeur propre est d'environ 3 minutes à chaque longueur d'onde avec Wgms3d) que de compréhension physique du modèle. Malgré ces quelques inconvénients, le logiciel Wgms3d présente un avantage majeur : comme le montre la figure 2.17, il permet de calculer et représenter le champ optique dans des zones par essence inaccessibles à la méthode de l'indice effectif : les coins des guides et les régions qui ne sont pas situées sur ou à l'intersection des plans indépendants mis en œuvre dans la méthode EIM (« Effective index method » en anglais), via la séparation des variables.

Nous observons ainsi que le champ vectoriel du disque représenté sur la figure 2.17, possède une large fuite évanescente oblique dans le substrat sous-jacent, occasionnant des pertes et une distribution de champ total que la méthode EIM ne prend intrinsèquement pas en compte. Cette dernière tendra donc à légèrement augmenter le confinement des modes (et leurs indices effectifs) par rapport aux méthodes vectorielles.

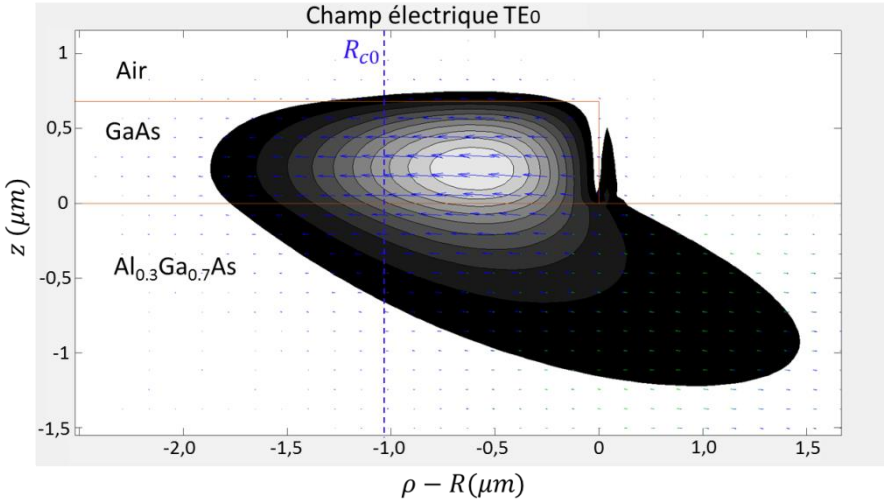


Fig. 2.17: Représentation du champ électrique vectoriel TE_0 d'un micro-disque de rayon R=37,5 µm et d'indices planaires n_1=3,2928 et n_2=1,0 à une longueur d'onde de 1550 nm, obtenu à l'aide du logiciel Wgms3d. La caustique interne correspondante est représentée par la ligne verticale bleue pointillés. Les parois du disque sont matérialisée par les lignes rouges. L'amplitude du champ décroit des zones claires vers les zones sombres, et ses variations sont également figurées par la longueur des flèches bleues, indiquant la direction de polarisation principale. On notera la discontinuité du mode TE à l'interface verticale ainsi que l'extension radiale et verticale importante de la partie evanescente du champ dans le substrat d'$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$.

Nous comparons donc au logiciel Wgms3d, dans le tableau 2.4, les résultats de notre méthode dans le cas d'un disque de rayon R=37,5 µm et d'indices planaires n_1 = 3,2928 et n_2 = 1,0 à une longueur d'onde de 1550 nm correspondant à un cœur en GaAs de 680nm d'épaisseur reposant sur un substrat infini d'$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ et entouré d'air, comme représenté sur la figure (2.17). La solution de base utilisée ici est $n_{GaAs}(\lambda = 1550nm) = 3{,}377$. Dans cet exemple et de manière générale on obtient un écart absolu de l'ordre de quelques 10^{-3} sur l'estimation de la partie réelle de l'indice effectif des deux premiers modes des disques.

	Wgms3d	Notre méthode	Erreur absolue
$Re(n_{eff})$ mode TE_0	3.2027	3.2029	$2{,}0\ .10^{-4}$
$Re(n_{eff})$ mode TE_1	3.1297	3.1314	$2.67\ .10^{-3}$

Tableau 2.4 : Comparaison au logiciel Wgms3d (différences finies vectorielles) des performances obtenues avec notre méthode pour l'évaluation de la partie réelle des indices effectifs $Re(n_{eff})$ des deux premiers modes TE d'un micro-disque de rayon R=37,5 µm et d'indices planaires n_1=3,2928 et n_2=1,0 à une longueur d'onde de 1550 nm.

Nous avons également représenté sur la figure 2.18 le profil radial du champ magnétique des deux premiers modes TE radiaux de la structure précédemment décrite. Les caustiques internes correspondantes (représentées par les lignes verticales bleue et rouge en pointillés) mettent en évidence le fait que la majeure partie du champ électromagnétique se trouve confinée dans une zone

d'extension restreinte $R - R_{c0} = 1{,}02$ µm pour le mode TE_0 (resp. $R - R_{c1} = 1{,}84$ µm pour le mode TE_1) très proche de la paroi du disque. Les décroissances exponentielles rapides sur une distance inférieure à la longueur d'onde à l'extérieur du disque s'expliquent par le fort confinement engendré par le haut contraste d'indice entre le GaAs et l'air. Les fonctions cylindriques rayonnantes $\left|H_m^{(2)}\right|$ ont le même comportement sur des distances similaires. L'épaisseur de la barrière de potentiel associée à cette structure, définie pour le mode TE_0, par $R_{r1} - R = 82{,}6$ µm (resp. 79,93 µm pour le mode TE_1), est donc très grande devant la distance de décroissance du champ hors de la cavité ce qui occasionnera, comme nous le verrons dans la suite, de très faibles pertes par courbure. Celles-ci pourront désormais être calculées via la partie imaginaire des indices effectifs obtenus avec Wgms3d.

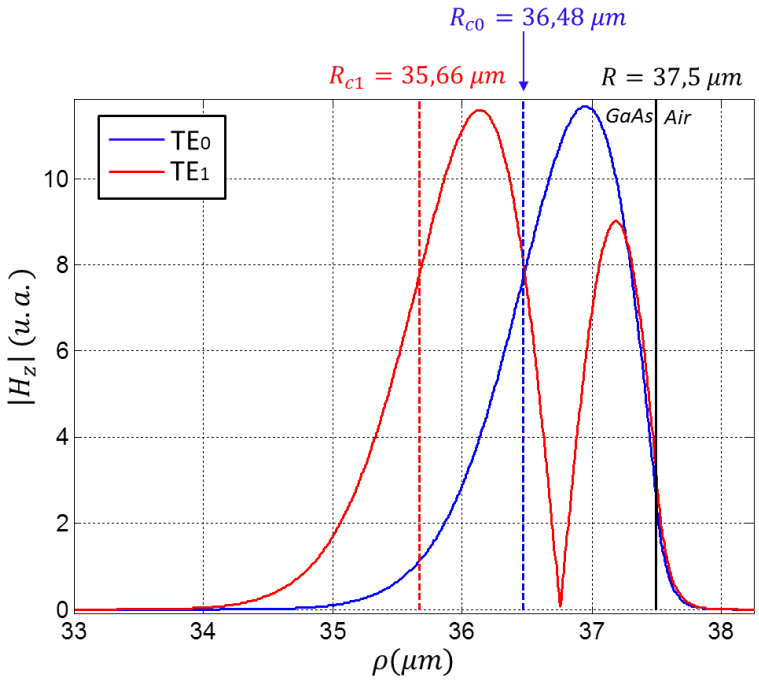


Fig. 2.18: Représentation du profil radial de la composante principale $|H_z|$du champ associé aux deux premiers modes radiaux TE (resp. courbes bleu et rouge) d'un micro-disque de rayon R=37,5 µm et d'indices planaires n_1=3,2928 et n_2=1,0 à une longueur d'onde de 1550 nm. Les caustiques internes correrspondantes sont représentées par les lignes verticales bleue et rouge en pointillés. La paroi du disque est matérialisée par la ligne verticale noire tandis que les champs à l'extérieur de la cavité sont modélisés par des exponentielles décroissantes. Les fonctions $\left|H_m^{(2)}\right|$ à l'extérieur du disque sont également représentées mais, en raison du fort confinement, se confondent avec les exponentielles décroissantes et ne peuvent être distinguées sur cette figure.

Nous avons enfin comparé les performances de notre méthode semi-analytique aux résultats obtenus par Wgms3d sur une structure correspondant à celles qui ont été fabriquées et caractérisées. Il s'agit d'un disque de 300 µm de diamètre gravé sur l'épaisseur de la couche GaAs supérieure (680 nm) et reposant sur la coquille multi-couche oxydée présentée en introduction. Comme le montre la figure 2.19, l'erreur absolue sur le calcul des variations spectrales de la partie réelle de l'indice effectif reste toujours inférieure à $2.5\ .10^{-3}$ sur une gamme de longueur d'onde s'étendant de 1000 nm à 1650 nm, plage sur laquelle la structure supporte un unique mode guidé TE_0. Dans ces calculs et dans toutes les évaluations large bande ultérieures, la dispersion matériau est prise en compte au moyen des formules fournies par les références [21] (Si_3N_4) , [22] (SiO_2) [23] ($Al_xGa_{(1-x)}As$) [24] (AlOx)

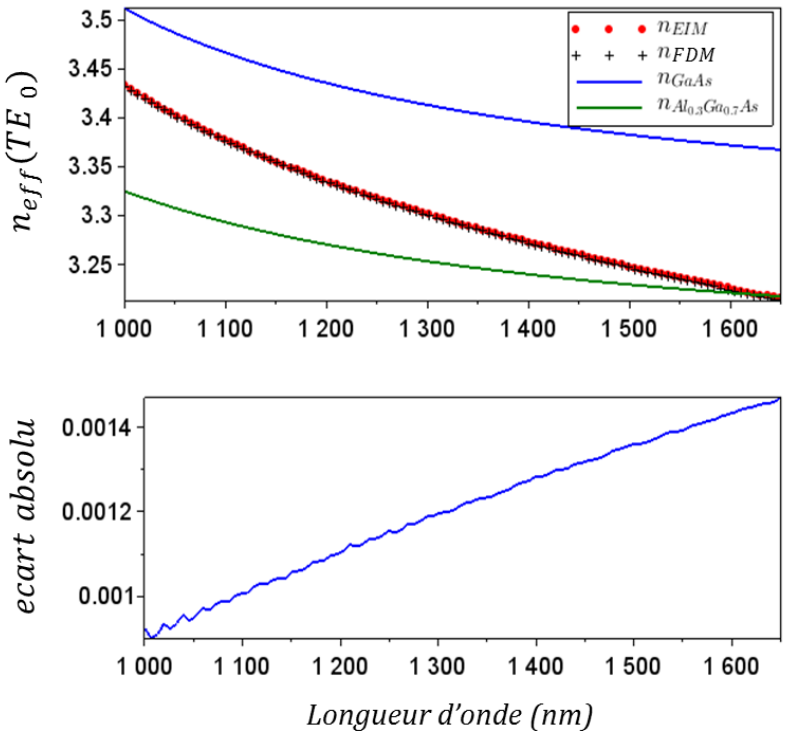


Fig. 2.19 : Comparaison entre notre modèle basé sur la méthode des indices effectifs (EIM) et la méthode des différences finies (FDM) pour le calcul des variations spectrales de l'indice effectif du mode fondamental TE_0 d'un disque de 300 µm de diamètre gravé sur l'épaisseur de la couche GaAs supérieure (680 nm) et reposant sur la coquille multi-couche oxydée.

Etant donné que les tables [18]-[21] donnent les indices de réfraction avec une précision à la 3ème décimale au maximum, ceci nous conforte dans l'idée que les solutions de notre équation de dispersion sont suffisamment précises.

2.4 Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre, nous avons décrit le phénomène de guidage optique dans les guides droits et courbés, tout en introduisant la grandeur caractéristique qu'est l'indice effectif, valeur propre de l'équation de dispersion, ainsi que différentes approximations permettant d'établir et résoudre cette dernière dans le cas des guides droits. Nous avons également mis en place un outil robuste (basé sur la méthode de l'indice effectif) permettant d'évaluer la partie réelle de l'indice effectif de disques et d'anneaux sur une large plage de longueurs d'ondes, plusieurs gammes de matériaux et différents rayons, sous réserve que

- Le contraste d'indice planaire entre le cœur et la gaine des résonateurs ne soit pas trop faible, c'est à dire $\bar{n}_1 - \bar{n}_{2,3} > 1{,}0\,.10^{-1}$
- Les rayons des résonateurs soient suffisamment grands devant la longueur d'onde, c'est-à-dire $R \gg \lambda$.

2.5 Bibliographie du chapitre 2

[1] K. Okamoto, *Fundamentals of optical waveguides*. San Diego: Academic Press, 2000.
[2] E. Rosencher and B. Vinter, *Optoélectronique*. Paris: Masson, 1998.
[3] E. A. J. Marcatili, "Dielectric Rectangular Waveguide and Directional Coupler for Integrated Optics," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, no. 7, pp. 2071–2102, Sep. 1969.
[4] K. R.M. Knox and P.P. Toulios, "Integrated Circuits for the millimeter-thourgh optical frequency ranges.," Symposium on submillimeter waves Polytechnic institute of Brooklyn, pp. 497–516, 1970.
[5] Lord Rayleigh, "CXII. *The problem of the whispering gallery*," *Philos. Mag. Ser. 6*, vol. 20, no. 120, pp. 1001–1004, Dec. 1910.
[6] Matsko, A. B.., Ilchenko, V. S., "Optical resonators with whispering gallery modes I: basics," *IEEE J Sel Top Quantum Electron 12(1)*, pp. 3–14, 2006.
[7] V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, and L. Maleki, "Nonlinear Optics and Crystalline Whispering Gallery Mode Cavities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, no. 4, Jan. 2004.
[8] C. C. Lam, P. T. Leung, and K. Young, "Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in Mie scattering," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 9, no. 9, p. 1585, Sep. 1992.
[9] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*. New York: McGraw-Hill, 2012.
[10] Marc Lambert, "Notes de cours supéléc : obstacles et cibles." 2010.
[11] M. Heiblum and J. Harris, "Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 11, no. 2, pp. 75–83, Feb. 1975.
[12] M. K. Chin and S. T. Ho, "Design and modeling of waveguide-coupled single-mode microring resonators," *J. Light. Technol.*, vol. 16, no. 8, pp. 1433–1446, Aug. 1998.
[13] L. Prkna, J. Čtyroký, and M. Hubálek, "Ring microresonator as a photonic structure with complex eigenfrequency," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 36, no. 1–3, pp. 259–269, Jan. 2004.
[14] K. R. Hiremath, M. Hammer, R. Stoffer, L. Prkna, and J. Čtyroký, "Analytic approach to dielectric optical bent slab waveguides," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 37, no. 1–3, pp. 37–61, Jan. 2005.
[15] B. E. Little and S. T. Chu, "Estimating surface-roughness loss and output coupling in microdisk resonators," *Opt. Lett.*, vol. 21, no. 17, p. 1390, Sep. 1996.
[16] M. Borselli, T. J. Johnson, and O. Painter, "Beyond the Rayleigh scattering limit in high-Q silicon microdisks: theory and experiment," *Opt. Express*, vol. 13, no. 5, p. 1515, 2005.
[17] J. E. Heebner, R. Grover, and T. A. Ibrahim, *Optical microresonators: theory, fabrication, and applications*. London: Springer, 2008.
[18] Christopher BAKER, "On-chip nano-optomechanical whispering gallery resonators (thèse de doctorat) https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00923404/." 10-Oct-2013.
[19] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds., *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*, 9. Dover print. New York, NY: Dover Publ, 2013.
[20] "Site internet du logiciel Wgms3d : http://www.soundtracker.org/raw/wgms3d/." .
[21] T. Bååk, "Silicon oxynitride; a material for GRIN optics," *Appl. Opt.*, vol. 21, no. 6, p. 1069, Mar. 1982.
[22] M. Bass, V. N. Mahajan, and Optical Society of America, Eds., *Handbook of optics*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
[23] M. A. Afromowitz, "Refractive index of Ga1−xAlxAs," *Solid State Commun.*, vol. 15, no. 1, pp. 59–63, Jul. 1974.
[24] K. J. Knopp, R. P. Mirin, D. H. Christensen, K. A. Bertness, A. Roshko, and R. A. Synowicki, "Optical constants of (Al0.98Ga0.02)xOy native oxides," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 73, no. 24, pp. 3512–3514, Dec. 1998.

Chapitre 3

Dispersion et pertes dans les micro-résonateurs

Là sombre et s'engloutit, dans des flots de désastres, L'hydre Univers tordant son corps écaillé d'astres ; Là, tout flotte et s'en va dans un naufrage obscur ; Dans ce gouffre sans bord, sans soupirail, sans mur, De tout ce qui vécut pleut sans cesse la cendre ; Et l'on voit tout au fond, quand l'œil ose y descendre, Au delà de la vie, et du souffle et du bruit, Un affreux soleil noir d'où rayonne la nuit !

Victor Hugo, *Les Contemplations*

3.1 Dispersion dans les résonateurs

Le modèle décrit au chapitre précédent nous a permis de quantifier l'évolution spectrale des indices effectifs, paramètres clés des micro-résonateurs, en fonction de leur géométrie dans le but d'optimiser le dessin des composants. Comme évoqué au chapitre 1, l'intervalle spectral libre du résonateur doit idéalement rester constant sur la plus large plage de longueur d'onde possible afin de produire un spectre de puissance intra-cavité dont les raies soient régulièrement espacées et coïncident avec les fréquences générées par le mélange à quatre ondes (elles-mêmes régulièrement espacées), permettant ainsi d'exalter les processus paramétriques non-linéaires. Or, d'après l'équation (1.1), l'ISL est inversement proportionnel à la dépendance spectrale de l'indice de groupe. Les impulsions lumineuses émises par le résonateur en régime linéaire sont des paquets d'ondes électromagnétiques qui contiennent un continuum de composantes fréquentielles. Ces composantes spectrales se déplacent à des vitesses de groupe différentes, entraînant un étalement de l'énergie de ces impulsions au cours du temps lors de leur propagation dans le milieu dispersif. Cet effet est quantifié par la dispersion de la vitesse de groupe (ou GVD pour "group velocity dispersion") mesurée soit par le coefficient

$$\beta_2 = \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{\partial^2 n_{eff}}{\partial \lambda^2} \tag{3.1}$$

En (ps²/km) ou par la dispersion D ($ps.nm^{-1}.km^{-1}$) définie par

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_{eff}}{\partial \lambda^2} \tag{3.2}$$

β_2 et D étant reliés par

$$\beta_2 = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} D \tag{3.3}$$

La dispersion D représente le retard ou l'avance accumulés en picosecondes par une composante spectrale distante de 1 nm par rapport à la longueur d'onde de référence (par exemple 1550 nm) lors

de sa propagation sur une distance de 1km. Elle peut-être positive (régime anormal) $D > 0$ ($\beta_2 < 0$) dans le cas où les hautes fréquences (resp. courtes longueurs d'ondes) se propagent plus vite que les basses fréquences (resp. grandes longueurs d'ondes), ou négative (normale) $D < 0$ ($\beta_2 > 0$) lorsque les basses fréquences se propagent plus vite que les hautes fréquences. En pratique, deux contributions interviennent dans la dispersion, puisque cette dernière correspond à la variation des valeurs d'indices de réfraction (et donc d'indices effectifs) avec la longueur d'onde :

- La dispersion chromatique matériau, due au fait que dans chacun des matériaux constitutifs de la structure, la lumière ne se déplace pas à la même vitesse à toutes les longueurs d'ondes.
- La dispersion géométrique, qui correspond à la manière dont la géométrie du résonateur distribue le champ optique dans les différents matériaux constitutifs de la structure, via le confinement du mode considéré.

La première est toujours présente, on ne peut pas agir dessus, à la différence de la seconde qui pourra, dans une certaine mesure, être modifiée, gérée et façonnée afin de contrebalancer les effets de la dispersion matériau.
Pour conserver l'accord de phase et l'intégrité du peigne de fréquences, la dispersion de la cavité doit permettre de compenser l'effet Kerr, comme expliqué au chapitre 1. Nous cherchons donc à concevoir des structures permettant d'obtenir une dispersion modérément anormale (i.e. $25\ ps.nm^{-1}.km^{-1} < D < 100\ ps.nm^{-1}.km^{-1}$) autour de la longueur d'onde de pompe et sur la plus large plage spectrale possible, qui est une condition favorable à la génération stable de peignes de fréquences à faible puissance de déclenchement [1]–[7]. Le contrôle de la dispersion des micro-résonateurs est donc critique pour la génération de mélange à quatre ondes par effet Kerr, étant donné qu'elle contribue à limiter ou augmenter la bande passante totale du peigne. En optique intégrée, la dispersion peut être contrôlée en ajustant la hauteur et la largeur des guides utilisés [3], [6], mais d'autres méthodes existent. Citons par exemple l'utilisation de disques présentant des parois en biseau [8] permettant de contrôler la position du zéro de dispersion, le dépôt de couches minces [9], ou encore le recours à une gaine multicouche [10].

3.1.1 Ingénierie de la dispersion

3.1.1.1 *Dispersion des disques*

Quelle que soit l'approche utilisée, l'évaluation de la dispersion commence par le calcul des variations de l'indice effectif en fonction de la longueur d'onde et des différents paramètres géométriques. Sur la figure 3.1, nous observons, comme attendu, que pour une longueur d'onde fixée, l'indice effectif d'un disque augmente avec son rayon (voir courbe bleue). En effet, en termes d'optique géométrique l'augmentation de *R* revient à propager les rayons incidents de plus en plus proches de la paroi du disque, augmentant ainsi leur confinement. La courbe verte de la fig. 3.1 représente l'indice effectif du guide d'accès planaire oxydé (guide slab) qui servira de référence lors du calcul des pertes par fuite présenté en section 3.2.3.

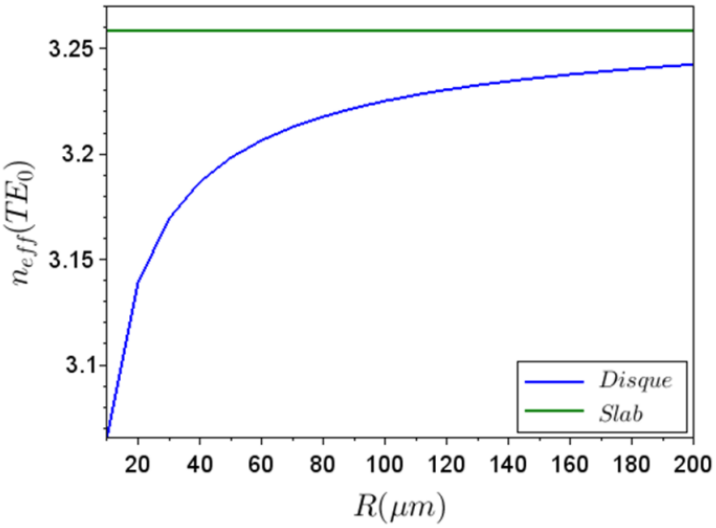


Fig. 3.1 : Evolution de l'indice effectif du mode TE_0 du guide slab oxydé (courbe verte) et du microdisque AlGaAs/AlOx (courbe bleue) décrit sur les figures 1.7 et 1.8 en fonction du rayon à la longueur d'onde de 1,55 µm

La propagation circulaire du champ d'un microdisque étant majoritairement sousmise à son « inertie optique » [11] marquée par la caustique interne (dont un exemple d'évolution en longueur d'onde est représentée sur la figure 3.2a), on comprend alors que les effets de dispersion dus au matériau du cœur domineront la dispersion totale de la cavité car il sera difficile de faire varier significativement la courbure de $n_{eff}(\lambda)$ en agissant sur la distribution du champ optique. Ce comportement est clairement visible sur la figure 3.2b, qui représente la dispersion D d'un microdisque et celle du matériau brut constituant son cœur (GaAs), obtenues par double dérivation en longueur d'onde des valeurs d'indices représentées sur la figure 2.19. Nous voyons que les valeurs de dispersion totale (en bleu), de l'ordre de -1150 $ps.nm^{-1}.km^{-1}$à 1.55 µm en longueur d'onde, diffèrent très peu de la dispersion matériau (en vert). Les effets de la dispersion géométrique sont donc négligeables par rapport à la dispersion matériau du GaAs dans le cas d'un disque. Il ne sera donc a priori pas possible d'entrer en régime de dispersion positive en utilisant seulement un micro-disque avec la filière AlGaAs/AlOx.

Dans le cas de la filière Si_3N_4/SiO_2 les matériaux présentent des valeurs de dispersion bien moins importantes et, en particulier, le SiO_2 bénéficie d'une dispersion positive sur une large bande passante s'étendant de 1100 nm à 2200 nm, comme le montre la figure 3.3 (où l'on remarquera le zéro de dispersion du SiO_2 à 1300 nm). L'évolution de l'indice effectif du mode TE_0 d'un micro-disque exploitant cette filière, dans la configuration proposée en figure 3.4, avec un rayon $R=50\ \mu m$ et une hauteur $h=1{,}25\ \mu m$ est représentée sur la figure 3.3.

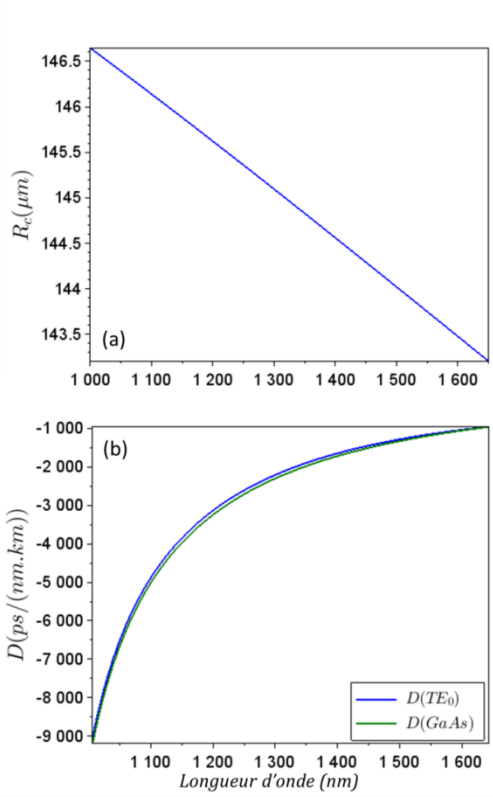


Fig. 3.2 : Evolution, dans le cas du mode TE_0 d'un microdisque AlGaAs/AlOx de 300 µm de diamètre et de hauteur $h = 0{,}68\ \mu m$ dont les indices effectifs sont tracés sur la figure 2.19 (a) du rayon de la caustique interne et (b) de la dispersion totale (courbe bleue) du micro-disque et de la dispersion matériau de son cœur en GaAs (courbe verte) en fonction de la longueur d'onde.

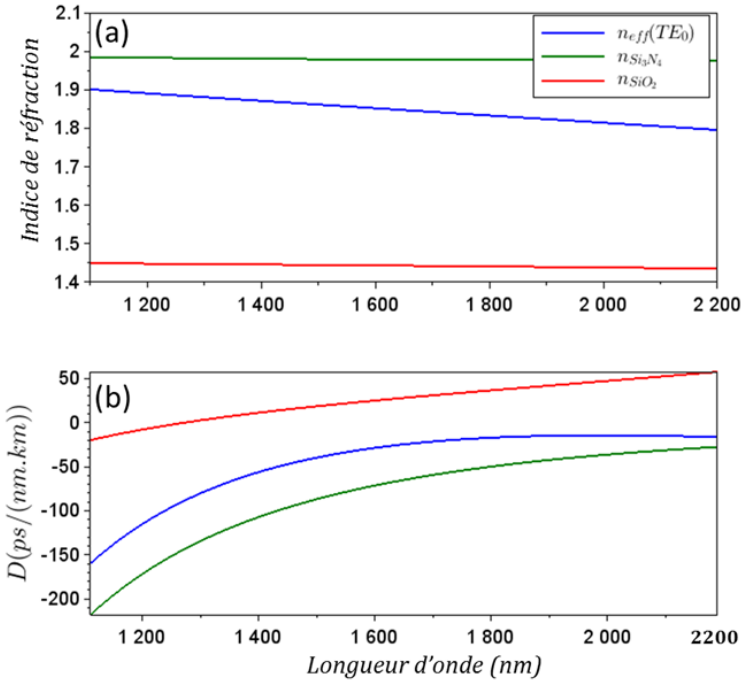


Fig. 3.3 : Evolution (a) de l'indice effectif (courbe bleue) et (b) de la dispersion du mode TE_0 d'un microdisque exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 dans la configuration proposée en figure 3.6 avec R=50 µm et h=1,25 µm en fonction de la longueur d'onde. Sont également représentées en vert et rouge les courbes correspondant aux matériaux bruts constitutifs de la structure Si_3N_4 et SiO_2. On remarquera le zéro de dispersion du SiO_2 à 1300 nm

La dispersion qui en résulte (figure 3.3) reste cependant négative et son évolution marquée par celle du matériau constituant son cœur. Ceci tendrait donc à montrer que la dispersion d'un micro disque reste majoritairement dominée par son inertie optique, indépendamment des matériaux utilisés.

3.1.1.2 *Dispersion des anneaux*

Considérons à présent un résonateur en forme d'anneau exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 et dont la section rectangulaire, définie par sa hauteur h et sa largeur w, est représentée sur la figure 3.4.

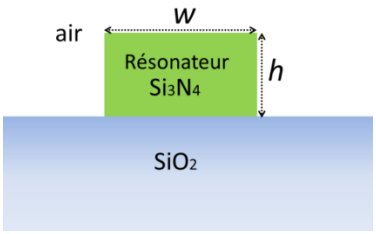


Fig. 3.4 : Schéma en coupe d'un résonateur en forme d'anneau à section rectangulaire de hauteur h et de largeur w, exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2.

Comme pour les disques, l'indice effectif des anneaux augmente avec leur rayon, d'abord abruptement sur une plage correspondant à une diminution rapide des pertes par courbure (entre R=10 µm et R=50 µm sur la figure 3.5a) puis atteint un régime d'évolution lente délimitant un panel de rayons pour lesquels les modes sont très confinés et les pertes par courbure sont négligeables. Dans la suite nous travaillerons donc avec des résonateurs dont les parties courbées auront un rayon externe R=50 µm afin d'une part de minimiser les pertes tout en maximisant le confinement, et d'autre part de ne pas trop augmenter le périmètre total des résonateurs. De plus, cette valeur nous permettra de comparer aisément nos résultats aux performances obtenues dans la littérature, où cet ordre de grandeur est fréquemment rencontré [4], [6], [12], [13]. Par ailleurs, la figure 3.5b montre que pour les grands rayons, la dispersion augmente continuement et asymptotiquement vers une valeur limite fixée par $D(R = \infty)$ qui correspond à celle d'un guide droit. Ce comportement est illustré en particulier par la figure 3.7, qui montre que des guides de dimensions identiques n'ont pas le même régime de dispersion selon qu'ils sont courbés ou droits. La dispersion augmente, du premier cas vers le second, d'un régime négatif vers un régime positif.

Pour les anneaux, nous utiliserons la plus large plage de longueur d'onde possible permettant un fonctionnement monomode transverse, comme il sera développé ultérieurement dans ce chapitre. Celle-ci sera donc fixée de 1500nm à 2200nm. La figure 3.6 représente l'évolution en longueur d'onde de l'indice effectif et de la dispersion du mode TE_0 d'un anneau de hauteur h=1,25 µm et de largeur w=1,25 µm pour différentes valeurs de rayons externes s'étendant de 10 µm à 150 µm. La variation du rayon entraîne un changement de la pente et de la courbure de $n_{eff}(\lambda)$, donc résulte en une augmentation de la dispersion avec les rayons croissants, permettant de passer, selon la longueur d'onde fixée, d'un régime de dispersion négatif à un régime positif. Ce comportement correspond au passage de la courbe bleue à la courbe verte sur la figure 3.6.

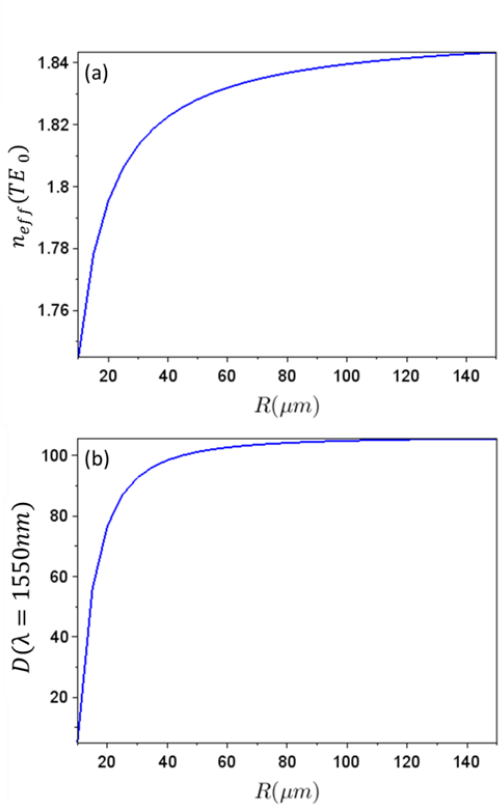


Fig. 3.5 : Evolution, dans le cas du mode TE_0 du résonateur en forme d'anneau dont la section est décrite sur la figure 3.4 avec w=1,25 µm et h=1,25 µm, (a) de l'indice effectif et (b) de la dispersion totale, en fonction de son rayon extérieur *R* à longueur d'onde fixée λ=1550 nm.

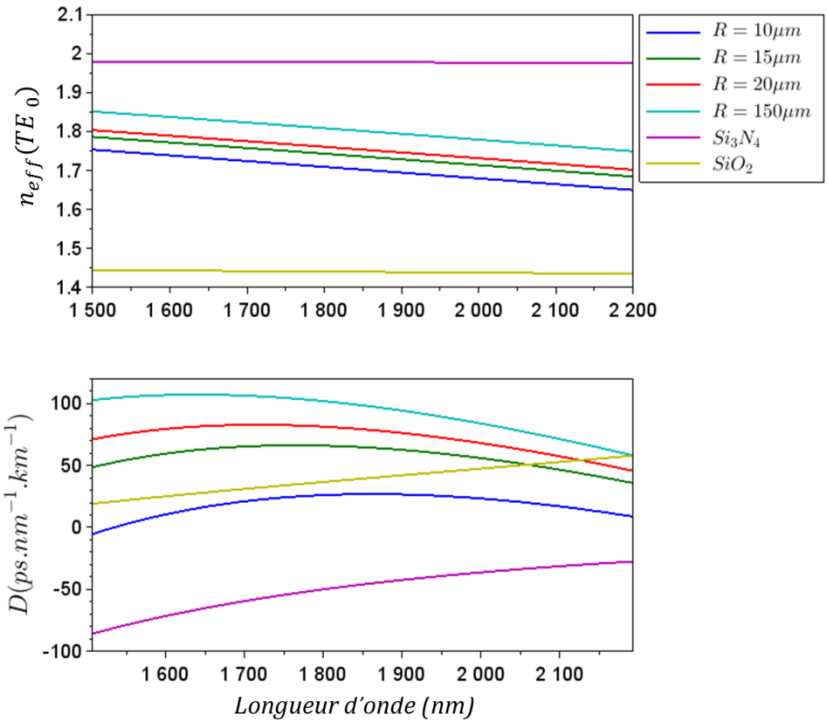


Fig. 3.6 : Evolution de l'indice effectif (haut) et de la dispersion (bas) du mode TE_0 d'un anneau de largeur w=1,25 µm et de hauteur h=1,25 µm pour différents rayons externes, en fonction de la longueur d'onde. Sont également représentées en magenta et jaune les courbes correspondant aux matériaux bruts constitutifs de la structure Si_3N_4 et SiO_2.

L'évolution globale, à longueur d'onde fixée (λ=1550nm), de la dispersion de cette structure en fonction de son rayon externe est représentée sur la figure 3.5b. Après une augmentation rapide entre *R=10 µm* et *R=50 µm*, celle-ci atteint un régime d'évolution lente tout en gardant des valeurs positives sur l'ensemble du panel de rayons étudiés, à la différence du disque, dont la dispersion restait négative.

Le fait que la largeur $w = R_{ext} - R_{in}$ d'un anneau soit finie et non nulle joue donc un rôle important dans l'évolution de son indice effectif et de sa dispersion. En effet, comme mentionné précédemment, le mode d'un anneau pour lequel $w > w_c = R_{ext} - R_c$, se propage comme dans un disque (confinement par la paroi externe en R_{ext} et par la caustique interne de rayon R_c auquel correspond une largeur w_c) et sa dispersion totale est donc dominée par celle du matériau du cœur.

Afin d'avoir une vue générale du dessin de la section des anneaux nous avons tracé une cartographie bidimensionnelle de leur dispersion *D* en fonction des deux paramètres de hauteur *h* et de largeur *w* à longueur d'onde fixée λ=1550nm (voir fig. 3.7a). Cette cartographie fait apparaître une zone de dispersion modérément anormale à l'intérieur de la courbe en trait plein (qui représente la courbe iso-dispersion $D = 0$) pour des anneaux dont la section est suffisamment grande ($h \sim w \sim 1{,}5\ \mu m$) et qui se trouvent être multimodes. Pour des dimensions inférieures, la dispersion diminue et devient négative (zones bleues foncées). La figure 3.7b montre en revanche que des guides droits présentent une dispersion positive sur une plus large gamme paramétrique et en particulier pour des sections de petite taille. Cette propriété sera exploitée dans la partie 3.1.2.2. pour gérer la dispersion totale d'une cavité monomode.

La figure 3.9b (resp. 3.11b) représente une coupe verticale (resp. horizontale) de la cartographie 3.7a à hauteur (resp. largeur) fixée, matérialisée sur la figure 3.7 par les lignes en pointillés rouges.

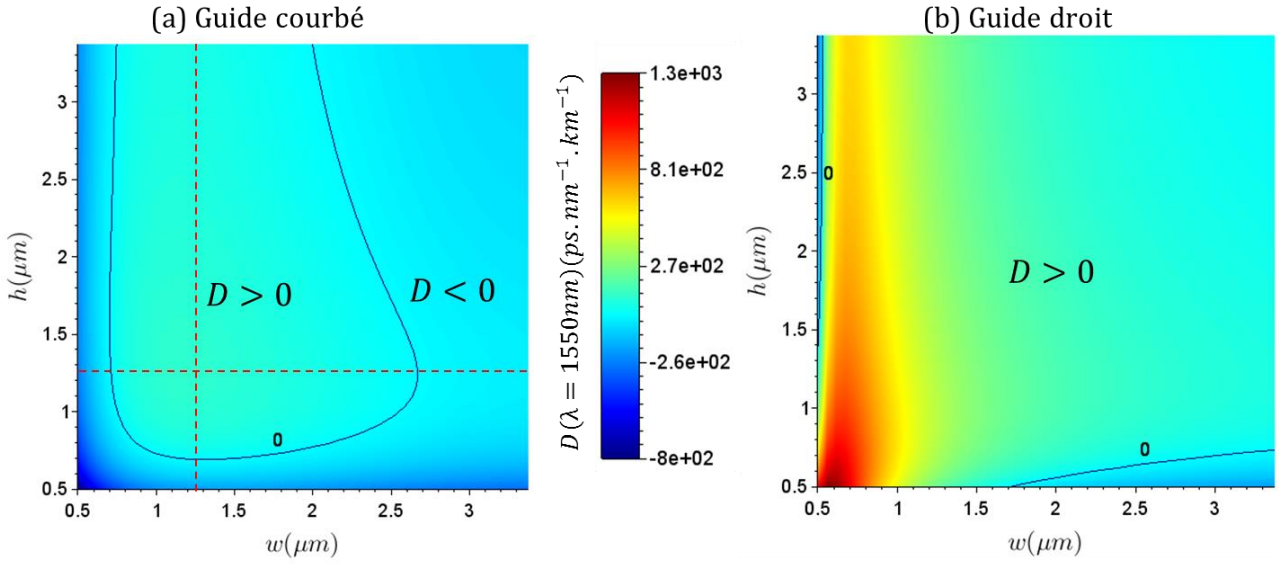


Fig. 3.7 : Cartographies bidimensionnelles représentant l'évolution de la dispersion du mode TE_0 à longueur d'onde fixée *D(λ=1550nm)* en fonction de la hauteur *h* et de la largeur *w* de la section (a) d'un anneau de rayon $R = 50\ \mu m$ (b) d'un guide droit. Dans les deux cas, les lignes de niveau en trait plein ($D = 0$) marquent la fontière entre le régime normal et anormal correspondant respectivement aux domaines $D < 0$ et $D > 0$. Les deux cartographies sont à la même échelle et les lignes en pointillés rouges matérialisent les coupes correspondant aux fig.3.9b et 3.11b.

La figure 3.9a, illustre le fait que, comme attendu, une augmentation de la largeur *w* du résonateur entraîne une augmentation de son indice effectif, limitée par la valeur de l'indice de réfraction du cœur, en raison du confinement optique croissant, conformément aux principes de fonctionnement des guides slabs énoncés au chapitre précédent. On constate également l'apparition d'un plateau peu avant d'atteindre une largeur $w_c = 3{,}1\ \mu m$ correspondant à la position de la caustique interne du disque. L'évolution en longueur d'onde du rayon de cette dernière est représentée ci –dessous sur la figure 3.8.

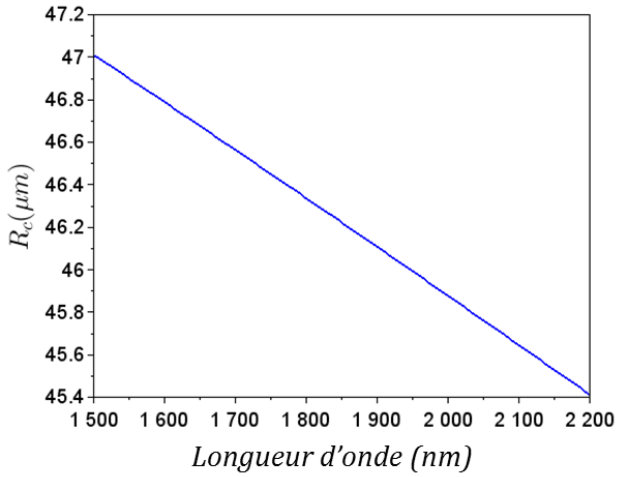


Fig. 3.8 : Evolution du rayon de la caustique interne du mode TE_0 du résonateur circulaire dont la section est décrite sur la figure 3.6, avec *R=50 µm* et *h=1,25 µm* en fonction de la longueur d'onde.

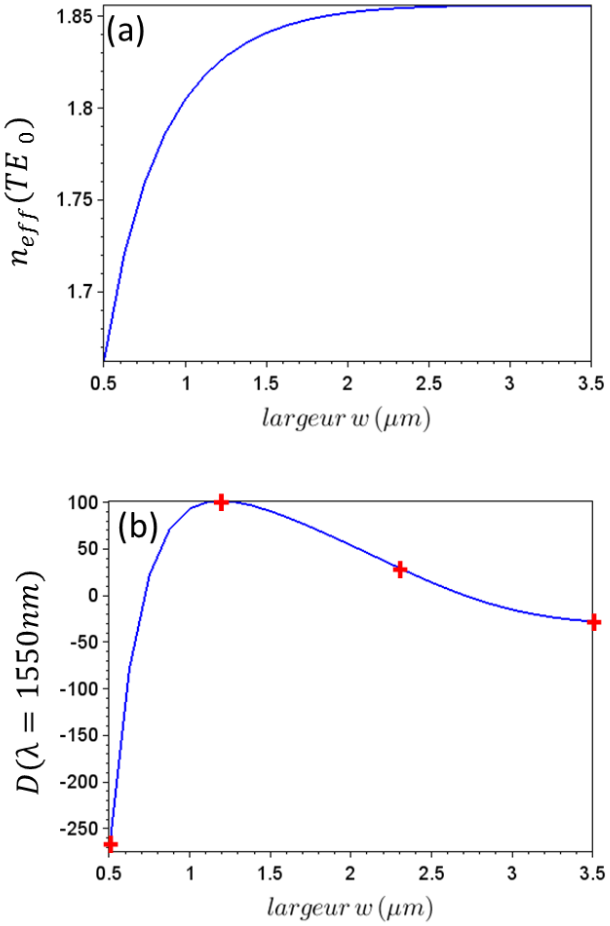


Fig. 3.9 : Evolution (a) de l'indice effectif et (b) de la dispersion du mode TE_0 d'un résonateur en forme d'anneau avec *R=50 µm* et *h=1,25 µm* en fonction de sa largeur w à longueur d'onde fixée λ=1550 nm. Les croix rouges marquent les largeurs exploitées sur la figure 3.9.

On comprend alors qu'un anneau de largeur de $w < w_c$ permettra de contrôler la dispersion totale en réduisant l'inertie optique et en ajoutant à la dispersion matériau la contribution due à la géométrie de la cavité. Étant donné que la fraction de champ électromagnétique dans le cœur du guide change avec

ses dimensions, les variations de la section du guide auront pour effet de redistribuer la puissance optique entre le cœur et les milieux extérieurs, dans des proportions dictées par les variations subséquentes de l'indice effectif de la structure totale. Il en résultera une interaction différente entre le mode optique considéré et les matériaux (cœur et milieux extérieurs) dans lesquels il se propage. Cette nouvelle distribution spatiale du champ dans la structure permet d'aborder l'ingénierie de la dispersion des résonateurs. Une première stratégie consiste donc à tirer parti des diverses variations spectrales des indices des matériaux constituant les empilements verticaux et latéraux, en dessinant la section du guide de manière à transformer adéquatement le spectre de l'indice effectif du résonateur. Etant donné que les équations aux valeurs propres qui régissent le comportement des indices effectifs sont des équations transcendantes, il n'y a pas d'expression analytique permettant de relier directement la dispersion du système à ses paramètres opto-géométriques. Par ailleurs, dans cette perspective, la résolution de ces équations au moyen de développements limités serait une approche peu efficace car l'absence d'informations *a priori* sur les variations de la fonction $n_{eff}(\lambda)$ complique la recherche d'un point au voisinage duquel effectuer ces développements. Pour ces raisons, nous avons réalisé l'ingénierie de la dispersion des micro-résonateurs grâce à une étude numérique au cours de laquelle les équations aux valeurs propres sont résolues à chaque itération d'une boucle en longueur d'onde et sur l'un des paramètres géométriques du système. La figure 3.10 représente l'évolution en longueur d'onde de l'indice effectif et de la dispersion du mode TE_0 d'un anneau de 50 µm de rayon pour des sections de différentes largeurs *w* (s'étendant de 0,5 µm à 3,5 µm) et de hauteur fixée *h=1,25 µm*. La variation de largeur entraîne un changement de la pente et de la courbure de $n_{eff}(\lambda)$, dont résulte tout d'abord une augmentation de la dispersion avec les largeurs croissantes, permettant de passer, à longueur d'onde fixée, d'un régime de dispersion négatif à un régime positif lorsque *w* augmente de 0,5 µm à environ 1,2 µm. Ce comportement correspond au passage de la courbe bleue à la courbe verte.

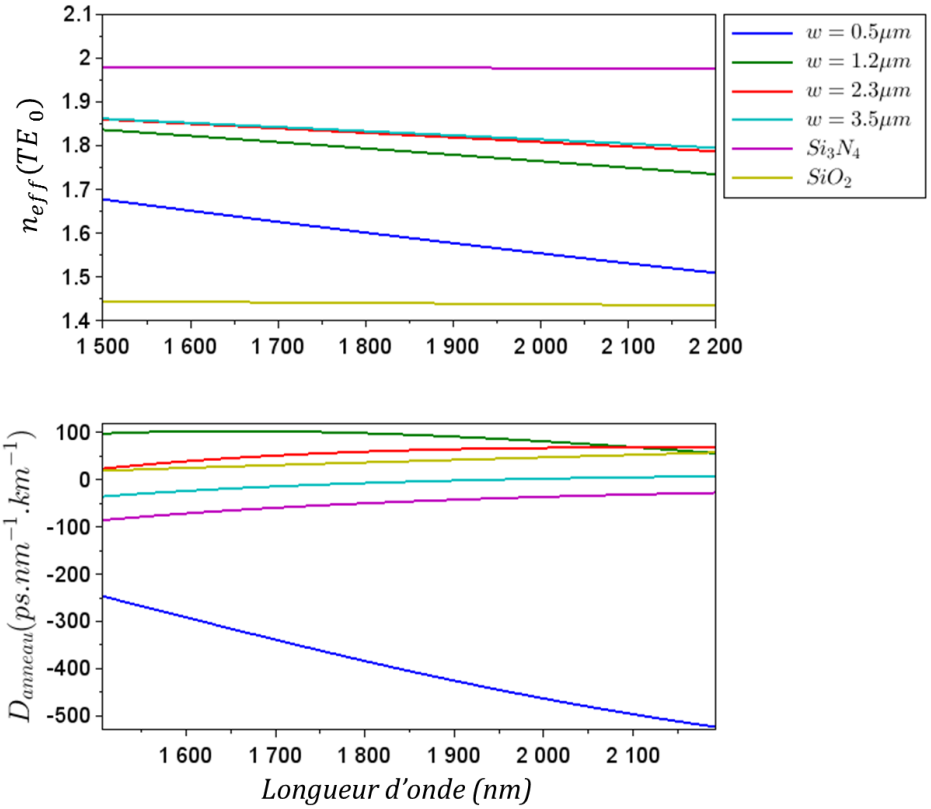


Fig. 3.10 : Evolution en longueur d'onde de l'indice effectif (haut) et de la dispersion (bas) du mode TE_0 d'un anneau de 50 µm de rayon externe pour différentes largeurs w et à hauteur fixée h=1,25 µm. Sont également représentées en magenta et jaune les courbes correspondant aux matériaux bruts constitutifs de la structure Si_3N_4 et SiO_2.

Si toutefois la largeur augmente au-delà du plateau maximal entre 1,2 µm et 1,3 µm, la dispersion diminue pour enfin retomber, à longueur d'onde fixée, en régime normal, comme le montrent les courbes rouge puis turquoise de la figure 3.10. Cette dernière montre d'ailleurs que pour des largeurs telles que $w > w_c$, la dispersion d'un anneau retrouve des valeurs et une évolution analogue à celles d'un disque. Afin de s'en convaincre, le lecteur pourra faire la comparaison avec la courbe bleue de la figure 3.3 (sur la même gamme de longueur d'onde). Ce comportement est résumé sur la figure 3.9b, qui représente à longueur d'onde fixée (λ=1550nm), l'évolution globale de la dispersion de cet anneau en fonction de sa largeur. Après une augmentation rapide, celle-ci atteint donc un maximum autour de w=1,2 µm, puis diminue pour ensuite entrer dans un régime d'évolution lente au-delà de la caustique interne.
Intéressons-nous à présent, via les figures 3.11-3.12, à l'évolution en longueur d'onde de l'indice effectif et de la dispersion d'un anneau de 50 µm de rayon pour des sections de différentes hauteurs *h* (s'étendant de 0,5 µm à 3,5 µm) et de largeur fixée w=1,25 µm. Les variations avec la hauteur donnent des effets analogues à ceux obtenus en faisant varier la largeur.

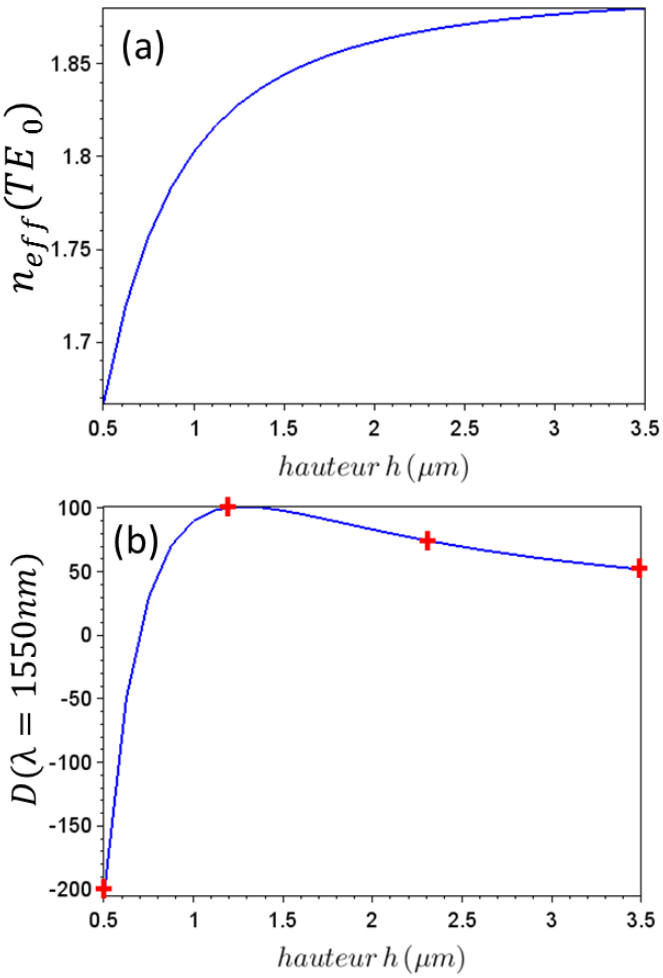


Fig. 3.11 : Evolution (a) de l'indice effectif et (b) de la dispersion du mode TE_0 d'un résonateur en forme d'anneau avec *R=50 µm* et *w=1,25 µm* en fonction de sa hauteur h à longueur d'onde fixée λ=1550 nm. Les croix rouges marquent les hauteurs exploitées sur la figure 3.11.

On notera le changement de régime de dispersion, de normal vers anormal correspondant au passage de la courbe bleue à la courbe verte sur la figure 3.12. Les figures 3.11-3.12 permettent donc d'identifier les dimensions optimales pour la section d'un anneau Si_3N_4/SiO_2. Lorsque $h \sim 1{,}25\ \mu m$ *et* $w \sim 1{,}25\ \mu m$ pour un rayon $R = 50\ \mu m$ on obtient une dispersion modérément

anormale, telle que $25\,ps.nm^{-1}.km^{-1} < D < 100\,ps.nm^{-1}.km^{-1}$ autour de la longueur d'onde de pompe et sur la plus large plage spectrale possible (de 1500 nm à 2200 nm).

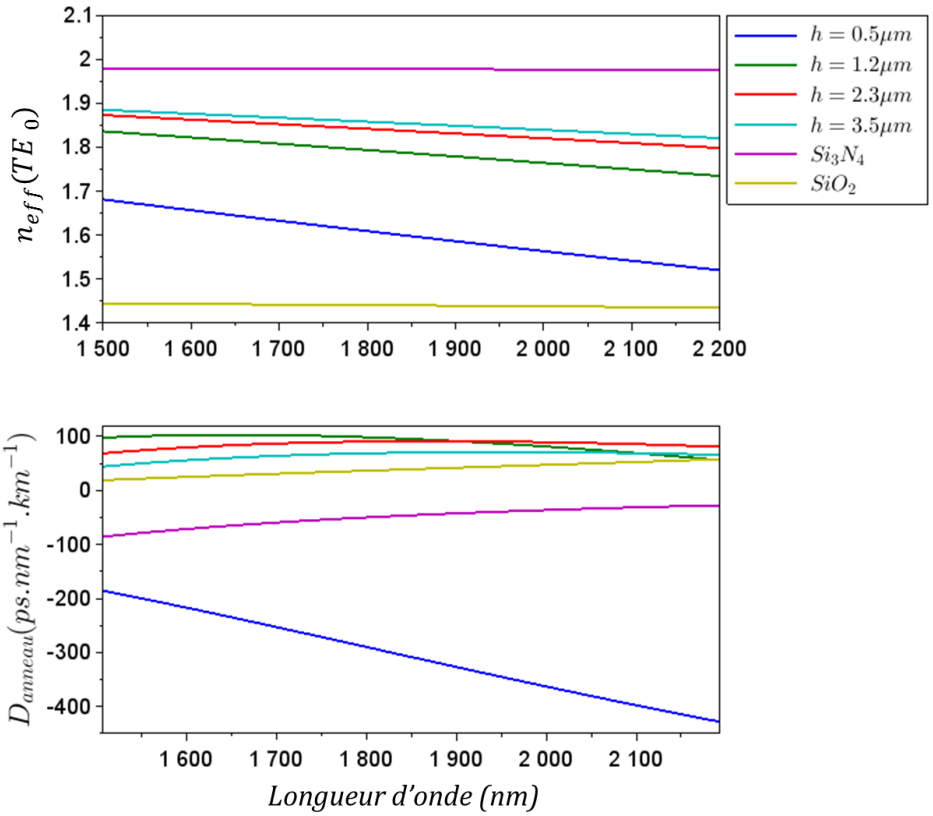


Fig. 3.12 : Evolution en longueur d'onde de l'indice effectif (haut) et de la dispersion (bas) du mode TE_0 d'un anneau de 50 µm de rayon pour différentes hauteurs h et à largeur fixée w=1,25 µm. Sont également représentées en magenta et jaune les courbes correspondant aux matériaux bruts constitutifs de la structure Si_3N_4 et SiO_2.

3.1.2 Compensation et gestion de la dispersion

Nous voyons avec la figure 3.7a que le régime de dispersion anormale est obtenu pour des guides courbés dont la largeur et la hauteur sont de l'ordre du micromètre. Ceux-ci supportent alors plusieurs modes transverses. Cependant, pour les besoins de notre étude, les résonateurs (anneaux, hippodromes …) que nous cherchons à concevoir seront dans un premier temps monomodes transverse sur la plus large plage spectrale possible. Pour cela, la section transversale du guide d'onde constituant le résonateur est fixée à 1250 nm de large pour 500 nm de haut. Ces dimensions, déterminées par des calculs d'indice effectifs bidimensionnels (EIM pour les parties courbées et Marcatilli pour les parties droites), incluent la dispersion des matériaux à partir des références [14], [15]. Elles correspondent à une propagation TE monomode sur une bande passante légèrement supérieure à la plage de longueur d'onde 1500-2200 nm utilisée jusqu'à présent (voir figure 3.19) et permettent d'une part de réaliser des dépôts moins importants lors de la fabrication et d'autre part de générer le peigne sur une seule famille de modes, ce qui devrait contribuer à le rendre plus stable. Cependant, comme le montre la figure 3.13, le rayon des résonateurs étant fixé à 50 µm, une telle géométrie ne permet pas d'obtenir un régime de dispersion anormale (courbe rouge), tandis qu'un guide droit (courbe magenta) le permet. Ce comportement est également visible sur les figures 3.7a et 3.7b qui montrent qu'un guide de section monomode ($w = 1250\,nm\ et\ h = 500\,nm$, voir coins inférieurs gauches) n'opère pas dans le même régime de dispersion selon qu'il est courbé ($D < 0$) ou droit ($D > 0$). Par ailleurs, la partie inférieure de la figure 3.13 met en évidence le fait que les variations du rayon n'ont qu'une faible incidence sur les valeurs de dispersion.

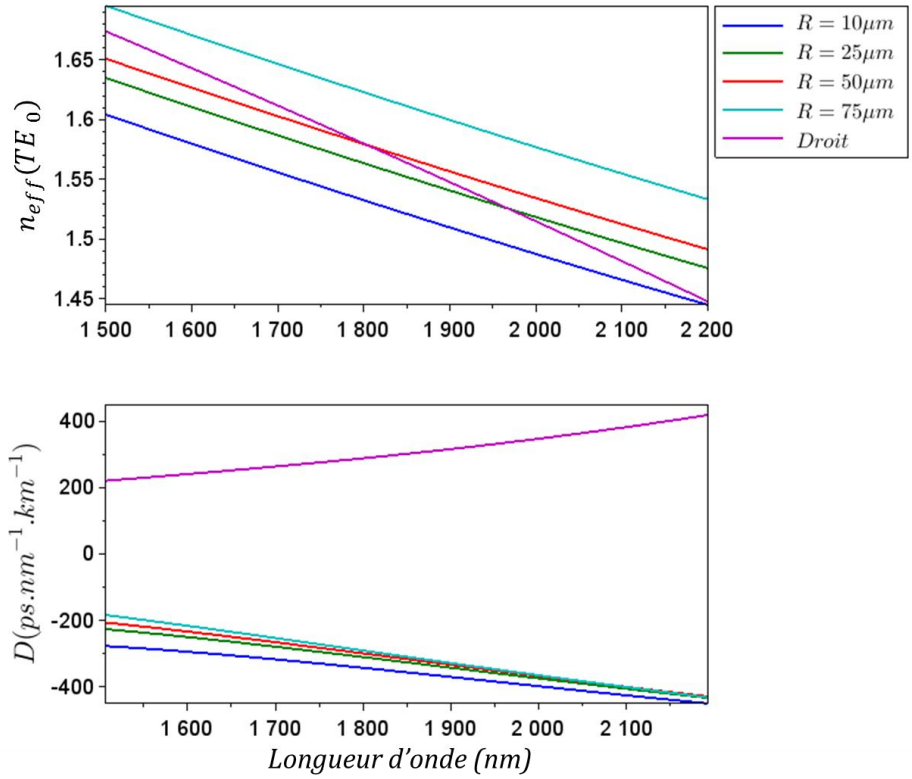


Fig. 3.13 : Evolution en longueur d'onde de l'indice effectif (haut) et de la dispersion (bas) du mode TE_0 d'un guide courbé (courbes bleue, verte, rouge et turquoise) pour différents rayons externes et d'un guide droit, correspondant à un rayon infini (courbe magenta). La section est de largeur w=1,25 µm et de hauteur h=0,5 µm. Nous voyons que le passage d'un guide courbé à un guide droit entraine un changement de régime de dispersion normal (D<0) vers un régime de dispersion anormal (D>0). Ce changement est asymptotique et continu (voir figure 3.5b) à mesure que $R \rightarrow \infty$.

La gestion de la dispersion d'un résonateur dont la section est monomode devra donc se faire autrement qu'en variant le rayon. Pour cela nous exploiterons la compensation de dispersion obtenue lorsque la section du guide constitutif varie périodiquement le long de la cavité. Cette approche a déjà été démontrée expérimentalement sur un micro-résonateur intégré en AlN en forme d'hippodrome dont les portions courbées ont une section tantôt étroite tantôt large, correspondant à un régime de dispersion normal et anormal respectivement, et sont reliées entre elles par des portions droites, produisant ainsi une dispersion moyenne D_{moy} proche de zéro sur l'ensemble de la cavité [16].

$$D_{moy}(\lambda) = \frac{1}{L_{tot}} \sum_i L_i D_i(\lambda) \qquad (3.4)$$

Où L_{tot} est la longueur totale du résonateur, $L_i$etD_i sont respectivement la longueur et la dispersion de chaque portion de la cavité.

Une telle approche de la gestion de la dispersion est également rencontrée dans le domaine des fibres optiques pour les applications laser et télécoms [17] où des effets non-linéaires tels que la génération de solitons sont déclenchés puis entretenus dans une cavité de dispersion moyenne proche de zéro et constituée par des segments de fibres dont les valeurs individuelles de dispersion sont de signes opposés, ayant pour effet, à chaque tour de cavité, de recompresser les impulsions optiques élargies [18]. De ces variations périodiques de la dispersion résulte une variation périodique des paramètres clés des impulsions optiques se propageant dans la cavité, tels que leur durée, leur puissance et leur phase. Les solitons qui en résultent, appelés solitons à gestion de dispersion (dénotés dans la suite par

l'acronyme « GD », le terme "compensation de dispersion" étant réservé au régime linéaire dans [18]) ont des propriétés différentes (détaillées dans [18]) des solitons classiques, dont l'existence repose sur un équilibre continu entre les effets dispersifs linéaires et les effets non-linéaires (voir chapitre 1). Le phénomène d'élargissement et de recompression temporels des solitons GD entrainé par les changements de signe de la dispersion au cours de la propagation, est appelé "breathing" ("respiration" en Anglais). Ainsi la cavité résonnante GD peut être vue comme une cellule périodique dont la faible dispersion moyenne (on parle également de dispersion accumulée) permet de contrôler les effets qui dépendent de la dispersion globale du système (comme la conservation de l'intégrité d'un soliton lors de la propagation), tandis que les valeurs de dispersions locales, plus élevées dans chaque section de la cavité, permettent de contrôler les effets dépendants localement de la dispersion, comme par exemple l'efficacité d'accord de phase pour le mélange à quatre ondes. Récemment, des études fondées sur le modèle de Lugiato-Lefever ont montré que les cavités à gestion de dispersion favorisaient le contrôle des interactions entre les instabilités modulationelles et paramétriques, deux mécanismes à la base de la génération de solitons et de peignes Kerr [19], [20]. Les grands résonateurs de la référence [4] montrent aussi que cette approche est expérimentalement viable.

3.1.2.1 *Anneaux décentrés*

Une cellule de gestion de dispersion pourrait donc être réalisée en implémentant un anneau décentré comme représenté sur la figure 3.14 et étudié en référence [21] pour une géométrie fixée. On se propose donc dans cette partie de réaliser une brève étude paramétrique du régime de dispersion d'un tel système. Ainsi, la largeur de ce résonateur varie en fonction de l'angle de propagation θ comme :

$$w(\theta) = -dcos(\theta) + \sqrt{R_1^2 - d^2 sin^2(\theta)} - R_2 \qquad (3.5)$$

Un tel anneau décentré est caractérisé par son rayon externe R_1 son rayon interne R_2 et le décalage d entre les centres de ces deux cercles. Ainsi lorsque $\theta = 0$ la largeur est minimale et lorsque $\theta = \pi$ la largeur est maximale.

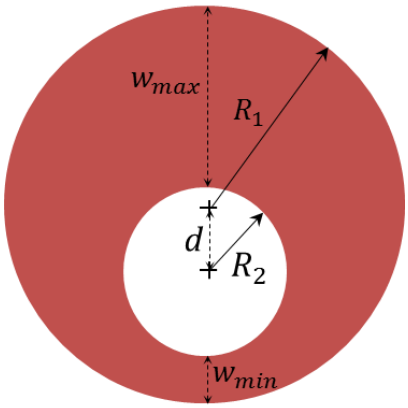


Fig. 3.14 : schéma d'un anneau décentré caractérisé par les paramètres R_1, R_2 et d.

Il en résulte une variation périodique de l'indice effectif à chaque tour de cavité permettant de contrôler la dispersion moyenne du résonateur en compensant les effets de la propagation dans les sections étroites ou dont la largeur est supérieure à la caustique interne w_c (produisant un régime normal) par ceux des sections produisant un régime anormal. L'anneau décentré pourra donc être utilisé pour obtenir une dispersion moyenne proche de zéro afin d'entretenir un régime solitonique dans la cavité. Comme dans le cas des fibres étirées ou des « tapered waveguides » on peut alors tirer parti des transitions adiabatiques entre zones de dispersion normale et anormale, permettant d'atténuer les réflexions et les pertes dans les zones de transition dues aux changements d'indices effectifs. Il est ensuite possible d'utiliser la région de largeur minimale comme zone de couplage afin d'éliminer les modes latéraux d'ordres supérieurs non désirés. Nous avons donc représenté à titre d'exemple le spectre de dispersion moyen d'un anneau décentré de hauteur $h=1{,}25\ \mu m$ (verticalement multimode) et de rayon externe $R_1= 50\ \mu m$ en faisant varier soit le rayon interne R_2 (figure 3.15) soit la distance d (figure 3.16). Ainsi, nous pouvons voir sur la figure 3.15a, les variations de largeur w en fonction de

l'angle de propagation et les variations d'indice effectif qui leur sont associées, lorsque le rayon interne varie, pour un anneau décentré dont les paramètres sont les suivants : R_1= *50 µm*, *d= 1 µm et* λ= *2200 nm.* Comme attendu, plus les variations de largeur sont proches de la caustique interne plus les variations d'indice effectif associées sont faibles (voir courbes bleues de la figure 3.15a). La cartographie 3.15b, qui représente le spectre de dispersion moyen correspondant, montre que pour des valeurs de w_{max} dépassant la caustique interne w_c (ligne pointillée et noire), on retrouve le régime de dispersion modérément normale du disque présenté en figure 3.3. Dans ce cas la moyenne dans l'anneau décentré est dominée par l'inertie optique. La ligne pointillée blanche correspond à une largeur minimale w_{min}~1,37 μm proche de la valeur optimale précédemment définie pour les anneaux, dont résulte une dispersion moyenne faiblement anormale. Enfin pour les grands rayons internes, on retrouve des valeurs de w_{min} faibles pour lesquelles la dispersion chute en régime fortement normal, comme l'ont montré les figures précédentes.

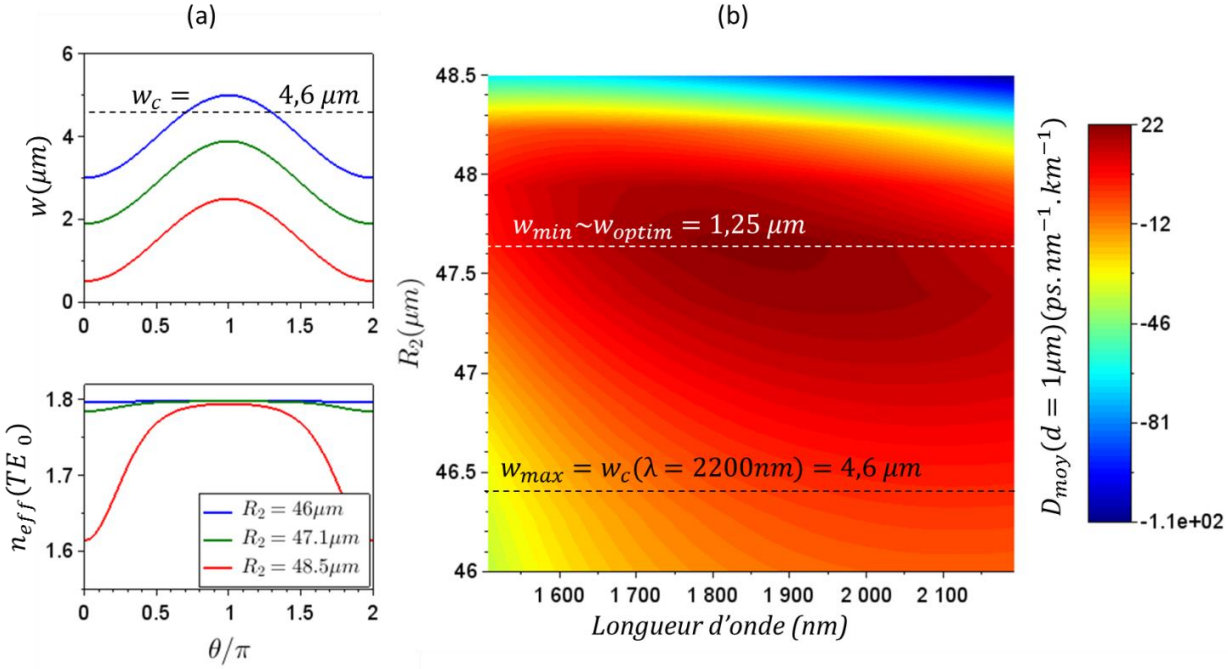


Fig. 3.15 : (a) Variation de la largeur (haut) et de l'indice effectif (bas) du mode fondamental d'un anneau décentré dont les paramètres sont R_1*=50 µm, d= 1 µm et* λ*=2200 nm* en fonction de l'angle de propagation normalisé θ/π pour différentes valeurs de rayons internes R_2. (b) Cartographie bidimensionnelle correspondante, représentant le spectre de dispersion moyenne en fonction du rayon interne R_2 et de la longueur d'onde.

La figure 3.16a, représente les variations de largeur *w* en fonction de l'angle de propagation et les variations d'indice effectif qui lui sont associés, lorsque la distance *d* varie, pour un anneau décentré dont les paramètres sont les suivants : R_1*=50 µm*, R_2*=47,5 µm et* λ*=2200 nm.* Tout d'abord, lorsque le décalage *d* est nul, la situation correspond à un anneau de largeur constante w=R_2-R_1=2,5 *µm*. On retrouve d'ailleurs sur la cartographie 3.16b les valeurs de dispersion faiblement anormale correspondantes. À mesure que le décalage augmente, la largeur maximale de l'anneau devient de plus en plus proche de la caustique interne, et la dispersion moyenne, dominée par l'inertie optique, tombe en régime normal (zone bleue). Contrairement au cas précédent, ici la largeur maximale ne dépasse pas la caustique interne, mais l'effet de celle-ci est clairement visible via le plateau observé sur les courbes d'évolution de l'indice effectif de la figure 3.16a. En effet, conformément aux figures 3.9a et 3.10, les variations de largeur entre $w(d = 0)$ (courbe bleue) et w_c (pointillés noirs) n'ont que peu d'effet sur les variations correspondantes de l'indice effectif.

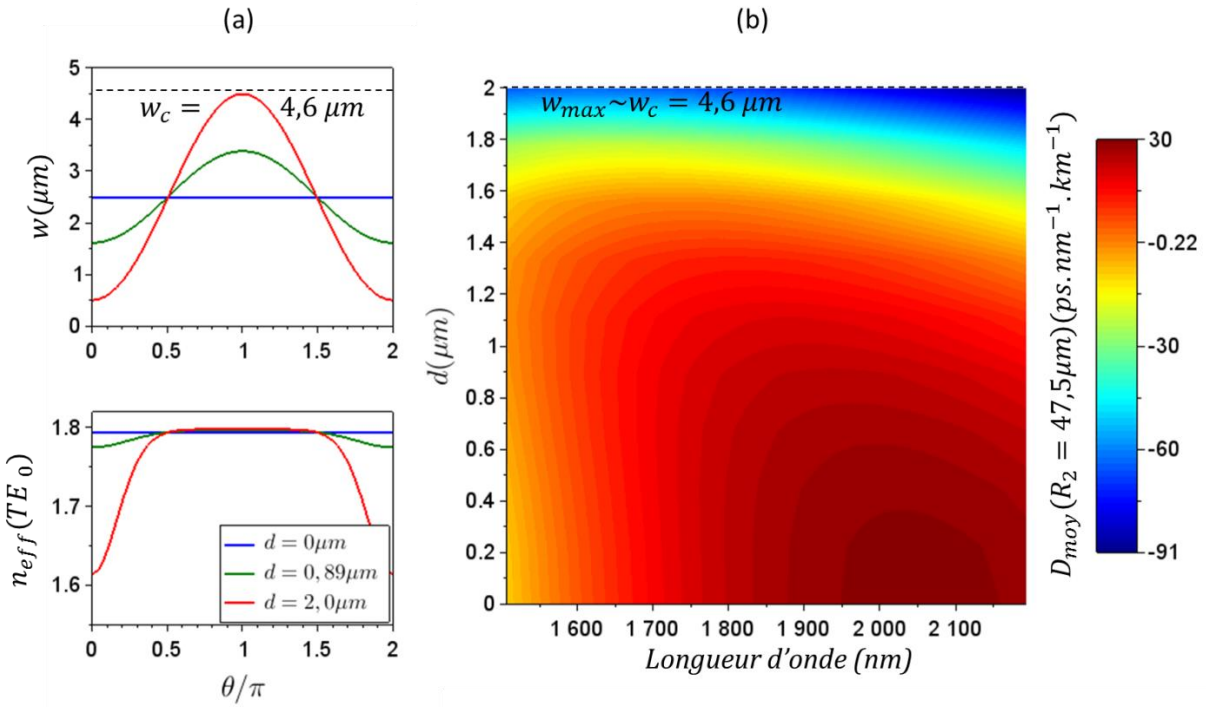


Fig. 3.16 : (a) Variation de la largeur (haut) et de l'indice effectif (bas) du mode fondamental d'un anneau décentré dont les paramètres sont R_1=*50 µm*, R_2=*47 µm et* λ=*2200 nm* en fonction de l'angle de propagation normalisé θ/π pour différentes valeurs de décalage *d*. (b) Cartographie bidimensionnelle correspondante, représentant le spectre de dispersion moyenne en fonction du décalage *d* et de la longueur d'onde.

Cependant, comme mentionné au début de cette partie, pour une hauteur *h=0,5 µm*, correspondant au fonctionnement monomode vertical que nous recherchons, la dispersion reste en régime fortement normal quels que soient le rayon et la largeur considérés (voir fig 3.13). Les anneaux décentrés pourront donc constituer une solution adéquate pour gérer la dispersion des systèmes verticalement multimodes, ou, à condition d'utiliser une plage de longueur d'onde restreinte, pour des systèmes monomodes dont la section est de hauteur *h>0,5 µm*. Comme le montrent les cartographies 3.15b et 3.16b, ils permettent en effet d'aplanir davantage les courbes de dispersion autour de valeurs faiblement anormales proches de zéro, tout en bénéficiant d'une largeur minimale optimale comparable ou inférieure à celle d'un anneau classique. D'autres géométries pourraient permettre de changer la périodicité de la cellule, en implémentant par exemple une ellipse ou un polygone à la place du cercle de rayon R_2 tout en faisant varier ou non leur décalage.

3.1.2.2 *Résonateurs rectangulaires aux angles arrondis*

Dans le cadre de notre étude large bande, nous allons maintenant proposer une autre possibilité pour la gestion de la dispersion d'un résonateur cette fois verticalement monomode. La figure 3.13 montre que si les variations du rayon n'ont qu'une faible incidence sur la dispersion du résonateur monomode, le passage d'un guide courbé (courbes bleue, verte, rouge turquoise) à un guide droit (courbe magenta) entraîne un saut du régime normal vers le régime anormal. La cellule périodique de gestion de dispersion précédemment mentionnée pourra donc être constituée en combinant un guide droit à un guide courbé, c'est-à-dire en implémentant un résonateur rectangulaire arrondi aux angles, dont l'hippodrome est un cas particulier (voir figure 3.17). Dans ce cas, deux guides dont les valeurs de dispersion sont de signes opposés sont mis bout-à-bout pour former la cavité du résonateur. Le rayon des portions courbées formant les angles est fixé à R = 50 µm et ces résonateurs auront également un périmètre total fixé à $L_{tot} = 200\pi\ \mu m$. La section transversale du guide d'onde du résonateur est identique dans les portions droites et courbées afin de garantir un comportement monomode sur la plage de longueur d'ondes considérée (voir figure 3.19).

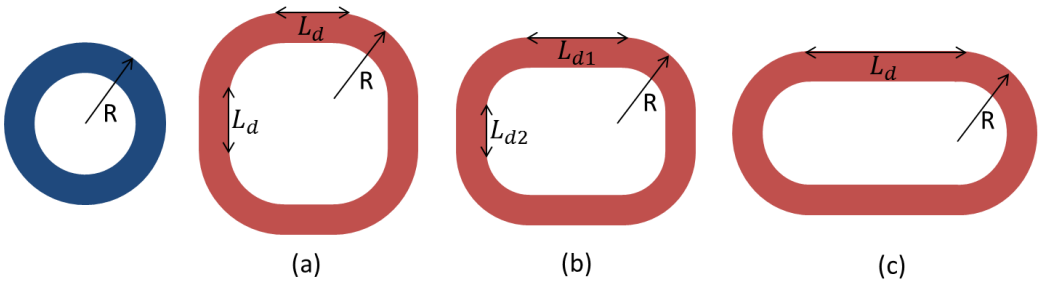


Fig. 3.17 : Différentes formes de cavités monomodes (h=0,5 µm et w=1,25 µm) de rayon externe R fixé. En bleu : anneau de circonférence $2\pi R$. En rouge : résonateurs rectangulaires arrondis aux angles dont le périmètre total est fixé : $L_{tot} = 2\pi R + \sum L_d$ avec L_d la longueur des parties droites.

En changent la distribution et le nombre des sections droites (dont la longueur totale est $\sum L_d = 100\pi\ \mu m$) du résonateur, on peut alors faire varier la périodicité de la cellule : périodicité sur un quart de longueur de cavité lorsque les quatre portions droites ont toutes la même longueur (fig. 3.17 (a)) ou sur la moitié de la cavité lorsque les portions droites sont de longueurs différentes et dans le cas d'un hippodrome (fig. 3.17 (b) et (c) respectivement). Des résonateurs en forme de « radiateur » ou de « serpentin » ont également été fabriqués au LAAS. Ils correspondent à la généralisation à une forme quelconque des résonateurs rectangulaires à angles arrondis et permettent d'augmenter la longueur de la cavité en réduisant le volume occupé comme le représente la figure 3.18, qui est une image au microscope d'un résonateur AlGaAs/AlOx de longueur totale $L_{tot} = 1{,}428\ mm$ couplé verticalement à son guide d'accès. De cette manière, on peut alors contôler l'ISL de la cavité tout en respectant une certaine contrainte sur la taille du composant. Cette approche est utilisée en référence [4], qui démontre expérimentalement la génération de peignes à partir de cavités alternant sections droites et courbées.

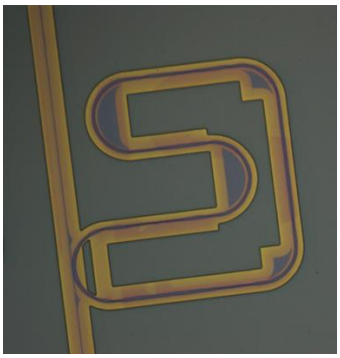


Fig. 3.18 : Image au microscope d'un résonateur AlGaAs/AlOx de type «radiateur » couplé verticalement à son guide d'accès réalisé au LAAS. Longueur totale $L_{tot} = 1{,}428$ mm, rayon des parties courbées : R=50 µm.

Notons toutefois que le champ optique subit des pertes à chaque transition entre une partie droite et une partie courbée étant donné que les profils de modes correspondant ne sont pas parfaitement identiques (voir chapitre 2 à propos des bases propres des guides droits (fonctions sinusoïdales) et des guides courbés (fonctions de Bessel)). Le mode propre d'une partie droite ne pourra donc pas avoir une efficacité d'excitation parfaite du mode des parties courbées (voir la notion de « butt-coupling » au chapitre 4) et inversement. Différentes méthodes existent pour pallier ces pertes d'insertion. Neumann et. al. ont proposé en 1982 de décaler latéralement les portions courbées par rapport aux portions droites [22], approche également suivie plus récemment par Absil et. al. [23]. La mise en œuvre d'une transition progressive morceau par morceau entre guides droits et courbés permet aussi de réduire ces pertes [24], de même que la technique du « matched bend » [25] qui permet d'obtenir analytiquement un ensemble discret de rayons de courbure minimisant les pertes d'insertion. Parmi ces différentes approches, les deux premières pourraient être implémentées technologiquement sans changer la section des résonateurs ni leurs rayons de courbure. Par ailleurs, les pertes d'insertions diminuent à

mesure que le rayon des parties courbées augmente. Aussi seront-elles négligées dans l'analyse qui suit en raison des grands rayons utilisés (R=50 µm).

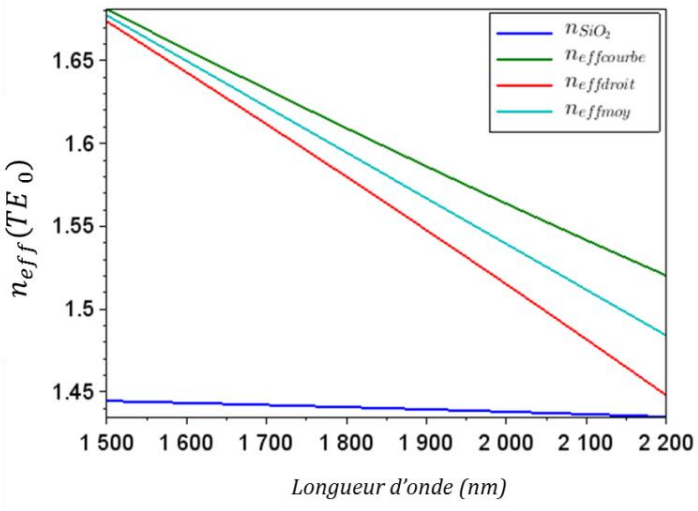


Fig. 3.19 : Evolution en fonction de la longueur d'onde de l'indice effectif du mode TE_0 des différentes portions d'un résonateur rectangulaire arrondi aux angles avec R=50 µm h=0,5 µm et w=1,25 µm. Portion droite : courbe rouge. Portion courbée : courbe verte. Moyenne sur le résonateur : courbe turquoise. La courbe bleue représente l'indice de réfraction du substrat SiO_2 c'est à dire la limite de coupure du mode.

Nous avons donc représenté, pour différents rayons correspondant à ceux de la figure 3.13, la dispersion moyenne d'un résonateur rectangulaire arrondi aux angles présentant une section transversale telle que $h=0{,}5\ \mu m$ et $w=1{,}25\ \mu m$. Etant donné que le périmètre total est fixé à $L_{tot} = 200\pi\ \mu m$, plus le rayon des parties courbés augmente et plus la longueur totale des guides droits diminue. Le champ optique se propage ainsi plus longtemps dans des guides présentant une dispersion normale et la dispersion moyenne diminue. Ce comportement est représenté sur la figure 3.20, par les courbes bleue, verte, rouge et turquoise respectivement. Ainsi, le rayon de 50 µm (courbe rouge) correspond à un équilibre entre les deux régimes de dispersion normale et anormale en raison de l'équirépartition des portions droites et courbées ($L_{courb} = 2\pi R = 100\ \mu m$ et $L_d = L_{tot} - L_{courb} = 100\ \mu m$). Il en résulte une courbe de dispersion moyenne présentant de très faibles variations autour de zéro avec une valeur maximale de 17,4 $ps.nm^{-1}.km^{-1}$ à $\lambda = 1500\,nm$, une valeur de 15,0 $ps.nm^{-1}.km^{-1}$à la longueur d'onde de pompe $\lambda = 1550\,nm$, un zéro de dispersion moyenne à $\lambda = 1790\,nm$ et une valeur minimale de -8,35 $ps.nm^{-1}.km^{-1}$à $\lambda = 2023\,nm$. Cette faible dispersion totale devrait donc permettre de maintenir un soliton GD dans la cavité. Quant aux valeurs de dispersion rencontrées dans les parties droites, la figure 3.13 montre que celles-ci sont de l'ordre de +200 $ps.nm^{-1}.km^{-1}$, c'est-à-dire dans le régime fortement anormal. Bien que les peignes dont les bandes passantes sont les plus étendues aient été jusqu'à présent générés en régime de dispersion modérément anormal autour de la longueur d'onde de pompe (Foster et. al. [3], $D{\sim}70$ $ps.nm^{-1}.km^{-1}$peigne généré sur 750 nm dans l'infrarouge, Okawachi et. al. [6], $D{\sim}50\ ps.nm^{-1}.km^{-1}$peigne généré sur 1200 nm, une octave dans l'infrarouge) il existe dans la littérature plusieurs démonstrations de génération de peignes dans des résonateurs exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 et présentant de hautes valeurs de dispersion anormale autour de la longueur d'onde de pompe. Citons par exemple, Johnson et. al. [4], Herr et. al. [1] mais aussi de nouvelles méthodes faisant usage de résonateurs concentriques afin de contrôler la dispersion : Soltani et. al. [7] ($D{\sim}200\ ps.nm^{-1}.km^{-1}$ peigne généré sur 50 nm dans le visible), et Kim et. al. [26] ($D{\sim}10^3$ $ps.nm^{-1}.km^{-1}$peigne généré sur 60 nm dans le proche infrarouge). Enfin, le résonateur à gestion de dispersion proposé par Jung et. al [16] opère, dans ses portions droites, en régime fortement anormal avec $D = 300\ ps.nm^{-1}.km^{-1}$ avec l'objectif de générer un peigne de fréquences. Ceci nous conforte dans l'idée que notre dessin de résonateur pourrait permettre de générer du mélange à quatre ondes

dans ses parties droites et de maintenir un régime solitonique par gestion de la dispersion sur l'ensemble de la cavité.

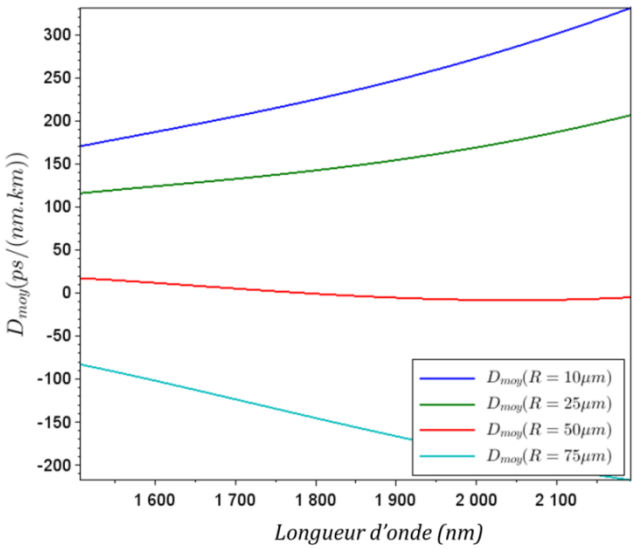


Fig. 3.20 : Evolution en longueur d'onde de la dispersion moyenne du mode TE_0 d'un résonateur rectangulaire arrondi aux angles de périmètre total fixé $L_{tot} = 200\pi\ \mu m$ et présentant une section transverses telle que h=0,5 µm et w=1,25 µm, pour différents rayons externes dans les parties courbées.

3.2 Pertes internes dans les micro-résonateurs

Dans un résonateur non idéal, l'énergie électromagnétique W_{EM} se dissipe lors de la propagation, selon une loi dictée par $W_{EM}(L) = W_{EM}(0)e^{-\alpha_{tot}L}$, où α_{tot} est le taux de pertes total de la cavité. Étant donné que l'énergie peut se dissiper de plusieurs manières, α_{tot} s'exprime comme la somme de plusieurs termes individuels de pertes linéiques α_{Li}. On associe à chacun de ces termes individuels un facteur de qualité $Q_i = \frac{\beta_{res}}{\alpha_{Li}}$ où β_{res} et la constante de propagation du mode considéré.

$$\alpha_{tot} = \sum_i \alpha_{Li} = \sum_i \frac{\beta_{res}}{Q_i} \qquad (3.6)$$

Le facteur de qualité Q permet ainsi de quantifier le confinement de l'énergie dans la cavité. Les différentes contributions au taux de pertes total que nous allons à présent calculer peuvent être regroupées sous l'appellation de pertes internes car elles sont subies par le champ lors de sa propagation à l'intérieur de la cavité. La présence d'un guide d'accès à confinement latéral et vertical, formant ainsi un coupleur au voisinage local de la cavité, engendre également des pertes. Celles-ci sont dénommées pertes externes et résultent de l'échange périodique de puissance entre la cavité et le guide. Elles seront décrites dans les chapitres suivants.

Les pertes internes subies par le champ optique lors de sa propagation dans la cavité sont une combinaison de contributions volumiques et surfaciques. Les premières comprennent entre autres l'absorption linéaire, tandis que les secondes prennent en compte l'absorption due aux recombinaisons de surface (que nous négligerons ici) et les rayonnements vers l'extérieur dus à l'interaction du champ optique avec les parois rugueuses du guide. Étant donné que les matériaux utilisés (GaAs dont le gap est à 880 nm en longueur d'onde et Si_3N_4 dont le gap est autour de 250 nm en longueur d'onde) sont transparents sur la fenêtre de longueurs d'ondes que nous utilisons dans ce manuscrit, les pertes linéaires par absorption volumique seront considérées dans la suite comme négligeables. Les trois facteurs de pertes que nous utiliserons sont donc les suivants :

3.2.1 Pertes par courbure

Tout d'abord les pertes par courbure, présentées au chapitre précédent, sont dues au fait que les résonateurs circulaires sont intrinsèquement des structures à fuite (voir figure 2.15) et constituent donc la limite inférieure (resp. supérieure) pour les pertes totales (facteur Q total) de la cavité. Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, elles sont pratiquement négligeables pour les résonateurs de grand rayon ($R \gg \lambda$). Matsko et. al. [27] énoncent à titre d'exemple que les pertes par courbure d'une goutte d'eau de 50 µm de rayon engendrent, à $\lambda = 600\,nm$, un facteur de qualité gigantesque : $Q_{rad} = 10^{73}$. Il existe une expression analytique approchée permettant d'évaluer efficacement les pertes par courbure subies par les guides courbés dont la distribution d'indices planaires est symétrique[28], [29]. Celle-ci s'exprime comme :

$$\alpha_{courb} = \frac{R - w/2}{R} \frac{\xi^2}{2\beta_d(1 + \xi\, w/2)} \frac{g^2}{(\overline{n_1}^2 - \overline{n_2}^2)k_0} e^{w\xi - 2(\beta_d tanh^{-1}(\xi/\beta_d) - \xi)(R - w/2)} \qquad (3.7)$$

Où $\overline{n_1}$et $\overline{n_2}$ sont les indices planaires du cœur et de l'extérieur de l'anneau de rayon *R* et de largeur *w*. β_d est la constante de propagation effective d'un guide droit de section identique à celle de l'anneau et ξ est le paramètre correspondant, donné par l'équation (2.14) du chapitre 2. On retrouve dans cette expression une diminution exponentielle des pertes avec les rayons croissants, étant donné que les pertes par courbure sont dues à un mécanisme d'effet tunnel au cours duquel une décroissance exponentielle de l'amplitude du champ est observée dans les gaines extérieures de bas indice. Nous avons appliqué l'équation (3.7) au mode TE_0 bien confiné (voir fig.3.19) des parties courbées de nos résonateurs avec h=0,5 µm et w=1,25 µm pour différents rayons de courbure. Pour des résonateurs dont le rayon est supérieur à 30 µm les valeurs obtenues (représentées sur la figure 3.21) ne dépassent pas $10^{-50} cm^{-1}$.

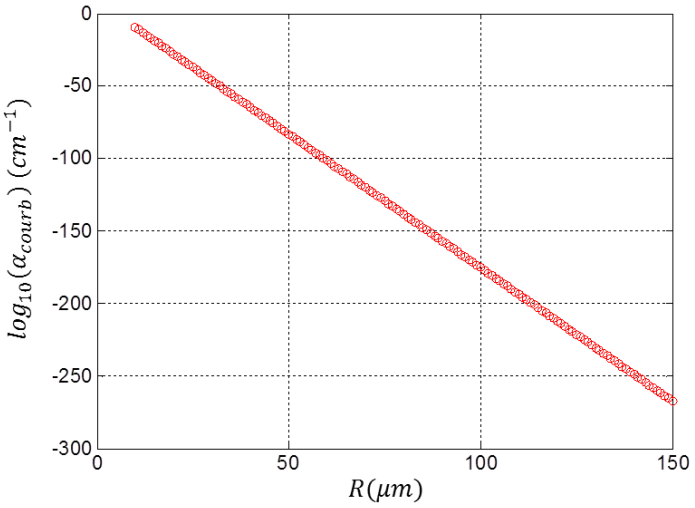


Fig. 3.21 : Evolution des pertes par courbure du mode TE_0 des parties courbées des résonateurs rectangulaires arrondis aux angles avec h=0,5 µm et w=1,25 µm en fonction du rayon externe R. Calcul réalisé à partir de l'équation (3.7) [27], [22].

Les pertes par courbure seront donc négligées pour nos composants exploitant la filière Si_3N_4. Pour les disques AlGaAs/AlOx, le faible confinement des modes aux grandes longueurs d'onde (voir fig. 2.19 et 3.28) et l'architecture du composant entraîne des valeurs de pertes par courbure faibles mais augmentant rapidement (voir fig 3.29). Nous les avons calculées avec le logiciel Wgms3D en extrayant la partie imaginaire de l'indice effectif obtenu en simulant un composant dénué de guide

d'accès (voir figure 3.22), structure pour laquelle seules les pertes internes et en particulier par courbure sont présentes, de sorte que :

$$\alpha_{courb} = \frac{2\pi}{\lambda} Im(n_{eff}) \tag{3.8}$$

Afin d'être comparés aux autres contributions de pertes dans les disques AlGaAs/AlOx, les résultats obtenus sont représentés sur la figure 3.28, où l'évaluation des pertes par courbure est limitée par la précision de calcul de l'ordre de $10^{-14} cm^{-1}$, ce qui donne lieu à l'apparition de bruit numérique sur les très faibles valeurs de pertes entre 1000 nm et 1125 nm en longueur d'onde.

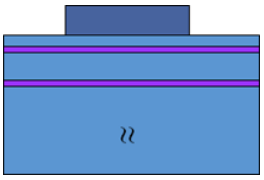


Fig. 3.22 : Schéma de la structure simulée via Wgms3d afin d'évaluer les pertes par courbure dans les disques AlGaAs/AlOx.

3.2.2 Pertes dues à la rugosité

Dans les guides à haut contraste d'indice, la rugosité est considérée comme la principale contribution aux pertes [30], [31]. Elle est donc particulièrement importante pour les guides exploitant la filière SiN ou GaAs, et présentant de fortes valeurs de champs à leurs interfaces avec l'extérieur. Par ailleurs, les techniques de fabrication des guides engendrent nécessairement des parois latérales dont la rugosité est non négligeable (les parois supérieures et inférieures étant généralement relativement lisses à l'issue des procédés de fabrication). Ainsi, dans un guide ou une cavité de section bidimensionnelle, les pertes par rayonnement dus à la rugosité affecteront de manière plus importante les modes TE (polarisés parallèlement aux plans horizontaux) car leurs oscillations s'effectuent perpendiculairement aux parois latérales et leur intensité aux interfaces est plus importante [30]. Les modèles théoriques visant à estimer ces pertes par rugosité ont tout d'abord été développés dans les années 1970 [32], [33]. Par la suite, ils ont été simplifiés et leur précision améliorée [34]. La majeure partie d'entre eux est basée soit sur la théorie des modes couplés [35], [36] soit sur la méthode des courants volumiques [34], [37], [38]. Le modèle de Payne-Lacey [34], aujourd'hui largement accepté en raison de sa simplicité, de son efficacité et de sa précision raisonnable, utilise cette dernière méthode pour estimer les pertes par rugosité dans un guide de type slab. Il permet en effet d'aboutir, moyennant une approximation détaillée par la suite, à une expression analytique simple, visant à établir une limite supérieure pour les pertes par propagation. La méthode des courants volumiques permet également d'aboutir à une expression analytique approchée dans le cas d'une cavité circulaire de type micro disque [37]. La rugosité des parois latérales est généralement représentée par une distribution mono dimensionnelle de moyenne nulle *f(z)* où z est la direction de propagation (voir fig 3.23) permettant de quantifier l'écart de la paroi réelle à la paroi d'un guide idéal.

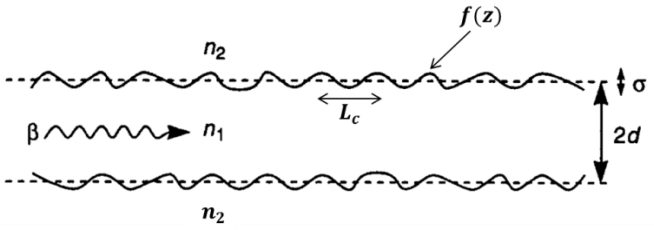


Fig. 3.23 : Schéma représentant les parois d'un guide slab non-idéal, dont la rugosité est décrite par les caractéristiques de la distribution *f(z)*.

La nature de cette rugosité est décrite par la fonction d'autocorrélation de *f(z)*

$$C(u) = \langle f(z)f(z+u)\rangle \tag{3.9}$$

Où les crochets représentent une moyenne d'ensemble. Dans bien des cas [34], [38], la fonction d'autocorrélation peut-être correctement approximée par un modèle exponentiel

$$C(u) = \sigma^2 exp\left(-\frac{|u|}{L_c}\right) \tag{3.10}$$

Ou Gaussien

$$C(u) = \sigma^2 exp\left(-\frac{u^2}{{L_c}^2}\right) \tag{3.11}$$

Avec σ la rugosité rms et L_c sa longueur de corrélation. On suppose que les deux parois latérales ont la même distribution statistique de rugosité mais que celles-ci sont mutuellement décorrélées.

La méthode des courants volumiques considère que la rugosité agit comme autant de perturbations d'indice par rapport à une paroi idéale (voir fig 3.23). En se propageant, le champ électrique du disque ou du guide idéal génère, dans les régions où la perturbation s'exerce, une polarisation matérielle correspondant de manière équivalente à une densité de courant électrique *J* permettant de représenter les imperfections des parois. L'évaluation de la puissance rayonnée par cette densité de courant passe par le calcul du potentiel vecteur en champ lointain dont *J* est la source et permet d'accéder au taux de pertes. Les nombreux détails mathématiques de cette procédure (non présentés ici) impliquent entre autres le calcul de la densité spectrale de puissance de la distribution de rugosité, qui s'exprime comme la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation.

3.2.2.1 *Dans les anneaux et les guides droits*

Afin de simuler les pertes par rugosité dans les guides droits, les anneaux et de manière générale dans les structures dont le guidage s'effectue au moyen de deux interfaces parallèles, nous avons donc choisi d'implémenter le modèle de Payne-Lacey [34]. De cette manière nous approximons les pertes dans un guide courbé par celles que le champ subirait dans un guide droit de section identique. Cette approche sera donc valable pour les résonateurs de grand rayon par rapport à la longueur d'onde, c'est-à-dire lorsque les pertes par courbure sont négligeables. Nous avons observé précédemment que c'est effectivement le cas pour des résonateurs dont le rayon excède 50 µm. Par ailleurs, remarquons pour fixer les idées, qu'à mesure qu'augmente le rayon d'un anneau dont la distribution d'indice est symétrique, l'intensité du champ optique sur la paroi extérieure tend à diminuer et la distribution totale du champ tend à se symétriser ce qui permet de traiter les parois internes et externes de l'anneau de façon identique, à la manière d'un guide slab droit.

Ainsi, le taux de perte par rugosité par unité de longueur dans un guide planaire s'exprime, dans le modèle de Payne-Lacey, comme

$$\alpha_{rug}^{guide} = \frac{{\sigma_{rms}}^2}{\sqrt{2}k_0 n_1} g.f_e \tag{3.12}$$

Avec

$$g = \frac{\rho^2 v^2}{1+\frac{\xi d}{2}} \tag{3.13}$$

Où ρ et ξ sont donnés par les équations (2.14) du chapitre 2

et le paramètre

$$v = \sqrt{\rho^2 + \xi^2} = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - n_2^2 k_0^2} \tag{3.14}$$

Est appelé fréquence réduite.

Le paramètre σ_{rms} représente la rugosité *rms*, *d* la demi-largeur du guide, n_1 l'indice du cœur, n_2 l'indice du milieu extérieur vers lequel rayonnent les champs dus aux courants volumiques. Dans ce modèle, f_e est un terme qui dépend de la longueur de corrélation. Lorsqu'un modèle exponentiel est utilisé pour cette dernière, on peut montrer [34] que si la longueur de corrélation engendre un taux de perte maximal, f_e prend la forme d'une relation indépendante de la longueur d'onde et de la géométrie du guide, de sorte que :

$$f_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{3.15}$$

Cette approximation permet alors d'estimer une limite supérieure pour les pertes par rugosité en s'affranchissant de la mesure de la longueur de corrélation. La figure 3.24 représente ainsi les pertes dues à la rugosité subies par un résonateur rectangulaire arrondi aux angles avec h=0,5 µm, w=1,25 µm, et σ_{rms} = 3nm. Cette valeur de rugosité *rms*, quoique faible, reste technologiquement atteignable sur la filière Si_3N_4/SiO_2[4]. Nous voyons donc que ces pertes présentent une variation lente et diminuent, comme attendu, à mesure que la longueur d'onde augmente. En effet, lorsque la taille d'un élément diffusant typique est fixée (comme c'est le cas ici via la rugosité rms), les longueurs d'ondes croissantes subissent de moins en moins les imperfections de la paroi, qui leur « apparaît » alors de plus en plus lisse à mesure que le rapport λ/σ_{rms} augmente.

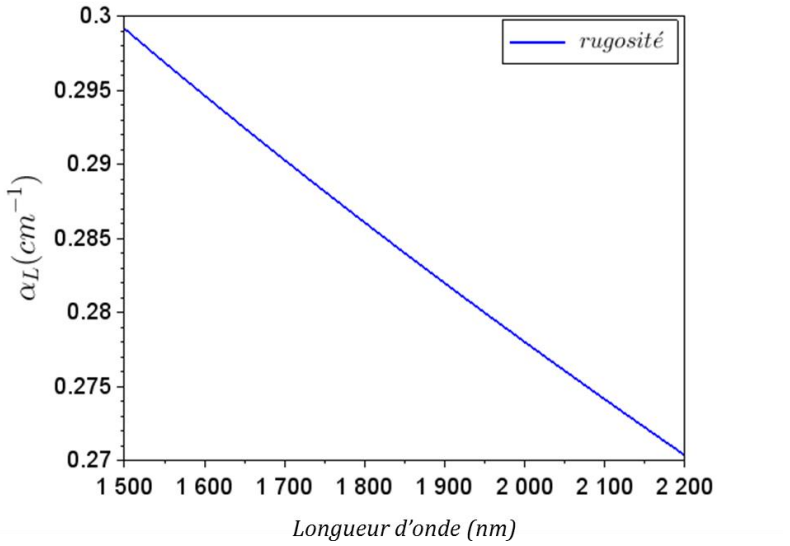


Fig. 3.24 : Evolution en longueur d'onde des pertes dues à la rugosité dans un résonateur rectangulaire arrondi aux angles avec h=0,5 µm et w=1,25 µm et σ_{rms}=3nm.

3.2.2.2 *Dans les disques.*

Lorsque le guidage est de type mode de galerie, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'interface interne et le champ est confiné par la paroi externe et la caustique interne, les approximations ne sont pas les mêmes. L'évaluation de la puissance rayonnée vers l'extérieur via les courants volumiques peut s'effectuer en intégrant la valeur moyenne de la densité d'énergie sur une coquille cylindrique

d'épaisseur infinitésimale comprenant tous les points situés à l'intérieur de la zone de perturbation d'indice [36],c'est-à-dire dans une région très proche de la surface du disque idéal. En utilisant un modèle Gaussien pour la longueur de corrélation et en ne retenant dans les intégrales que les fonctions de Bessel radiales, Borselli et. al. proposent une expression du facteur de qualité associé à la rugosité :

$$Q_{rug}^{disque} = \frac{3\lambda_0^3}{8\pi^{7/2} n_1 \delta n^2 \eta} \frac{V_d}{V_s^2} \tag{3.16}$$

Où

$$\eta = \frac{n_{eff}^2 (n_1^2 - n_2^2)}{n_1^2 (n_{eff}^2 - n_2^2)} \tag{3.17}$$

Avec $\delta n^2 = n_1^2 - n_2^2$ et $V_d = \pi R^2 h$ est le volume physique du disque de hauteur h et de rayon R, tandis que $V_s = \sqrt{RL_c} h\sigma$ représente le volume typique d'un élément diffusant.

Afin d'être comparés aux autres contributions de pertes dans les disques AlGaAs/AlOx, les résultats afférents sont représentés sur la figure 3.29.

3.2.3 Fuites vers le slab dans les composants AlGaAs/AlOx

La structure des composants AlGaAs/AlOx présente une zone de couplage privilégiée du guide slab vers le disque, définie par l'ouverture dans les couches d'oxyde (voir flèche verte fig. 3.25). Cependant, l'architecture de ces composants multicouches à intégration verticale implique la présence du slab partout sous le résonateur. Le champ optique du résonateur est ainsi, lors de sa propagation, en permanence découplé vers le slab, occasionnant un mécanisme supplémentaire de pertes irréversibles (représenté par la flèche rouge sur la fig 3.25). En effet, les modes confinés verticalement et latéralement dans le résonateur perdent leur confinement horizontal et s'étalent latéralement lorsqu'ils pénètrent dans le slab qui se comporte alors comme un milieu à fuite, étant donné que le haut indice du matériau qui le compose (GaAs) permet de conserver le guidage vertical (voir chapitre 2). Ce type de pertes doit être différencié de l'échange de puissance ayant lieu dans la zone définie par l'ouverture d'oxyde et le guide ridge. Ce dernier permet en effet de confiner le champ dans les deux directions transversales et de conserver l'intégrité du mode en l'empêchant de s'étaler, supprimant ainsi le mécanisme de perte vers le milieu à fuite que représente le slab. Ce mécanisme de pertes externes sera détaillé dans les chapitres suivants. La proximité permanente du slab et du disque est également responsable de l'augmentation rapide des pertes par courbure à mesure que la longueur d'onde augmente et que le taux de confinement du mode diminue. La présence de deux couches superposées de matériaux à haut indice permet en effet aux champs de plus en plus étalés de trouver un milieu à fuite dans l'empilement vertical. La figure 2.17 du chapitre 2 permet de se représenter l'allure de la portion de champ pénétrant dans la gaine multicouche intermédiaire : la partie basse de la queue évanescente est décalée vers le bord extérieur du disque en raison de la propagation circulaire, marquant l'influence de la courbure du disque sur les pertes vers le slab.

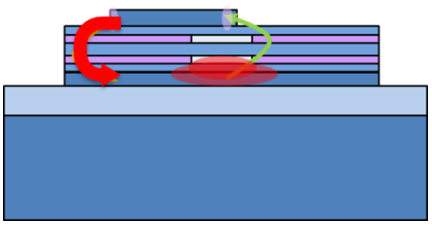


Fig. 3.25 : Schéma d'une vue en coupe de la structure totale du disque et de son guide d'accès. L'ouverture d'oxyde au niveau de la flèche verte représente la zone de couplage privilégiée, tandis que la flèche rouge matérialise les pertes non voulues du guide vers le slab.

Afin d'évaluer ces pertes vers le slab, nous avons donc simulé via le logiciel Wgms3d la structure définie sur la figure 3.26, pour laquelle seules les pertes par courbure et les fuites vers le slab sont présentes. Ces dernières sont ensuite calculées en soustrayant les pertes par courbure obtenues au moyen de la structure représentée sur la figure 3.22. Nous voyons que la structure simulée ne présente pas d'ouverture dans ses couches d'oxyde afin de ne pas définir de coupleur. Ceci nous a permis d'évaluer uniquement les fuites vers le slab en s'affranchissant de la présence de pertes externes dues à la présence du guide ridge dans lequel le champ est confiné latéralement et verticalement.

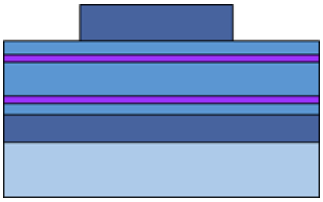


Fig. 3.26 : Schéma de la structure simulée via Wgms3d afin d'évaluer les pertes dues aux fuites vers le slab dans les disques AlGaAs/AlOx.

3.2.4 Pertes totales dans les composants AlGaAs/AlOx

La figure 3.27 représente l'évolution des pertes par courbure, par fuite vers le slab et des pertes dues à la rugosité en fonction du diamètre des disques à longueur d'onde fixée (1550nm). Comme attendu, les pertes par courbure (courbe bleue) présentent une décroissance exponentielle avec l'augmentation du diamètre. La courbe verte, qui représente les contributions de pertes dues à la courbure et à la présence du slab, montre une légère augmentation pour les disques dont le diamètre passe de 50 µm à 315 µm. Nous attribuons ce comportement au fait que l'indice effectif du mode du disque augmente avec son diamètre, jusqu'à atteindre une valeur proche de celle du mode du slab oxydé, comme le montrent les courbes de la figure 3.1. Le résonateur et le guide d'accès se rapprochent alors de l'accord de phase, ce qui a pour effet d'augmenter le transfert de puissance vers le milieu à fuites. Ce comportement sera détaillé au chapitre 5 (voir éq. (5.40)). Ainsi, les disques de grand diamètre subissent des pertes vers le slab plus importantes que les disques de petit diamètre. Les pertes par rugosité, quant à elles, diminuent avec le diamètre du disque à mesure que le confinement du champ augmente et que son interaction avec la paroi décroît. On observe autour de D = 200 μm un changement de régime : les petits résonateurs présentent des pertes dominées par la rugosité tandis que les grands résonateurs voient leurs pertes majorées par les fuites vers le slab. En suivant l'équation 3.16 nous voyons que les pertes dues à la rugosité vont diminuer lorsque le volume d'un élément diffusant typique V_s sera réduit. Ainsi, en améliorant la qualité de fabrication des disques, nous devrions augmenter le domaine sur lequel les pertes par fuites vers le slab représenent la contribution majoritaire.

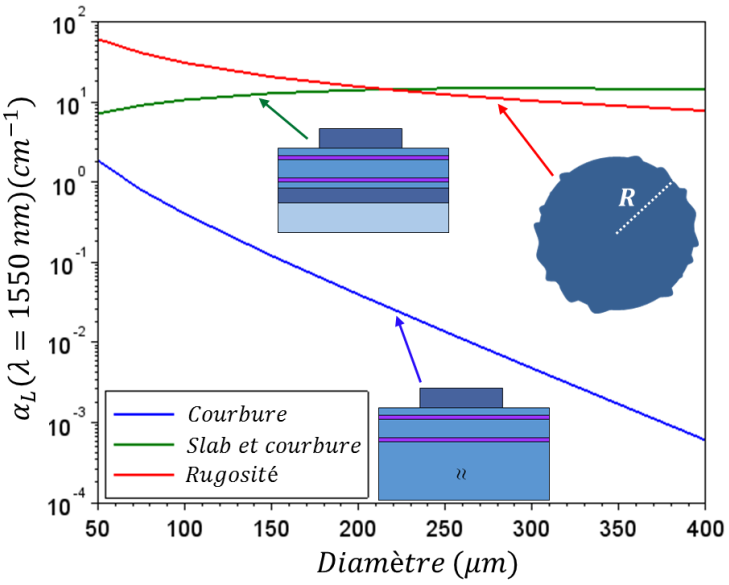


Fig. 3.27 : Evolution des pertes par courbure (courbe bleue), des contributions de pertes dues à la courbure et à la présence du slab (courbe verte) et des pertes dues à la rugosité (courbe rouge) en fonction du diamètre d'un disque AlGaAs/AlOx, à longueur d'onde fixée (1550nm).

La figure 3.28 représente l'évolution en longueur d'onde de toutes les contributions de pertes internes précédement décrites pour un disque AlGaAs/AlOx de 200 µm (courbes en trait plein) et 300 µm de diamètre (courbes en pointillés), ce dernier correspondant aux indices effectifs représentés sur la figure 2.19. Les variations de l'indice effectif du mode TE_0 du disque de 200 µm de diamètre sont représentées sur la figure 3.28. On remarquera que dans ce cas, au-delà de λ=1550nm, le mode fondamental n'est plus guidé dans le cœur en GaAs étant donné que son indice effectif (représenté par les croix rouges) est inférieur à celui de la gaine sous-jacente en $Al_{0.3}GaAs$ dont l'évolution est représentée par la courbe verte.

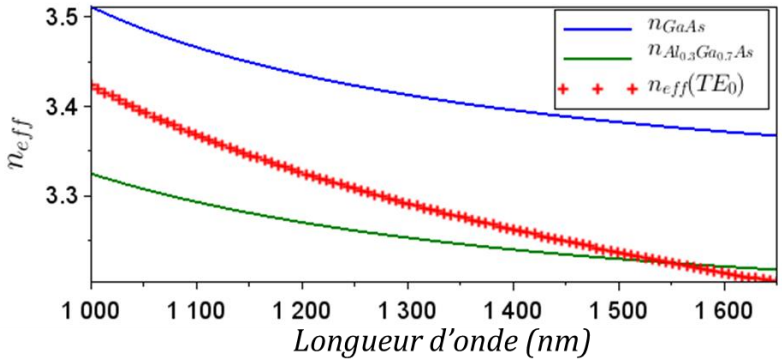


Fig. 3.28 : Évolution en longueur d'onde de l'indice effectif du mode TE fondamental d'un micro disque AlGaAs/AlOx de 200 µm de diamètre.

La contribution due à la rugosité a été calculée avec une rugosité rms $\sigma_{rms} = 20\ nm$ et une longueur de corrélation L_c=*500 nm*, conformément aux observations expérimentales effectuées (voir chapitre 5). Nous voyons donc que les pertes dues aux fuites vers le slab sont majoritaires aux grandes longueurs d'ondes, en raison de la perte de confinement du champ, avec, pour le disque de 200 µm une valeur de

6,61 cm^{-1} à λ=*1550 nm*. Lorsque le diamètre est augmenté à 300 µm, les pertes vers le slab sont toujours majoritaires aux grandes longueurs d'ondes et augmentent à 14,21 cm^{-1} à λ=*1550 nm*. On retrouve donc l'augmentation de cette contribution avec le diamètre, décrite sur la figure 3.27. Aux courtes longueurs d'onde, ce sont les pertes dues à la rugosité qui dominent la cavité, selon le mécanisme mentionné précédemment, avec une valeur de 67,3 cm^{-1} à 1100 nm pour *D=200 µm* (resp. 44,9 cm^{-1} pour *D=300 µm*) tandis que les fuites vers le slab ne sont que de 3,66 $.10^{-2}$ cm^{-1} (resp. 5,62 $.10^{-2}$ cm^{-1} pour *D=300 µm*) à la même longueur d'onde. A 1550 nm, les pertes par rugosité représentent la deuxième contribution en terme d'importance, leur valeur est en effet de 3,08 cm^{-1} pour *D=200 µm* et 2,1 cm^{-1} lorsque *D=300 µm.* Les pertes par rugosité ont donc diminué avec l'augmentation du diamètre, étant donné que celle-ci s'accompagne d'un meilleur confinement qui se traduit par une diminution de l'amplitude du champ sur la paroi. Il en résulte une plus faible interaction avec les imperfections de cette dernière. Enfin les pertes par courbure sont plus faibles que celles dues aux autres contributions et n'excèdent pas 14,50 $.10^{-2}$ cm^{-1} à λ =*1650 nm* pour *D=200 µm* (resp. 5,90 $.10^{-2}$ cm^{-1} pour *D=300 µm*, diminution due au meilleur confinement) sur toute la plage de longueur d'ondes, mais présentent comme expliqué précédemment une évolution rapide sur plus de 10 ordres de grandeur.

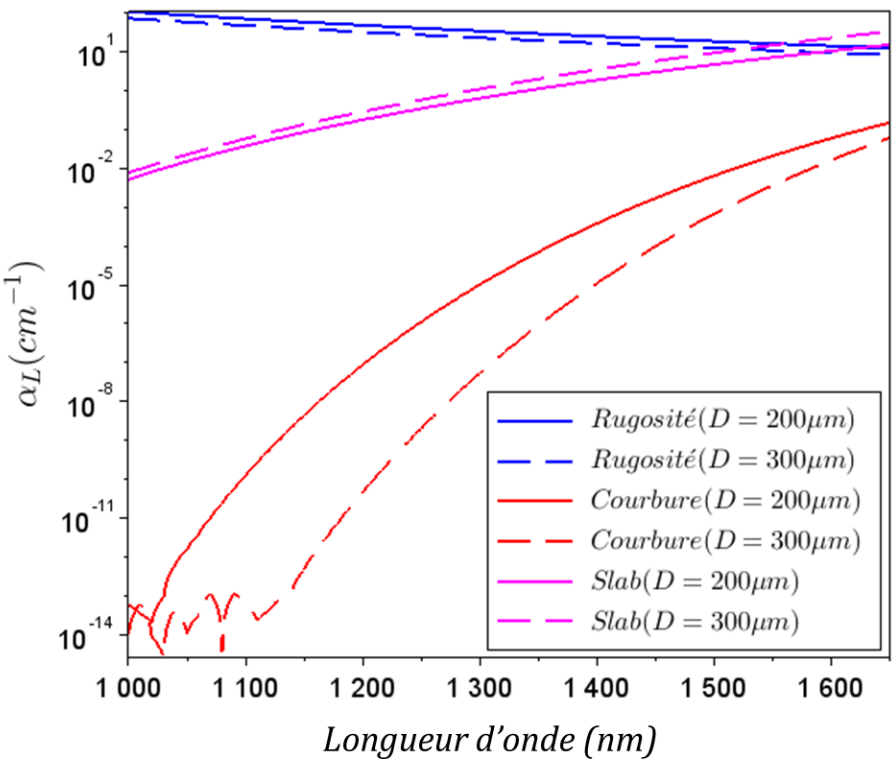


Fig. 3.29 : Evolution en longueur d'onde des différentes contributions aux pertes internes d'un disque AlGaAs/AlOx de 200 µm de diamètre (courbes en trait plein) et de 300 µm de diamètre (courbes en pointillés) correspondant aux indices effectifs représentés sur la figure 2.19.

Les différentes contributions au facteur de qualité total peuvent ainsi être présentées de la manière suivante :

$$1/Q_{tot} = \overbrace{1/Q_{courb} + 1/Q_{rug} + 1/Q_{slab}}^{1/Q_{interne}} + \underbrace{1/Q_{coupl}}_{1/Q_{externe}} \tag{3.18}$$

Il nous reste désormais à définir les pertes externes dues à la présence inhérente d'un guide d'accès au voisinage du résonateur, permettant de coupler la lumière à l'intérieur de la cavité. Ces pertes externes, résultant de l'interaction de couplage qui sera explicitée dans les chapitres ultérieurs, constitueront donc une limitation supplémentaire mais nécessaire au facteur de qualité total, car en effet un résonateur entièrement isolé ne serait d'aucune utilité pratique. Dans la suite cependant, le facteur de qualité du résonateur isolé (i.e. cas idéal ne prenant en compte que des contributions de pertes internes) sera utilisé comme point de repère permettant d'évaluer les performances des dispositifs et sera dénommé, conformément à la littérature, facteur de qualité intrinsèque et noté Q_i, de sorte que $1/Q_{tot} = 1/Q_i + 1/Q_{ext}$

c'est-à-dire :

$$Q_{tot} = \frac{Q_i Q_{ext}}{Q_i + Q_{ext}} \tag{3.19}$$

On peut ensuite remarquer que lorsque $Q_i = Q_{ext}$ alors

$$Q_{tot} = \frac{Q_i}{2} = Q_c \tag{3.20}$$

Dans cette situation, appelée couplage critique, les pertes internes sont égales aux pertes externes et le facteur de qualité correspondant, noté Q_c est égal à la moitié du facteur de qualité intrinsèque. Nous verrons au chapitre 5 que cet équilibre entre pertes internes et externes présente des propriétés favorables à la génération de peignes de fréquences.

3.3 Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre nous avons donc défini la dispersion des résonateurs et montré qu'il était possible, en ajustant adéquatement la section d'un anneau, d'obtenir un composant multimode transverse opérant en régime de dispersion modérément anormale, condition favorable à la génération de peigne par effet Kerr. Nous avons ensuite montré comment un composant monomode transverse pourrait permettre de générer du mélange à quatre ondes et d'entretenir une dispersion moyenne nulle sur l'ensemble de sa cavité en implémentant un résonateur rectangulaire arrondi aux angles (dont l'hippodrome est un cas particulier). Enfin, nous avons décrit et quantifié les principaux mécanismes à l'origine des pertes internes dans nos micro-résonateurs, tout en mettant en évidence la contribution majoritaire aux grandes longueurs d'onde des fuites vers le guide slab sous-jacent dans les composants AlGaAs/AlOx.

3.4 Bibliographie du chapitre 3

[1] T. Herr *et al.*, "Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators," *Nat. Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, Jun. 2012.

[2] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature*, vol. 450, no. 7173, pp. 1214–1217, Dec. 2007.

[3] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip," *Opt. Lett.*, vol. 36, no. 17, p. 3398, Sep. 2011.

[4] A. R. Johnson *et al.*, "Chip-based frequency combs with sub-100 GHz repetition rates," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 5, p. 875, Mar. 2012.

[5] K. Luke, Y. Okawachi, M. R. E. Lamont, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "Broadband mid-infrared frequency comb generation in a Si_3N_4 microresonator," *Opt. Lett.*, vol. 40, no. 21, p. 4823, Nov. 2015.

[6] M. A. Foster, J. S. Levy, O. Kuzucu, K. Saha, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Silicon-based monolithic optical frequency comb source," *Opt. Express*, vol. 19, no. 15, p. 14233, Jul. 2011.

[7] M. Soltani, A. Matsko, and L. Maleki, "Enabling arbitrary wavelength frequency combs on chip: Enabling arbitrary wavelength frequency combs on chip," *Laser Photonics Rev.*, vol. 10, no. 1, pp. 158–162, Jan. 2016.

[8] H. Lee *et al.*, "Chemically etched ultrahigh-Q wedge-resonator on a silicon chip," *Nat. Photonics*, vol. 6, no. 6, pp. 369–373, May 2012.

[9] J. Riemensberger, K. Hartinger, T. Herr, V. Brasch, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Dispersion engineering of thick high-Q silicon nitride ring-resonators via atomic layer deposition," *Opt. Express*, vol. 20, no. 25, p. 27661, Dec. 2012.

[10] J. M. Chávez Boggio *et al.*, "Dispersion-optimized multicladding silicon nitride waveguides for nonlinear frequency generation from ultraviolet to mid-infrared," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 33, no. 11, p. 2402, Nov. 2016.

[11] J. E. Heebner, R. Grover, and T. A. Ibrahim, *Optical microresonators: theory, fabrication, and applications*. London: Springer, 2008.

[12] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects," *Nat. Photonics*, vol. 4, no. 1, pp. 37–40, Jan. 2010.

[13] A. R. Johnson, Y. Okawachi, M. R. E. Lamont, J. S. Levy, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Microresonator-based comb generation without an external laser source," *Opt. Express*, vol. 22, no. 2, p. 1394, Jan. 2014.

[14] M. Bass, V. N. Mahajan, and Optical Society of America, Eds., *Handbook of optics*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2010.

[15] T. Bååk, "Silicon oxynitride; a material for GRIN optics," *Appl. Opt.*, vol. 21, no. 6, p. 1069, Mar. 1982.

[16] H. Jung, M. Poot, and H. X. Tang, "In-resonator variation of waveguide cross-sections for dispersion control of aluminum nitride micro-rings," *Opt. Express*, vol. 23, no. 24, p. 30634, Nov. 2015.

[17] U. Peschel, T. Peschel, and F. Lederer, "A compact device for highly efficient dispersion compensation in fiber transmission," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 67, no. 15, pp. 2111–2113, Oct. 1995.

[18] S. K. Turitsyn, B. G. Bale, and M. P. Fedoruk, "Dispersion-managed solitons in fibre systems and lasers," *Phys. Rep.*, vol. 521, no. 4, pp. 135–203, Dec. 2012.

[19] F. Copie, M. Conforti, A. Kudlinski, A. Mussot, F. Biancalana, and S. Trillo, "Instabilities in passive dispersion oscillating fiber ring cavities," *Eur. Phys. J. D*, vol. 71, no. 5, May 2017.

[20] F. Copie, M. Conforti, A. Kudlinski, A. Mussot, and S. Trillo, "Competing Turing and Faraday Instabilities in Longitudinally Modulated Passive Resonators," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, no. 14, Apr. 2016.

[21] R. Li, L. Zhou, J. Xie, A. Xie, and J. Chen, "Optimization of adiabatic microring resonators with few-mode and high-Q resonances," *Appl. Opt.*, vol. 54, no. 34, p. 10207, Dec. 2015.

[22] E.-G. Neumann, "Curved dielectric optical waveguides with reduced transition losses," *IEE Proceedings H - Microwaves, Optics and Antennas*, vol. 129, no. 5, pp. 278–280, Oct. 1982.
[23] V. Van, Philippe P. Absil, J.V. Hryniewicz, and P.-T. Ho, "Propagation Loss in Single-Mode GaAs-AlGaAs Microring Resonators: Measurement and Model," *Journal of Lightwave Technology*, p. 1734-, 2001.
[24] H. Shen, L. Fan, J. Wang, J. C. Wirth, and M. Qi, "A Taper to Reduce the Straight-to-Bend Transition Loss in Compact Silicon Waveguides," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 22, no. 15, pp. 1174–1176, Aug. 2010.
[25] A. Melloni, P. Monguzzi, R. Costa, and M. Martinelli, "Design of curved waveguides: the matched bend," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 20, no. 1, p. 130, Jan. 2003.
[26] S. Kim *et al.*, "Frequency Comb Generation in 300 nm Thick SiN Concentric-Racetrack-Resonators: Overcoming the Material Dispersion Limit."
[27] Matsko, A. B.., Ilchenko, V. S., "Optical resonators with whispering gallery modes I: basics," *IEEE J Sel Top Quantum Electron 12(1)*, pp. 3–14, 2006.
[28] D. Marcuse, "Power Distribution and Radiation Losses in Multimode Dielectric Slab Waveguides," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 51, no. 2, pp. 429–454, Feb. 1972.
[29] K. R. Hiremath, M. Hammer, R. Stoffer, L. Prkna, and J. Čtyroký, "Analytic approach to dielectric optical bent slab waveguides," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 37, no. 1–3, pp. 37–61, Jan. 2005.
[30] L. J. McKnight, M. D. Dawson, and S. Calvez, "Diamond Raman Waveguide Lasers: Completely Analytical Design Optimization Incorporating Scattering Losses," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 47, no. 8, pp. 1069–1077, Aug. 2011.
[31] P. P. Absil, J. V. Hryniewicz, B. E. Little, F. G. Johnson, and K. J. Ritter, "Vertically Coupled Microring Resonators Using Polymer Wafer Bonding," *IEEE Photon. Techno. Lett.*, pp. 49–51, Jan-2001.
[32] D. Marcuse, "Radiation Losses of Dielectric Waveguides in Terms of the Power Spectrum of the Wall Distortion Function," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, no. 10, pp. 3233–3242, Dec. 1969.
[33] P. K. Tien, "Light Waves in Thin Films and Integrated Optics," *Appl. Opt.*, vol. 10, no. 11, p. 2395, Nov. 1971.
[34] F. P. Payne and J. P. R. Lacey, "A theoretical analysis of scattering loss from planar optical waveguides," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 26, no. 10, pp. 977–986, Oct. 1994.
[35] D. Marcuse, "Mode Conversion Caused by Surface Imperfections of a Dielectric Slab Waveguide," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, no. 10, pp. 3187–3215, Dec. 1969.
[36] C. G. Poulton *et al.*, "Radiation Modes and Roughness Loss in High Index-Contrast Waveguides," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 12, no. 6, pp. 1306–1321, Nov. 2006.
[37] M. Borselli, T. J. Johnson, and O. Painter, "Beyond the Rayleigh scattering limit in high-Q silicon microdisks: theory and experiment," *Opt. Express*, vol. 13, no. 5, p. 1515, 2005.
[38] T. Barwicz and H. A. Haus, "Three-dimensional analysis of scattering losses due to sidewall roughness in microphotonic waveguides," *J. Light. Technol.*, vol. 23, no. 9, pp. 2719–2732, Sep. 2005.

Chapitre 4

Couplage et coupleurs : analyse par la théorie des modes couplés (CMT)

Physics is mathematical not because we know so much about the physical world but because we know so little : it is only its mathematical properties that we can discover. For the rest, our knowledge is negative [...]. The physical world is only known as regards certain abstract features of its space-time structure – features which, because of their abstractness, do not suffice to show whether the physical world is, or is not, different in intrinsic character from the world of mind.

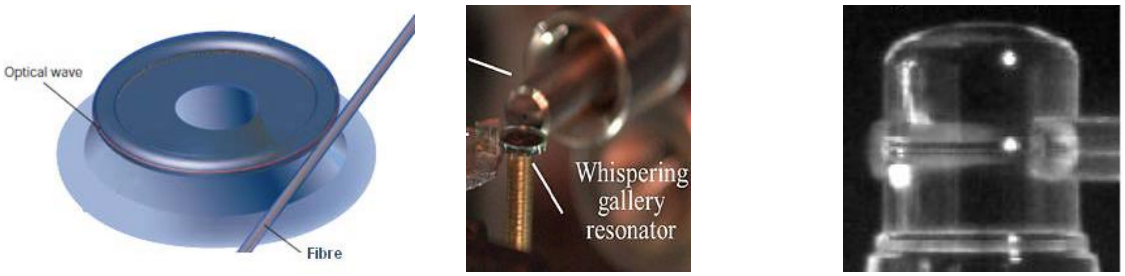
Bertrand Russell, *Human Knowledge* (ch. 7)

4.1 Généralités.

Pour les peignes de fréquences à base de résonateur à modes de galerie, le couplage des signaux d'entrée (de pompe) et de sortie (du peigne) est généralement effectué par évanescence. Lors de sa propagation, la partie évanescente du champ électromagnétique issu du guide d'accès polarise les matériaux diélectriques qu'elle rencontre dans son voisinage. Cette polarisation matérielle, qui agit comme terme source de l'équation d'onde 2.2 dans la matière, engendre de proche en proche la propagation d'un mode guidé dans les zones où la distribution de permittivité le permet (voir chapitre 2). C'est typiquement le cas lorsque deux guides d'ondes (ici le guide d'accès et le résonateur) sont suffisamment proches l'un de l'autre : la partie évanescente du premier vient exciter un mode guidé dans le cœur du second. La partie évanescente du mode guidé ainsi créé dans le résonateur recouvrira en retour le cœur du guide d'accès pour donner lieu au même type de phénomène lors du découplage et, sur une distance suffisamment longue, à un échange périodique d'énergie. Cette interaction sera, dans la partie 4 de ce chapitre, quantifiée et caractérisée.

4.2 Réalisation pratique.

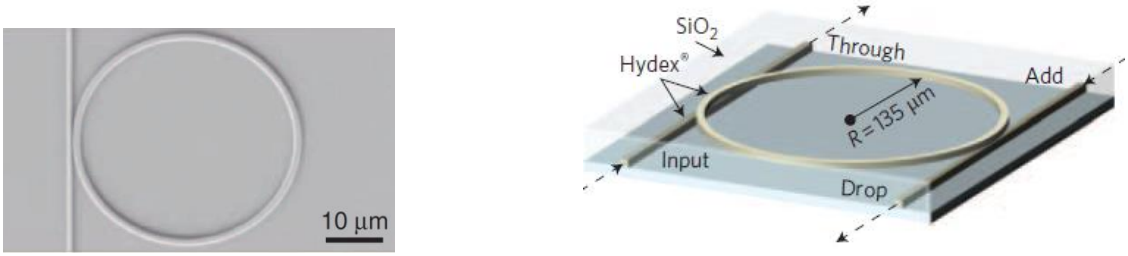
En espace libre, comme illustré en fig.4.1, les architectures de couplage démontrées utilisent soit une fibre étirée soit un prisme (ou une fibre biseautée) placé(e) à quelques centaines de nanomètres du résonateur et dont la position doit être contrôlée avec une précision de l'ordre de quelques nanomètres. L'avantage de ces configurations est la capacité de changer de taux de couplage par un déplacement relatif des deux éléments à l'aide de positionneurs piézo-électriques et donc d'offrir, pour un résonateur donné, la possibilité de faire des études paramétriques ou d'optimiser les performances. A contrario, ces arrangements sont mécaniquement très sensibles ce qui les rend peu souhaitables pour des applications embarquées.



(a) (b) (c)

Fig. 4.1: Méthodes de couplage d'optique classique (a) fibre étirée [1], (b) prisme [2], (c) fibre biseautée [3]

Les systèmes réalisés sur puce en optique guidée offrent une géométrie fixe qui exploite un guide placé latéralement ou verticalement à quelques centaines de nanomètres du résonateur (voir fig. 4.2). Bien qu'équivalentes d'un point de vue fonctionnel, ces deux géométries sont très différentes au niveau des procédés technologiques mis en œuvre. Les séquences des procédés typiques mis en jeu sont précisées en fig. 4.3. Le couplage latéral offre l'avantage de requérir moins d'étapes technologiques mais fait appel à des appareils de lithographie de plus grande résolution (électronique ou optique DUV par projection) pour atteindre les séparations demandées et à des gravures très anisotropes pour produire les flancs quasi-verticaux requis pour atteindre la largeur de séparation désirée avec précision. Pour le couplage vertical, la distance entre le guide et le résonateur est contrôlée par l'épaisseur de la couche d'espacement, un paramètre mieux maitrisé (grâce à un suivi interférométrique du dépôt ou de la gravure). Cette configuration nécessite toutefois deux étapes de lithographie avec un réalignement bien maîtrisé et une étape de planarisation souvent difficile. C'est cette dernière approche que nous avons privilégiée [4] pour les réalisations pratiques dans la mesure où elle est technologiquement moins critique mais aussi parce qu'elle donne la flexibilité d'utiliser des matériaux et des géométries de guides différents pour le résonateur et ses guides d'accès.



(a) (b)

Fig. 4.2: Méthodes de couplage d'optique guidée (a) couplage latéral [5], (b) couplage vertical [6]

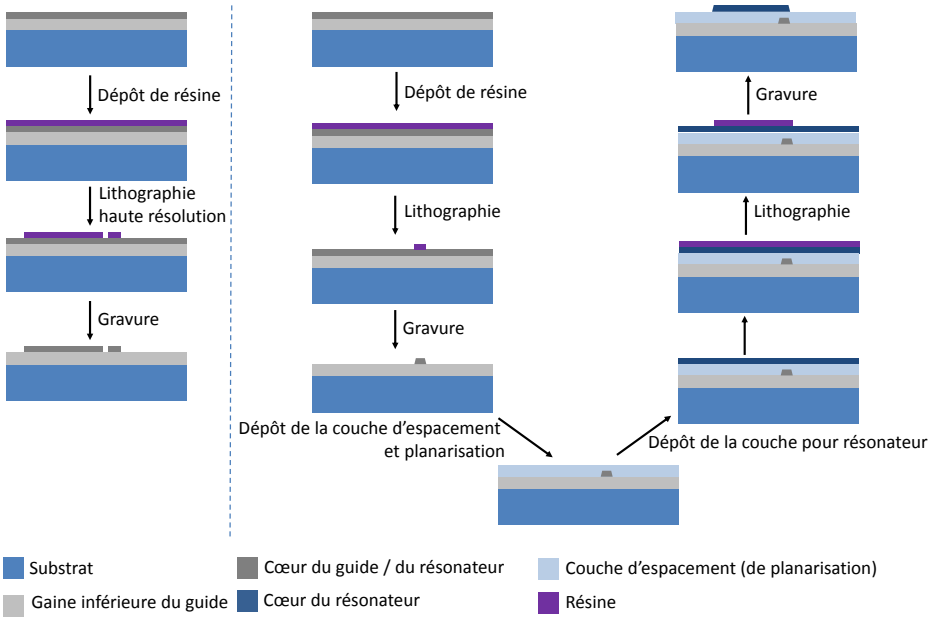


Fig. 4.3: Procédés de fabrication d'un système en optique intégrée avec couplage (a) latéral et (b) vertical

Le couplage peut également être effectué au moyen d'un réseau gravé dans la gaine située entre le résonateur et son guide d'accès. Cette approche est toutefois peu recommandée pour la génération de peignes étant donné que le réseau agit intrinsèquement comme un filtre dont la bande passante est limitée [7]. Si la majorité des réalisations pratiques ont jusqu'à présent utilisé des couplages évanescents, il est intéressant de signaler la démonstration récente d'une nouvelle architecture de couplage (voir fig. 4.4) utilisant un réseau directement gravé sur une partie de la périphérie d'un résonateur sphérique (par faisceau ionique focalisé – Focused Ion Beam) [8]. Cette approche élimine les contraintes de positionnement associées au couplage par évanescence au prix d'une réduction du facteur de qualité d'un ordre de grandeur (de 10^8 à 10^7) et d'une dispersion angulaire du spectre d'entrée et de sortie. Une implémentation en optique guidée pourrait être envisagée mais nécessiterait de recourir à des éléments de taille nanométrique et donc à des moyens technologiques avancés (lithographie électronique, etc).

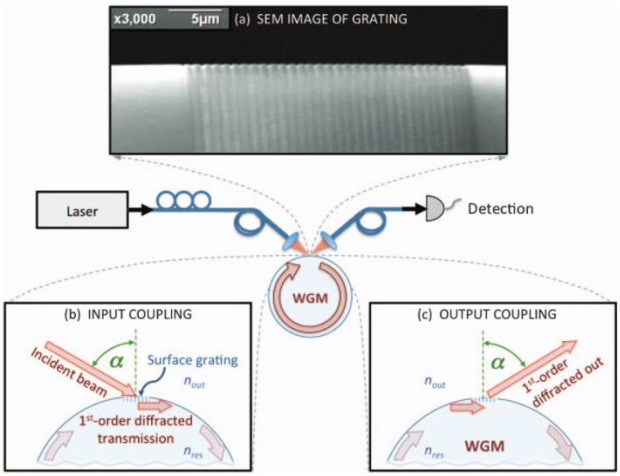


Fig. 4.4: Couplage par réseau dans un résonateur à modes de galerie sphérique [8]

4.3 Choix de la méthode de simulation des performances

La modélisation du couplage entre le résonateur et le guide d'accès est au centre de nos préoccupations pour la réalisation d'un peigne de fréquences entièrement intégré sur puce car les paramètres de couplage vont déterminer les conditions dans lesquelles il sera possible d'injecter dans le résonateur la puissance requise pour déclencher les processus de conversion non-linéaire permettant la génération du peigne, mais également les conditions d'extraction de ce peigne de la cavité résonnante. Nous considérons ici un résonateur (anneau, disque, hippodrome, …) couplé par évanescence à un ou plusieurs guides d'accès. Chacun de ces coupleurs est généralement analysé à la manière des multipôles en électricité, c'est-à-dire comme un système linéaire interconnectant des ports d'entrée et de sortie en nombre fini, comme présenté en figure 4.5. Ainsi, l'interaction de couplage peut être décrite sur la base du formalisme des matrices S [9] (« scattering matrices » en anglais) ou des matrices T (matrices de transfert) [10], [11]. Les matrices S, qui connectent les amplitudes sortantes aux amplitudes entrantes ne sont pas cascadables, tandis que les matrices T, qui connectent les amplitudes des champs co et contra-propagatifs à chaque extrémité du coupleur, le sont. Ces deux formalismes ont chacun leur utilité selon la géométrie du problème et l'étude détaillée de leurs particularités sera laissée au soin du lecteur. Les éléments de ces matrices représentent et quantifient l'interaction entre les champs dans la cavité et les guides d'accès dans les zones de couplage dont les dimensions sont définies par la configuration et la géométrie du problème. Les résonnances du système sont ensuite établies en connectant les ports du coupleur avec les portions courbées du résonateur afin d'établir la condition de rétroaction associée à la circulation du champ optique dans la cavité. Mathématiquement, pour un multipôle à N accès, ceci revient à résoudre un système linéaire de $N-p$ équations à $N-p$ inconnues où p est un nombre de paramètres fixé à la fois par un jeu de conditions aux limites sur les amplitudes incidentes à chaque accès, par la symétrie du système, et par les propriétés de la circulation dans la cavité (phase accumulée, pertes, etc …) .

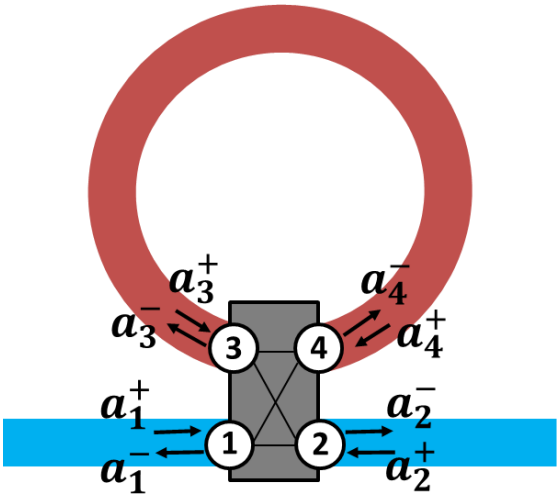


Fig. 4.5 : Schéma de principe d'un résonateur couplé à un seul guide. Le coupleur est représenté comme un octopôle (quatre accès). A chaque accès, les amplitudes des ondes entrantes sont notées a_i^+ et celles des ondes sortantes a_i^-.

Le problème peut ensuite être simplifié en considérant un coupleur sans pertes d'insertion ainsi qu'une propagation unidirectionnelle. Il est alors possible de modéliser le couplage entre un résonateur et un seul guide d'accès sous la forme de relations universelles dans le cas de guides monomodes transverses [12]. Nous nous placerons, dans la suite, dans le cadre de cette approximation qui consiste à négliger les ondes réfléchies aux entrées et sorties du coupleur. On notera que dans ce cas, les formalismes S et T se révèlent formellement identiques car tous les champs sortants sont d'un côté du coupleur et les champs entrants de l'autre. L'approximation de propagation unidirectionnelle est en

effet justifiée pour les grands résonateurs ($R \gg \lambda$) mais s'avérerait inexacte pour les cavités de petites dimensions ($R \sim \lambda$). Dans ce dernier cas, l'interaction entre le champ dans le guide d'accès et dans la cavité n'est pas adiabatique et le résonateur fonctionne en régime d'onde stationnaire. Ce problème n'est pas rencontré dans la présente étude qui concerne des bandes passantes et des cavités dont le rayon est toujours $R > 10\lambda$. Enfin, ll est à noter qu'une rupture de l'unidirectionnalité dans la propagation peut être due à la présence de défauts à la périphérie du résonateur (rugosité, impureté …) mais cet aspect ne sera pas considéré dans la suite. L'une des possibilités d'implémentation de ce modèle de couplage consiste à considérer les éléments des matrices comme des paramètres ajustables et indépendants des propriétés opto-géométriques du système [12]–[15]. Leur valeur peut être éventuellement déterminée par un « fit » des données expérimentales [15]. Cette approche est donc peu adaptée au dessin de composant. Du reste, il existe une autre approche basée sur des calculs *ab initio* pour déterminer les coefficients de couplage et peupler les matrices S ou T. Une telle approche consiste à évaluer les éléments de matrice à partir de la configuration du coupleur (ses paramètres géométriques, les propriétés des matériaux mis en jeu, etc…) et des lois fondamentales de l'électrodynamique classique permettant d'obtenir des informations sur l'évolution spatio-temporelle des champs dans le système (conservation de la puissance, théorème de réciprocité de Lorentz, calcul des constantes de propagation dans les guides mis en jeu, etc …)[10], [16]. Parce qu'elle fournit une meilleure compréhension de la physique du système et de l'interaction mutuelle des différents paramètres mis en jeu lors de la conception des composants, cette approche permet d'évaluer avec plus de précision les performances des micro-résonateurs couplés. Elle sera donc privilégiée dans la suite de ce travail, en vue de la réalisation d'une étude paramétrique du couplage vertical.

De plus, la configuration verticale permet une plus grande variété de paramètres ajustables et donc une flexibilité accrue dans le dessin du composant. Comme nous l'avons observé dans la partie précédente, dans le cas du couplage horizontal intégré, le guide d'accès et la cavité sont situés dans le même plan et sont donc, très souvent, constitués du même matériau. Ce n'est pas nécessairement le cas dans une géométrie de couplage vertical, qui permet d'utiliser des matériaux différents pour chaque élément constitutif du système ainsi que de varier leurs épaisseurs respectives indépendamment les uns des autres. Cette particularité, dont résulte une capacité accrue de façonner le spectre du désaccord de phase du coupleur, sera exploitée au chapitre 5. De plus, la géométrie verticale offre la possibilité technologique d'ajuster avec deux degrés de liberté les longueurs d'interaction mises en jeu via les décalages verticaux et horizontaux entre le guide d'accès et la cavité. En modifiant ainsi la « force » de l'interaction de couplage, l'ajustement de la position des deux éléments l'un par rapport à l'autre influence nettement les performances du système [9], [17], [18]. La modélisation du couplage vertical entre un résonateur et son guide d'accès diffère donc notablement du cas du couplage horizontal en raison du plus grand nombre de paramètres ajustables et de degrés de liberté que permet cette géométrie. Ce panel étendu, pour être exploitable, nécessite toutefois d'avoir recours à des méthodes et des outils de simulation adaptés. Afin de respecter notre cahier de charges, ceux-ci doivent :

- Permettre une évaluation *ab initio* des performances du coupleur en fonction des paramètres opto-géométriques de la structure afin d'ajuster l'interaction de couplage à un niveau propice à la génération de peignes de fréquences, c'est-à-dire permettant de maximiser la puissance intracavité dans le résonateur.

- Permettre d'explorer chacun de ces paramètres sur un domaine suffisamment large. L'étude de la génération d'un peigne de fréquences requière en particulier l'évaluation des propriétés spectrales de l'interaction de couplage sur une bande passante de l'ordre de l'octave.

- Etre adaptés aux capacités de mémoire et de calcul d'un ordinateur de bureau standard et produire des résultats en un temps raisonnable. Ils ne nécessiteront donc pas d'avoir recours à des architectures informatique dédiées au calcul haute performance.

Pour cette dernière raison, les méthodes numériques de type FDTD sont exclues pour l'analyse multiparamétrique de la structure tridimensionnelle du résonateur couplé verticalement. De telles études sont en effet très rares dans la littérature. A notre connaissance il n'en existe qu'une seule dont les résultats permettraient de peupler les matrices S ou T du système à couplage vertical sur une large bande spectrale [19], de l'ordre de 750 nm en longueur d'onde comme indiqué sur la figure 4.6. Cette étude présentait néanmoins en 2003 l'inconvénient rédhibitoire d'exiger un traitement massivement parallèle à mémoire partagée au moyen d'un supercalculateur Cray T3E à 125 processeurs. De nos jours, le recours à de telles architectures de calcul reste exceptionnel et leur accès limité (par exemple, à Toulouse, centre de calcul Calmip). Bien qu'elles permettent de résoudre les équations de Maxwell de manière directe [20], les méthodes numériques tridimensionnelles de type FDTD sont donc peu souhaitables pour le dessin et l'évaluation large bande des performances de micro-résonateurs multicouches couplés verticalement.

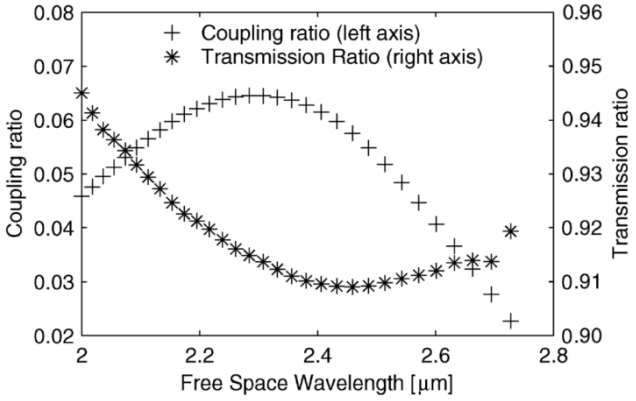


Fig. 4.6 : Résultats de calculs FDTD large bande de l'efficacité de transmission et de couplage pour un résonateur en hippodrome couplé verticalement à son guide d'accès. [19]

En contrepartie, il existe d'autres moyens pour modéliser le couplage vertical. Citons par exemple la méthode du développement modal (parfois appelée « mode matching method » ou, « field matching method » en anglais, « MMM » ou « FMM ») mise en œuvre en 2008 [21] pour la simulation de l'interaction de couplage entre deux guides d'ondes identiques, parallèles et entourés d'un milieu uniforme et isotrope, mais situés sur des plans horizontaux différents. Avec cette méthode, on s'intéresse au champ total de la structure multi-cœur (également appelé super-mode), qui est solution des équations de Maxwell. Celui-ci est exprimé comme une combinaison linéaire de modes transverses co- et contra-propagatifs, guidés et radiatifs, présents dans la structure. En se basant sur la linéarité de l'électromagnétisme, la FMM fournit donc théoriquement des solutions exactes aux équations de Maxwell. En pratique, le nombre fini de modes utilisé dans la somme détermine la validité de l'approximation ainsi effectuée. Les routines de calcul doivent, pour proposer des résultats suffisamment fidèles, prendre en compte un nombre de modes important, de l'ordre de la centaine, augmentant à mesure que la structure se complexifie. Nous utiliserons ici une méthode centrée sur la définition d'un ensemble de guides individuels destinés à décrire la structure totale. Il s'agit de la théorie des modes couplés (« coupled-mode theory » en anglais ou « CMT ») qui est une méthode analytique perturbative exploitant également la linéarité des équations de Maxwell. La CMT se base sur le calcul des champs solutions des équations de Maxwell dans chaque guide d'onde constitutif. Dans cette approche, les modes soutenus par l'un des guides individuels sont considérés comme perturbés par la présence des autres et c'est cette perturbation qui est à l'origine du phénomène de couplage et d'échange de puissance optique entre les différents modes guidés [22].

La CMT présente plusieurs avantages importants :

- Elle décrit la physique du système sur la base de coefficients de couplage entre modes individuels. Cette méthode permet ainsi d'avoir directement accès aux amplitudes et phases locales des modes guidés individuels plutôt qu'aux super-modes et ce quel que soit le nombre de modes supportés par la structure.

- Les coefficients de couplage sont des fonctions explicites des paramètres opto-géométriques du coupleur et permettent donc d'analyser le système en donnant une vision claire de la physique sous-jacente. Ces coefficients de couplage apparaissent naturellement dans les équations de la CMT et permettent de peupler facilement les matrices S ou T du système. La CMT est donc particulièrement adaptée à une approche *ab initio* pour le dessin de composant.

- Elle bénéficie d'une grande rapidité de calcul. En effet, à la différence des méthodes entièrement numériques, son implémentation ne nécessite pas de discrétisation spatiale sub-longueur d'onde dans la direction de propagation. Elle ne nécessite pas non plus la recherche numérique de très nombreux modes transverses pour produire des solutions acceptables, comme c'est le cas avec la FMM.

- Les solutions qu'elle fournit, bien que n'étant pas rigoureusement exactes car dépendant de la définition des guides individuels mis en jeu (comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre) sont suffisamment précises [9], [22], [23]. Elles peuvent éventuellement constituer un point de départ pour la validation du dessin d'un composant par des méthodes plus rigoureuses.

Pour ces raisons, nous pouvons raisonnablement estimer que la CMT est l'outil le plus efficace et le plus adapté à la modélisation du couplage vertical entre un résonateur et son guide d'accès présentant un (des) coupleur(s) asymétrique(s), multicouche(s), multimode(s) et désaccordé(s) en phase. Il n'existe cependant à ce jour qu'un nombre restreint d'études concernant la modélisation du couplage vertical via la CMT [8], [16], [17] dont les résultats permettraient une étude large bande des performances du système.

Chronologiquement, l'équipe de M. Hammer et.al. de l'Universite de Twente (Pays-Bas), est la première à proposer une solution à ce problème [9]. Ils implémentent la CMT de manière tridimensionnelle sur la base de champs entièrement vectoriels obtenus à l'aide d'un solveur de modes semi-analytique. Ceci leur permet de réaliser une étude paramétrique fiable et détaillée du couplage vertical entre un nombre arbitraire de guides droits et de portions courbées de résonateurs (multimodes ou non). Cette approche très complète et systématique nécessite la mise en œuvre de méthodes numériques de résolution d'équations différentielles couplées. Notons que les résultats présentés dans cette étude sont limités en bande passante : ils sont en effet concentrés sur l'analyse de spectres de transmission autour de 1550 nm et présentent l'examen de groupes de raies de résonnances séparées d'un seul intervalle spectral libre, soit une bande d'étude de l'ordre de 5nm (voir figure 4.7). Nous supposons néanmoins que pour un nombre de points de calcul équivalent, une étude large bande des enveloppes de ces spectres leur serait accessible en prenant un point de calcul à chaque ISL pour un mode donné.

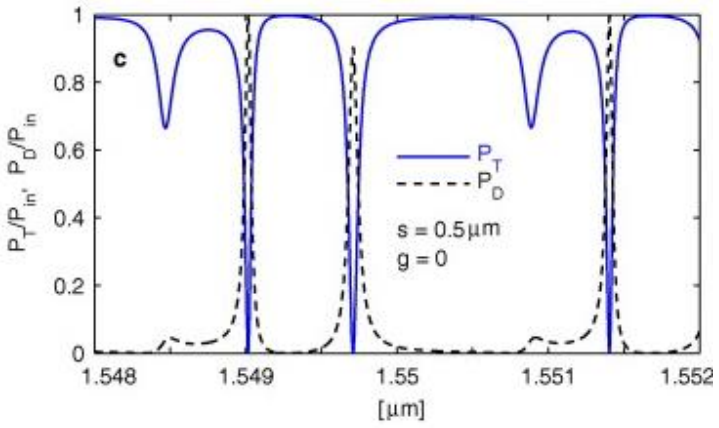


Fig. 4.7 : Résultats de calculs CMT des fonctions de transfert d'un système « add-drop » pour différentes valeurs des paramètres de séparation verticale *s* et latérale *g* entre les guides et la cavité. [9]

En 2010, l'équipe de P. Viktorovitch et. al. (Ecole Centrale Lyon, France) propose une implémentation de la CMT pour modéliser le couplage vertical entre un micro-disque et son guide d'accès [17]. Leur approche est basée sur l'approximation suivante : dans cette configuration, les champs individuels peuvent être efficacement représentés uniquement par leur profil transverse vertical. Ainsi, la zone d'interaction entre le disque et le guide, caractérisée par la longueur de recouvrement entre les deux éléments, est modélisée comme un coupleur co-directionnel constitué de deux guides slabs monomodes parallèles. Les effets du décalage latéral entre les deux éléments sont ensuite pris en compte à travers la variation de longueur d'interaction et la différence de phase engendrées par le déplacement du guide dans le plan horizontal. Ce modèle entièrement analytique permet une étude paramétrique des performances du système et, une fois comparé à la FDTD, démontre une fiabilité acceptable en tant qu'outil de dessin de composant.

En 2013, l'équipe de Pavesi et. al (Université de Trente, Italie), entérine l'utilisation du modèle CMT de type slab vertical monodimensionnel et monomode au moyen d'arguments géométriques [18]. Ils montrent que dans le cas du couplage vertical, la distance entre le résonateur et le guide d'accès reste constante sur une large zone dont la longueur est comparable à la longueur typique d'échange de puissance dans un coupleur directionnel. Ceci leur permet alors de modéliser analytiquement la fonction de transfert du système en utilisant les relations universelles décrites par Yariv [12]. Leur étude paramétrique montre ensuite que ce modèle, tout en présentant un bon accord avec les données expérimentales, permet de saisir l'une des caractéristiques fondamentales du couplage vertical d'un micro disque : dans ce cas, à la différence de la configuration horizontale, l'échange de puissance est caractérisé par un comportement oscillant en fonction de la distance de séparation [16]. En décembre 2016, la même équipe étend ce modèle en implémentant la dépendance en longueur d'onde des coefficients de couplage [24], résultats que nous avons également obtenus à la même période dans le cadre de notre étude multiparamétrique prenant en compte l'influence spectrale de la longueur du coupleur sur la fonction de transfert de la cavité couplée [25].

Ce modèle est donc à la fois efficace et de mise en œuvre abordable car il repose sur l'évaluation des constantes de propagation et des modes de guides « slabs ». Or il s'agit là d'un problème classique et simple à résoudre, qui peut être traité à l'aide de routines de calcul standard (voir chapitre 2). L'approximation monodimensionnelle et monomode constitue donc un point de départ adéquat que nous utiliserons dans la suite pour réaliser une étude paramétrique large bande du couplage vertical.

Il apparaît d'une part que cet outil se démarque par son efficacité et sa simplicité, mais également qu'aucune des autres approches présentées ci-dessus ne soit spécifiquement concentrée sur la problématique de l'optimisation du dessin du coupleur en vue de la génération de peignes de

fréquences. Pour être réalisée au moyen du modèle CMT monodimensionnel et monomode, notre étude sera concentrée sur deux points principaux :

- Définition des tendances à suivre pour dessiner une structure couplée verticalement qui puisse maximiser la puissance intracavité du résonateur sur une bande passante la plus large possible. Le transfert de puissance optique dans le coupleur ainsi optimisé serait alors propice à la génération de peignes de fréquences.

- Possibilité d'étendre l'approximation monodimensionnelle et monomode du couplage vertical au cas multimode, permettant la simulation des performances du système sur une bande passante plus étendue.[26]

4.4 Théorie des modes couplés (CMT)

4.4.1 Eléments de formalisme mathématique

La théorie des modes couplés (CMT), repose sur l'approximation selon laquelle, le champ total$(\widetilde{\boldsymbol{E}}(x,y,z),\widetilde{\boldsymbol{H}}(x,y,z))$ de la structure complète comprenant les deux cœurs (guide d'accès et résonateur) peut être linéairement décomposé sur la base des modes propres de chaque guide constitutif pris isolément [9], [10], [27]. Physiquement, cela revient à moduler chacun des modes propres $\widetilde{\boldsymbol{E}}_m(x,y,z)$ (constitués du produit de leur profil stationnaire transverse $\boldsymbol{E}_m(x,y)$ par le propagateur de type onde plane selon z) de ces guides par une amplitude $A_m(z)$ variable selon la direction de propagation z.

$$\begin{cases}\widetilde{\boldsymbol{E}}(x,y,z)=\sum_m A_m(z)\widetilde{\boldsymbol{E}}_m(x,y,z)\\ \widetilde{\boldsymbol{H}}(x,y,z)=\sum_m A_m(z)\widetilde{\boldsymbol{H}}_m(x,y,z)\end{cases} \tag{4.1}$$

où

$$\begin{cases}\widetilde{\boldsymbol{E}}_m(x,y,z)=\boldsymbol{E}_m(x,y)e^{-i\beta_m z}\\ \widetilde{\boldsymbol{H}}_m(x,y,z)=\boldsymbol{H}_m(x,y)e^{-i\beta_m z}\end{cases} \tag{4.2}$$

Il existe plusieurs manières d'établir l'équation d'évolution des amplitudes $A_m(z)$, parmi lesquelles figurent la méthode variationnelle [23] ou encore le théorème de réciprocité de Lorentz [9], [23], [27]. Cette seconde méthode découle directement des équations de Maxwell [16]. Au moyen de quelques identités d'analyse vectorielle, elle formule l'égalité suivante pour un couple de champs $(\boldsymbol{E}_p,\boldsymbol{H}_p)$ et $(\boldsymbol{E}_q,\boldsymbol{H}_q)$ solutions des équations de Maxwell dans des structures dont les distributions de permittivité ε_p et $\varepsilon_q$sont réelles [9] :

$$\nabla\cdot\left(\boldsymbol{E}_p\times\boldsymbol{H}_q^*+\boldsymbol{E}_q^*\times\boldsymbol{H}_p\right)=-i\omega\varepsilon_0\left(\varepsilon_p-\varepsilon_q\right)\boldsymbol{E}_p\cdot\boldsymbol{E}_q^* \tag{4.3}$$

En raison de la linéarité des équations de Maxwell, cette égalité peut être appliquée au couple constitué d'une part du champ total $(\widetilde{\boldsymbol{E}}(x,y,z),\widetilde{\boldsymbol{H}}(x,y,z))$ et de la décomposition de permittivité globale ε et d'autre part des modes propres de la base de décomposition $(\widetilde{\boldsymbol{E}}_m(x,y,z),\widetilde{\boldsymbol{H}}_m(x,y,z))$ et de la distribution de permittivité individuelle ε_m qui leur est associée. Une fois les champs mis en jeu normalisés par la puissance

$$P_k=\iint\frac{1}{2}(\boldsymbol{E_k}\times\boldsymbol{H_k}^*).\boldsymbol{u}_z dxdy \tag{4.4}$$

l'égalité issue du théorème de réciprocité est intégrée sur la section transverse de la structure pour aboutir, après quelques manipulations algébriques [9], à l'équation d'évolution des amplitudes $A_m(z)$:

$$\sum_m \frac{dA_m}{dz} \iint \boldsymbol{e}_z . \left(\widetilde{\boldsymbol{E}}_m \times \widetilde{\boldsymbol{H}}_k^* + \widetilde{\boldsymbol{E}}_k^* \times \widetilde{\boldsymbol{H}}_m\right) dxdy = - i\omega\varepsilon_0 \sum_m A_m \iint (\varepsilon - \varepsilon_m)\, \widetilde{\boldsymbol{E}}_m \cdot \widetilde{\boldsymbol{E}}_k^* dxdy \tag{4.5}$$

Il s'agit d'un système d'équations différentielles couplées que l'on peut mettre sous forme matricielle en combinant les amplitudes A_m en un seul vecteur $\bar{A}$:

$$\bar{\bar{P}} \frac{d\bar{A}}{dz} = \bar{\bar{K}} \bar{A} \tag{4.6}$$

Les éléments des matrices $\bar{\bar{P}}$ (matrice de puissance) et $\bar{\bar{K}}$ (matrice de couplage) sont donnés respectivement par les intégrales dans le membre de gauche et de droite de l'équation (4.5) et quantifient les différents processus issus du recouvrement des champs.

- Matrice $\bar{\bar{P}}$

Tout d'abord, lorsque *k*=*m* on a

$$\iint \boldsymbol{e}_z . (\boldsymbol{E}_m \times \boldsymbol{H}_m^* + \boldsymbol{E}_m^* \times \boldsymbol{H}_m) dxdy = c_{mm} = 4P_m = 1. \tag{4.7}$$

Ces termes diagonaux représentent la puissance optique normalisée, transportée par le mode propre m. Les termes non-diagonaux de la matrice de puissance sont les coefficients de « butt-coupling » :

$$c_{km} = \iint \boldsymbol{e}_z . (\boldsymbol{E}_m \times \boldsymbol{H}_k^* + \boldsymbol{E}_k^* \times \boldsymbol{H}_m) dxdy \tag{4.8}$$

- Matrice $\bar{\bar{K}}$

Lorsque *k*=*m*

$$\kappa_{mm} = \omega\varepsilon_0 \iint (\varepsilon - \varepsilon_m)\, \boldsymbol{E}_m \cdot \boldsymbol{E}_m^* dxdy \tag{4.10}$$

Ces termes diagonaux représentent le couplage évanescent au second ordre, également appelé terme « d'auto-couplage » du mode *m* avec lui-même.
Les termes non-diagonaux

$$\kappa_{km} = \omega\varepsilon_0 \iint (\varepsilon - \varepsilon_m)\, \boldsymbol{E}_m \cdot \boldsymbol{E}_k^* dxdy \tag{4.9}$$

représentent le couplage évanescent au premier ordre, du mode *m* vers le mode *k*.

4.4.2 Interprétation physique des coefficients de couplage

Détaillons l'interprétation physique de ces termes. Dans la description qui suit, nous adoptons une approche géométrique heuristique de leur signification. Par souci de clarté, nous supposerons tout d'abord que *M* et *K* désignent deux guides monomodes (dont les modes sont désignés respectivement par *m* et *k*), de sorte que les modes mis en jeu dans les intégrales de recouvrement soient toujours de même parité. De cette manière, nous éliminons la possibilité d'une annulation de ces termes due à des parités opposées des fonctions d'onde. Nous prenons le parti de simplifier notre propos en considérant dans un premier temps des bases de décomposition constituées d'un seul vecteur propre, ce qui nous permet d'identifier l'indice *m* ou *k* du mode considéré à la composante principale de l'unique mode s'y propageant. La généralisation des explications qui suivent au cas multimode est directe.

- Coefficients de butt-coupling c_{km}

Ils sont sans unité et représentent l'efficacité qu'aurait un champ se propageant dans un guide d'onde *M* muni d'une base de modes propres $(\boldsymbol{E}_m(x,y), \boldsymbol{H}_m(x,y))$ à exciter un champ se propageant dans un autre guide *K* caractérisé par sa base de modes propres $(\boldsymbol{E}_k(x,y), \boldsymbol{H}_k(x,y))$, si la facette d'entrée du guide *K* était placée dans le plan transverse correspondant à la facette de sortie du guide *M* de longueur finie (voir figure 4.13).

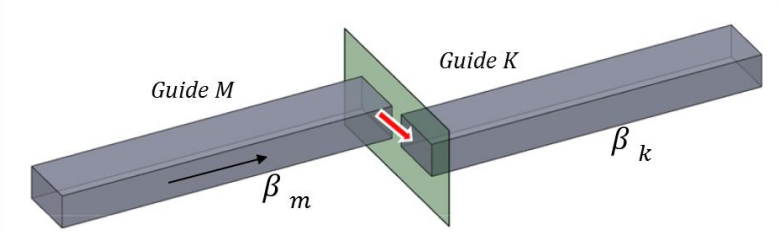


Fig. 4.8 : Schéma représentant l'interaction de « butt-coupling » entre deux guides [28].

Dans le cas d'un coupleur constitué de deux guides adjacents, les guides *M* et *K* ne sont pas mis bout-à-bout. On peut donc se représenter le butt-coupling comme l'efficacité d'excitation des modes à travers une facette mobile se déplaçant le long de la direction de propagation z. Plus les guides *M* et *K* sont similaires dans leurs propriétés opto-géométriques, plus leurs bases de vecteurs propres se « ressemblent ». D'un point de vue géométrique cela consiste à dire que l'angle entre deux vecteurs propres $\boldsymbol{E}_m(x,y)$et $\boldsymbol{E}_k(x,y)$ ou $\boldsymbol{H}_m(x,y)$et $\boldsymbol{H}_k(x,y)$ est d'autant plus faible. Dans l'expression du butt-coupling, pour un état de polarisation fixé (TE, TM, quasi-TE, quasi-TM) cela revient à avoir $\boldsymbol{E}_m$et $\boldsymbol{H}_k^*$ (et $\boldsymbol{E}_k^*$ et $\boldsymbol{H}_m$) d'autant plus proches de l'orthogonalité, amenant la valeur de ce coefficient de plus en plus proche de 1 en raison du produit vectoriel qui le compose. La limite $c_{kk} = 1$ est atteinte lorsqu'un guide *K* est placé bout à bout et aligné avec un autre guide *K* identique au premier, produisant ainsi un recouvrement de champs parfait. Dans ce cas, il s'agit alors de la puissance optique normalisée transportée par le mode propre du guide *K*, c'est-à-dire, $4P_k = 1$. Considérons le cas-limite réciproque dans lequel les deux guides mis en jeu sont si différents l'un de l'autre que leurs bases de vecteurs propres sont orthogonales entre elles (i.e. $\boldsymbol{E}_m$et $\boldsymbol{H}_k^*$ ainsi que $\boldsymbol{E}_k^*$ et $\boldsymbol{H}_m$ sont colinéaires). La valeur du coefficient, c_{km}tombe alors à zéro car un champ solution des équations de Maxwell dans le guide *K* (i.e. possiblement combinaison linéaire des modes propres de *K* dans le cas multimode) ne pourrait exciter aucun champ solution des équations de Maxwell dans le guide *M* (i.e. possiblement combinaison linéaire des modes propres de *M* dans le cas multimode). La puissance optique ne peut alors être transférée d'un guide à l'autre. Remarquons enfin que, dans le régime de faible couplage, lorsque les deux guides sont suffisamment séparés l'un de l'autre (en termes de distance effective prenant en compte la longueur physique de séparation mais aussi le facteur de confinement des modes mis en jeu, décroissant avec la longueur d'onde), la partie évanescente du champ électromagnétique issu du guide *M*, décroissant exponentiellement dans la gaine intermédiaire, pénètre dans le cœur du guide k avec une amplitude ne permettant qu'une faible excitation des modes propres de ce dernier. Dans ce cas seulement, c_{km} peut être négligé. Ce ne sera pas le cas lors de notre étude large bande, où l'interaction de couplage augmente avec la longueur d'onde. Remarquons enfin que, d'après l'équation (4.8) $c_{km} = c_{mk}^*$.

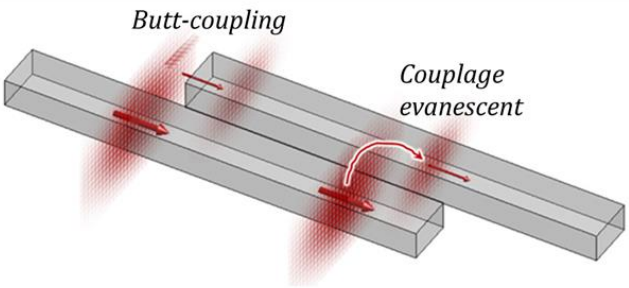


Fig. 4.9 : Schéma représentant la différence entre les termes de butt-coupling et de couplage évanescent [28].

- Coefficients de couplage mutuel κ_{km} (en m^{-1})

Dans le cas d'un coupleur constitué de deux guides adjacents *K* et *M*, ce paramètre quantifie le taux de transfert de champ optique du guide *M* vers le guide *K* dû au recouvrement entre le champ évanescent issu du guide *M* et le champ dans le cœur du guide *K*. Pour une longueur d'onde fixée, κ_{km} est maximal lorsque l'amplitude de la projection de $\boldsymbol{E}_k^*$ sur $\boldsymbol{E}_m$ est maximale, c'est-à-dire lorsque les deux bases de modes propres se « ressemblent » le plus. La valeur de κ_{km} dépend donc du recouvrement des champs issus des guides *K* et *M* dans la zone d'intégration spécifiée par la distribution $(\varepsilon - \varepsilon_m)$ et augmente à mesure que le facteur de confinement de chacun des modes couplés diminue, c'est-à-dire lorsque la distance de séparation effective entre les guide est réduite. Nous voyons qu'en raison du produit scalaire qui le compose, le coefficient, κ_{km}tombe à zéro lorsqu'un champ solution des équations de Maxwell dans le guide *M* (i.e. possiblement combinaison linéaire des modes propres de *M*) ne peut être projeté sur la base de vecteurs propres du guide *K*. La puissance optique ne peut alors être transférée d'un guide à l'autre.

- Coefficients d'auto-couplage κ_{mm} (en m^{-1})

Il quantifie la modification de constante de propagation du mode du guide *M* induite par la présence du guide *K*. Ce terme est dit de second-ordre car il traduit le couplage évanescent du champ du guide *M* vers le guide *K*, qui se couple à nouveau dans guide *M*. Le coefficient d'auto-couplage est maximal en régime de couplage fort, lorsque les deux guides sont très proches les uns des autres. On notera que, d'après l'équation (4.10) $\kappa_{mm} = \kappa_{mm}^*$.

4.4.3 Application au cas d'un coupleur directionnel monomode.

Dans le cas d'un coupleur constitué de deux guides monomodes, représenté sur la figure 4.10 (par exemple un guide d'accès et le guide constitutif d'une cavité résonante), les solutions aux équations de Maxwell s'expriment comme :

$$\begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{E}} = A_1(z)\widetilde{\boldsymbol{E}}_1 + A_2(z)\widetilde{\boldsymbol{E}}_2 \\ \widetilde{\boldsymbol{H}} = A_1(z)\widetilde{\boldsymbol{H}}_1 + A_2(z)\widetilde{\boldsymbol{H}}_2 \end{cases} \tag{4.11}$$

En appliquant l'équation d'évolution (4.5) à la structure totale, on obtient le système d'équations différentielles couplées suivant :

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} + c_{12}\frac{dA_2}{dz}e^{-i(\beta_2-\beta_1)z} + i\kappa_{11}A_1 + i\kappa_{12}A_2e^{-i(\beta_2-\beta_1)z} = 0 \\ \frac{dA_2}{dz} + c_{21}\frac{dA_1}{dz}e^{+i(\beta_2-\beta_1)z} + i\kappa_{22}A_2 + i\kappa_{21}A_1e^{+i(\beta_2-\beta_1)z} = 0 \end{cases} \tag{4.12}$$

La conservation de la puissance dans le coupleur directionnel permet d'établir une identité importante qui relie les différents termes de couplage entre eux. La puissance optique totale dans les deux guides s'exprime comme

$$P = \frac{1}{2}\iint \boldsymbol{e}_z . (\widetilde{\boldsymbol{E}} \times \widetilde{\boldsymbol{H}}^*) dxdy \tag{4.13}$$

Pour des guides sans pertes, celle-ci doit rester constante lors de la propagation, de sorte que :

$$\frac{dP}{dz} = 0 \tag{4.14}$$

Une fois développée, cette équation est satisfaite indépendamment de *z* si [10], [22], [29]:

$$\kappa_{21} = \kappa_{12}^* + (\beta_2 - \beta_1)c_{12}^* \tag{4.15}$$

Cette égalité permet de rendre compte du fait que dans un coupleur asymétrique (constitué de guides dont les dimensions et/ou les distributions d'indices diffèrent, de sorte qu'ils soient désaccordés en phase $\hat{\delta} \neq 0$) l'interaction de couplage n'est pas réciproque car le taux de transfert du guide 1 vers le

guide 2 (κ_{21}) n'est pas égal au complexe conjugué de celui du guide 2 vers le guide 1 (κ_{12}). Nous voyons en revanche que $\kappa_{21} = \kappa_{12}^*$ lorsque les deux guides sont accordés en phase ou que le terme de butt-coupling est négligeable.
Moyennant quelques transformations algébriques (détaillées dans [10], [26], [27], [29]) le système d'équations (4.12) peut être réécrit sous une forme réduite :

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} = -i\kappa_a A_2 e^{-i2\delta z} + i\alpha_a A_1 \\ \frac{dA_2}{dz} = -i\kappa_b A_1 e^{i2\delta z} + i\alpha_b A_2 \end{cases} \tag{4.16}$$

Où

$$\delta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \tag{4.17}$$

Représente la différence de constantes de propagation entre les deux guides isolés (non perturbés).

$$\kappa_a = \frac{\kappa_{12} - c_{12}\kappa_{22}}{1 - |c_{12}|^2} \tag{4.18a}$$

$$\kappa_b = \frac{\kappa_{21} - c_{12}^*\kappa_{11}}{1 - |c_{12}|^2} \tag{4.18b}$$

$$\alpha_a = \frac{\kappa_{12}c_{12} - \kappa_{11}}{1 - |c_{12}|^2} \tag{4.18c}$$

$$\alpha_b = \frac{\kappa_{12}c_{12}^* - \kappa_{22}}{1 - |c_{12}|^2} \tag{4.18d}$$

Sont les expressions réduites des intégrales de recouvrement (s'exprimant là encore en m^{-1}) lorsque la CMT est implémentée dans sa formulation complète prenant en compte les termes d'auto-couplage et de butt-coupling habituellement négligés en régime de couplage faible. On obtient alors les $\alpha_{a,b}$ qui sont les termes de second ordre permettent d'évaluer le décalage spectral de la résonance dû à la présence du guide d'accès. Une fois résolu, le système (4.16) est mis sous forme matricielle, permettant ainsi de relier entre elles les amplitudes des champs aux entrées et sorties du coupleur de longueur *L* [10]:

$$\begin{pmatrix} A_1(L) \\ A_2(L) \end{pmatrix} = M_{CMT} \begin{pmatrix} A_1(0) \\ A_2(0) \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

La matrice M_{CMT} s'exprime comme :

$$M_{CMT} = \begin{pmatrix} [\cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} & -i\frac{\kappa_a}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} \\ -i\frac{\kappa_b}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} & [\cos(\Gamma L) - i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

Où

$$\Gamma = \sqrt{\kappa_a\kappa_b + \hat{\delta}^2} \tag{4.21}$$

Et

$$\hat{\delta} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} + \frac{\alpha_a - \alpha_b}{2} \tag{4.22}$$

Représente la différence de constantes de propagation effectives entre les deux guides perturbés, prenant en compte les corrections aux constantes de propagation des guides isolés ($\alpha_{a,b}$), induites par l'interaction de couplage.

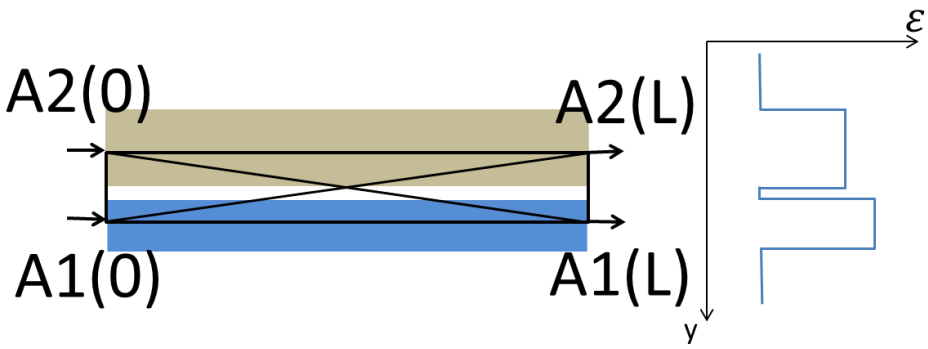


Fig. 4.10 : Schéma d'un coupleur directionnel asymétrique et sa distribution de permittivité.

Nous nous placerons à présent dans le cas où le champ incident est localisé uniquement dans le guide d'accès 1, de sorte que $A_2(0) = 0$. L'évolution de la puissance optique (P_a dans le guide 1 et P_b dans le guide 2) dans la direction de propagation s'exprime alors comme :

$$P_a(L) = \frac{|A_1(L)|^2}{|A_1(0)|^2} = 1 - Fsin^2(\Gamma L) \tag{4.23}$$

$$P_b(L) = \frac{|A_2(L)|^2}{|A_1(0)|^2} = Fsin^2(\Gamma L) \tag{4.24}$$

Il y a donc un échange de puissance périodique (de vecteur d'onde Γ) entre les deux guides constitutifs du coupleur, le long de la distance de couplage. Cette oscillation est caractérisée par son amplitude F et sa période L_π où F représente l'efficacité de couplage, c'est-à-dire la fraction maximale de puissance qu'il sera possible de transférer d'un guide vers l'autre.

$$F = \frac{\kappa_a \kappa_b}{\Gamma^2} = \frac{1}{1 + \hat{\delta}^2/\kappa_a \kappa_b} \tag{4.25}$$

Et L_π est la longueur caractéristique du coupleur, période d'oscillation de la puissance optique dans le coupleur, de sorte que le transfert de puissance maximal ait lieu à chaque multiple impair de la demi-longueur caractéristique $L_{\pi/2} = \frac{1}{2} L_\pi$. On note :

$$L_\pi = \frac{\pi}{\Gamma} \tag{4.26}$$

Ce comportement est représenté sur la figure 4.11, qui illustre l'évolution de P_a et P_b en fonction de la longueur L du coupleur pour deux configurations différentes. La première (courbes noires) correspond à deux guides identiques (i.e. accordés en phase). Dans ce cas, $\hat{\delta} = 0$ et $F = 1$. Toute la puissance optique est alors transférée d'un guide vers l'autre après une demi-période spatiale $L_{\pi/2}$. La seconde configuration (courbes rouges) correspond à deux guides différents (i.e. désaccordés en phase). Dans ce cas, $\hat{\delta} \neq 0$ et $F < 1$ (ici $F = 0{,}2$). La puissance optique ne peut être entièrement transférée d'un guide vers l'autre (seulement 20% de la puissance sera transférée après une distance égale à $L_{\pi/2}$)

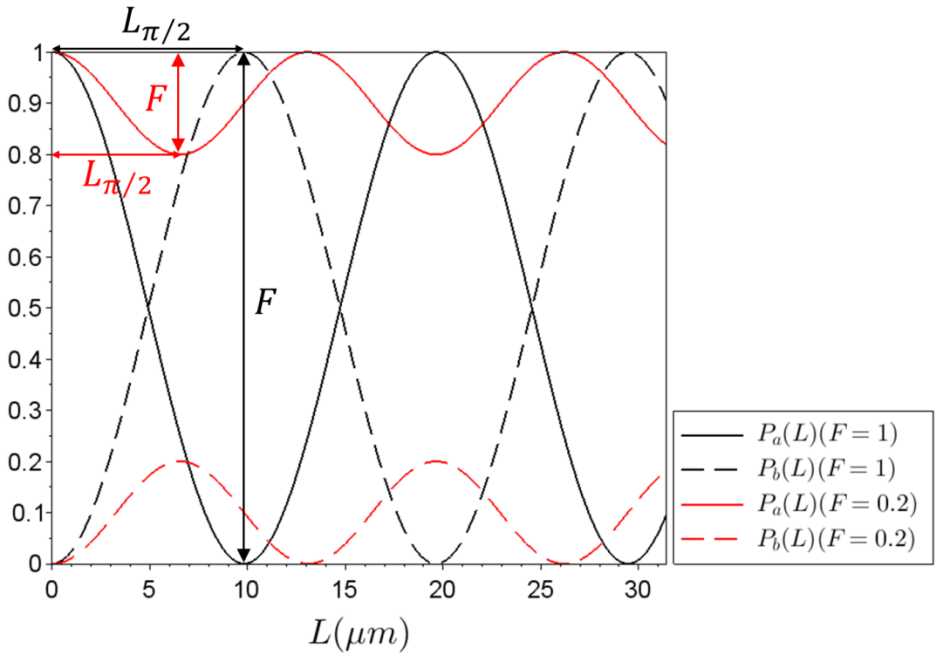


Fig. 4.11 : Evolution de la puissance optique (injectée initialement dans le guide a) dans un coupleur (constitué de deux guides a et b) symétrique ou accordé en phase (courbes noires) pour lequel *F=1* et asymétrique ou désaccordé en phase (courbes rouges) pour lequel *F =0,2*.

Généralement, la matrice M_{CMT} s'exprime sous la forme suivante :

$$M_{CMT} = \begin{pmatrix} t_1 & \xi_1 \\ \xi_2 & t_2 \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

Avec

$$t_1 = te^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} \tag{4.28a}$$

$$t_2 = t^* e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} \tag{4.28b}$$

$$t = [cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}sin(\Gamma L)] = |t|e^{-i\varphi_t} \tag{4.28c}$$

$$\xi_1 = -i\frac{\kappa_a}{\Gamma}sin(\Gamma L)e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} \tag{4.28d}$$

$$\xi_2 = -i\frac{\kappa_b}{\Gamma}sin(\Gamma L)e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} \tag{4.28e}$$

Où t_1, t_2, ξ_1, ξ_2 sont des termes sans dimension exprimant le fait que dans un coupleur asymétrique l'interaction de couplage n'est pas réciproque. Ceci n'empêche pas la matrice M_{CMT} d'être unitaire (c'est-à-dire que son déterminant est de module 1 et que la puissance est conservée dans le coupleur). Nous invitons le lecteur à remarquer que dans le cas d'un coupleur symétrique $t_1 = t$ et $t_2 = t^*$, de même que $\xi_1 = \xi$ et $\xi_2 = -\xi^*$(étant donné que dans ce cas $\kappa_{21} = \kappa_{12}^*$) et on retrouve alors la relation $|t|^2 + |\xi|^2 = 1$ [12].

4.4.3.1 *Introduction aux supermodes*

Nous avons vu que la longueur caractéristique L_π du coupleur pouvait être calculée par la théorie des modes couplés une fois les paramètres $\hat{\delta}$, κ_a et κ_b déterminés. Mais il existe une autre méthode pour déterminer cette longueur de battement. Comme dans le cas de l'expansion modale définie précédemment, celle-ci consiste à calculer les supermodes, c'est-à-dire les modes propres de la structure totale du coupleur, dont un exemple est donné sur la figure 4.12(b), où sont représentés

schématiquement les deux supermodes guidés par les 5 couches constituant le coupleur. Des supermodes rayonnants (sous la limite de guidage) peuvent aussi exister dans la structure, c'est pourquoi cette approche correspond à l'utilisation de la FMM (expansion modale) avec une base adéquatement tronquée (voir figure 4.14). Le transfert périodique de puissance dans un coupleur directionnel peut alors être vu comme le résultat des interférences entre les différents supermodes pairs et impairs (resp. courbes noire et en pointillés sur la fig. 4.12(b)) [10]. Etant donné que les supermodes sont les modes propres de l'empilement 5 couches, ils constituent une base pour décrire le champ total dans le coupleur. En supposant que seuls deux supermodes sont supportés par la structure totale, le champ dans le coupleur peut être approximé par la somme du mode pair $E_p(y)$ (qui est le mode fondamental de la structure à cinq couches) et du mode impair E_i (premier mode excité de la structure à cinq couches) de sorte que :

$$E(y,z) = E_p(y)e^{-i\beta_p z} + E_i(y)e^{-i\beta_i z} \tag{4.29}$$

Où $\beta_p$et β_i sont les constantes de propagation des modes pair et impair respectivement et $E_p(y)$, $E_i(y)$ leurs profils transversaux. Comme mentionné précédemment, le champ incident dans le coupleur est initialement injecté dans le guide 1 en $z = 0$, de sorte que :

$$|E(y,0)| = \left|E_p(y) + E_i(y)\right| = E_1(y) \tag{4.30}$$

Où $E_1(y)$ désigne le mode propre du guide 1 isolé. Après une distance de propagation z, l'amplitude du champ électrique est donnée par l'équation (4.29)

$$|E(y,z)| = \left|E_p(y) + E_i(y)e^{i(\beta_p-\beta_i)z}\right| \tag{4.31}$$

Ainsi, après une distance $z = \pi/(\beta_p - \beta_i)$, l'amplitude du champ électrique est donnée par :

$$|E(y,z)| = \left|E_p(y) - E_i(y)\right| = E_2(y) \tag{4.32}$$

Où $E_2(y)$ désigne le mode propre du guide 2 isolé. Ainsi, le champ électrique initialement injecté dans le guide 1 est transféré dans le guide 2 après une distance de propagation égale à :

$$L_{\pi/2} = \frac{\pi}{\beta_p - \beta_i} \tag{4.33}$$

On retrouve donc la longueur caractéristique du coupleur. De la même manière, l'efficacité de couplage peut être exprimée par :

$$F = \frac{\left|E\left(y, L_{\pi/2}\right)\right|^2}{|E(y,0)|^2} = \frac{|E_2(y)|^2}{|E_1(y)|^2} = \left|\frac{E_p(y) - E_i(y)}{E_p(y) + E_i(y)}\right|^2 \tag{4.34}$$

L'approche supermodes donne donc accès aux deux paramètres fondamentaux permettant de décrire l'échange de puissance dans un coupleur directionnel. Elle permettra également de calculer le désaccord δ entre les guides isolés ainsi que la non–réciprocité sur le taux de couplage sous réserve de quantifier préalablement le comportement des guides constitutifs isolés, qu'il faut pour cela définir de manière adéquate. De la même manière, les paramètres α_a, α_b, κ_a et κ_b typiquement utilisés par la CMT, dépendent intrinsèquement de la définition des guides individuels, problème que nous allons maintenant aborder.

4.4.3.2 *Décompositions de permittivité dans le coupleur*

La distribution globale de permittivité ε du coupleur étant donnée, il reste à définir les décompositions individuelles ε_m afin de pouvoir construire le champ total (4.1), et calculer les intégrales de recouvrement κ_a et κ_b ainsi que le désaccord $\hat{\delta}$. Les décompositions individuelles ε_m définissent en effet les guides d'ondes constitutifs du coupleur qui supportent chacun une base de modes propres utilisés dans la combinaison linéaire de la solution totale (4.1). Pour cette raison, il est essentiel de les définir correctement, de manière à ce que la combinaison linéaire (4.1) approxime au mieux le champ total dans le coupleur. Bien que la CMT soit à ce jour l'une des méthodes les plus efficaces pour

modéliser l'interaction de couplage entre un résonateur et son guide d'accès, elle n'a, à notre connaissance, été implémentée que pour des coupleurs dont la distribution de permittivité globale ε est simple (5 couches en général) [9], [22], [27] et très souvent symétrique. Dans ce cas, des décompositions individuelles tri-couches peuvent être utilisées, comme le montre la figure 4.12c.

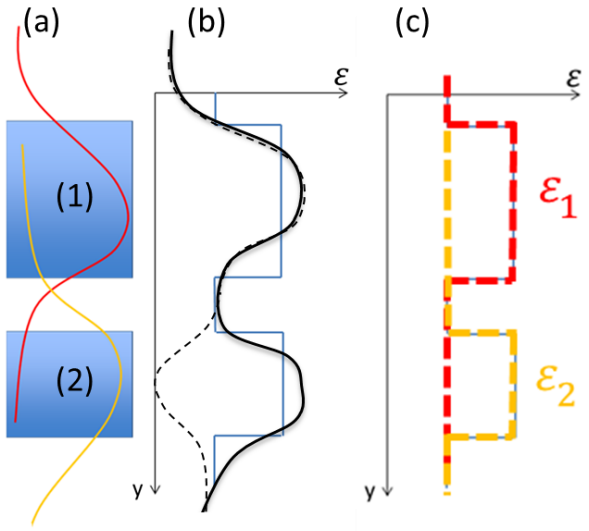


Fig. 4.12 : (a) Schéma d'un coupleur constitué de deux guides d'ondes de section rectangulaire et représentations de leurs modes individuels (non perturbés). (b) distribution de permittivité symétrique (lignes bleues) correspondante et représentation des profils des supermodes pair (courbe noire) et impair (pointillés noirs) supportés par cette structure à 5 couches. (c) Décompositions individuelles de permittivité tri-couches des guides 1 et 2 constitutifs du coupleur.

Du reste, les coupleurs asymétriques (i.e. désaccordés en phase) présentant une région de séparation multicouche offrent une variété de possibilités dans la décomposition de la structure totale en distributions individuelles de permittivité ε_m. Cette diversité, parmi laquelle il n'est pas nécessairement aisé de distinguer la décomposition la plus adaptée au problème, se retrouve dans la littérature, sitôt posée la question du coupleur à cinq couches [9], [22], [27] et les raisons conduisant à un choix plutôt qu'à un autre sont généralement éludées. Or, comme nous l'avons souligné, cette étape est indispensable à la mise en œuvre de la CMT. Il nous a donc fallu exprimer de manière simple un critère de décomposition non ambigu afin de pouvoir analyser le coupleur asymétrique et multicouche de nos micro-disques AlGaAs/AlOx couplés verticalement. Tout d'abord, l'expression du coefficient de couplage évanescent au premier ordre κ_{km} fait apparaître la différence $\Delta\varepsilon_m = \varepsilon - \varepsilon_m$ entre la distribution globale de permittivité du coupleur et la décomposition de permittivité individuelle. Cette différence représente l'amplitude de la perturbation d'indice que subit le guide m en raison de la proximité d'un guide d'onde de référence k. La présence, dans le voisinage du guide m, d'une région où des modes guidés peuvent s'établir et dont la position est définie par le cœur du guide k, va engendrer une extraction du champ optique du guide m vers le guide k via le mécanisme de couplage évanescent défini précédemment. Ceci entérine la signification du terme $\kappa_{km} = \omega\varepsilon_0 \iint (\varepsilon - \varepsilon_m)\, \boldsymbol{E}_m \cdot \boldsymbol{E}_k^* dxdy$: il s'agit du taux de transfert (en m^{-1}) du champ optique du guide m vers le k. Etant donné que dans les coupleurs asymétriques l'interaction de couplage n'est pas réciproque, la décomposition de permittivité devrait permettre de mettre en lumière d'elle-même la région vers laquelle le champ se couple : on cherchera ainsi à quantifier uniquement le couplage entre les cœurs des guides individuels. En raison de la simplicité du calcul de leurs valeurs propres, les décompositions tri-couches sont souvent proposées comme un moyen efficace d'implémenter la CMT, quelle que soit la configuration du coupleur. Elles présentent cependant un inconvénient important dans le cas des coupleurs multicouches asymétriques car elles ne permettent pas de définir précisément la région de couplage. En effet, comme le montre la figure 4.13(a), les décompositions tri-couches font apparaître plusieurs zone de perturbations $\Delta\varepsilon_m$ non nulles dont les valeurs peuvent être de signes opposés. Il en résulte une

double ambiguïté dans le calcul des coefficients de couplage κ_{km} : premièrement leur signification est obscurcie en raison de l'impossibilité de définir une zone privilégiée de transfert de puissance et deuxièmement, étant donné le rôle de $\Delta\varepsilon_m$ dans les intégrales de recouvrement de champs, les régions de perturbation de signes opposés indûment créées entrent en compétition les unes avec les autres et peuvent causer une diminution (resp. augmentation) artificielle des valeurs des coefficient de couplage. Nous avons alors proposé un critère de clarification du choix des décompositions individuelles ε_m permettant de sélectionner la plus adaptée à la structure du coupleur parmi les différentes options possibles. Notre critère, s'appliquant aux distributions de permittivité constantes par morceaux, est illustré par la figure 4.13(b). Il consiste à :

- Définir une zone de couplage privilégiée au moyen de la différence $\Delta\varepsilon_m = \varepsilon - \varepsilon_m$: celle-ci sera nulle partout hors de cette zone et sa valeur sera minimisée, à signe fixé défini positif, dans cette zone uniquement (qui correspondra au cœur du guide individuel considéré). En raison de la minimisation de $\Delta\varepsilon_m$, ce critère respecte la nature perturbative de la CMT.

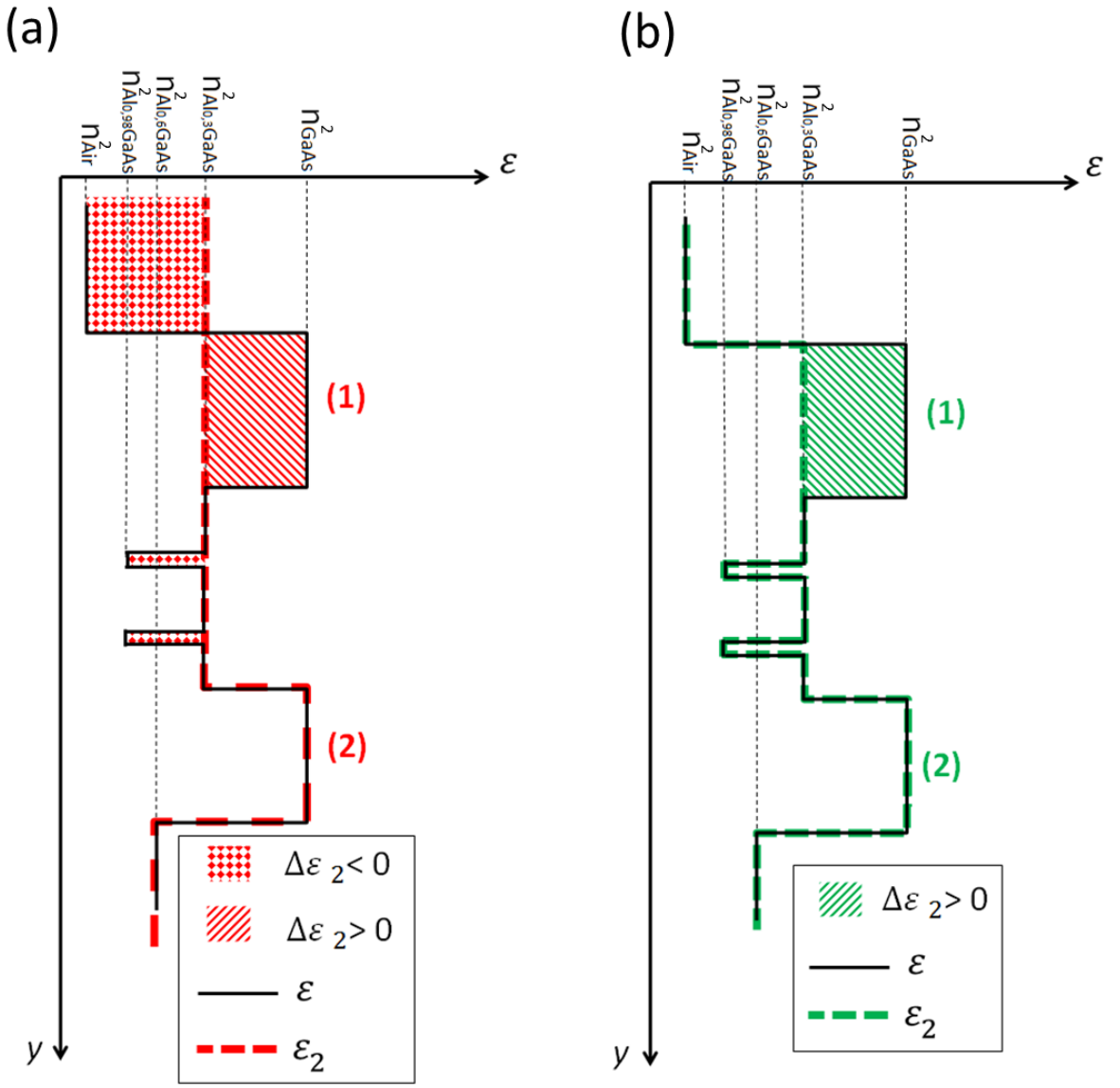


Fig. 4.13 : Représentation de la distribution de permittivité verticale du résonateur et du guide (resp. (1) and (2)) dans le coupleur avec en noir la distribution de permittivité globale ε. (a) Décomposition individuelle tri-couches du guide 2 (ligne pointillés rouges) introduisant une compétition entre zones de perturbations négatives et positives (zones en damier et hachurées respectivement). (b) Décomposition individuelle multi-couches du guide 2 (ligne pointillés verts) suivant notre critère de sélection.

Afin de tester la validité de ce critère, deux démarches différentes ont été mises en œuvre.

- Comparaison de la cohérence interne des résultats obtenus avec une décomposition tri-couche et avec notre critère.
- Comparaison à une méthode de référence des valeurs obtenues avec une décomposition tri-couche et avec notre critère.

La méthode de référence employée ici est celle des supermodes précédemment définie. La structure que nous étudions supporte trois supermodes dont l'évolution en longueur d'ondes des indices effectifs verticaux (monodimensionnels) est représentée sur la figure 4.14. Nous voyons ainsi que si les deux premiers sont guidés verticalement dans les puits de GaAs, le troisième ne l'est pas car son indice effectif est, sur la plage spectrale d'intérêt, toujours inférieur à celui de la gaine constitué par l'$Al_{0.3}GaAs$. Il s'agit donc d'un mode guidé de la structure totale mais pas d'un mode guidé du coupleur. Il pourra donc être négligé dans la suite.

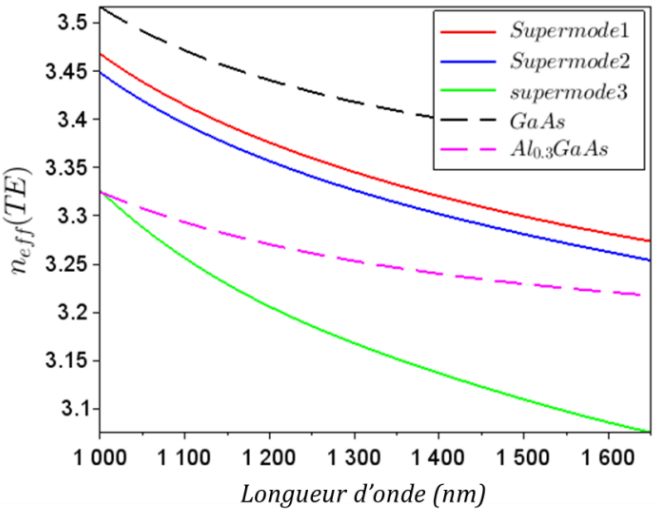


Fig. 4.14 : Evolution en longueur d'onde des indices effectifs des trois premiers supermodes TE (courbes rouge, bleue et verte) de l'empilement multicouche constituant le coupleur des composants AlGaAs/AlOx. Les courbes en pointillés marquent les indices matériaux du cœur (GaAs, en noir) et de la gaine ($Al_{0.3}GaAs$, en magenta).

Pour mieux le comprendre, nous avons représenté les profils d'intensité des trois supermodes de la structure (fig. 4.15) à λ=1550nm. Ici encore nous voyons que les deux premiers modes sont bien confinés dans chacun des puits de GaAs tandis que le troisième, d'amplitude moins élevée, est largement délocalisé sur l'ensemble de l'empilement vertical. Il ne jouera donc pas un rôle important dans la décomposition linéaire du champ total. Nous sommes donc dans une situation où l'équation (4.33) constitue une approximation fiable de la longueur caractéristique du coupleur étant donné que les deux supermodes retenus constituent une base de décomposition adéquate pour le champ total du coupleur.

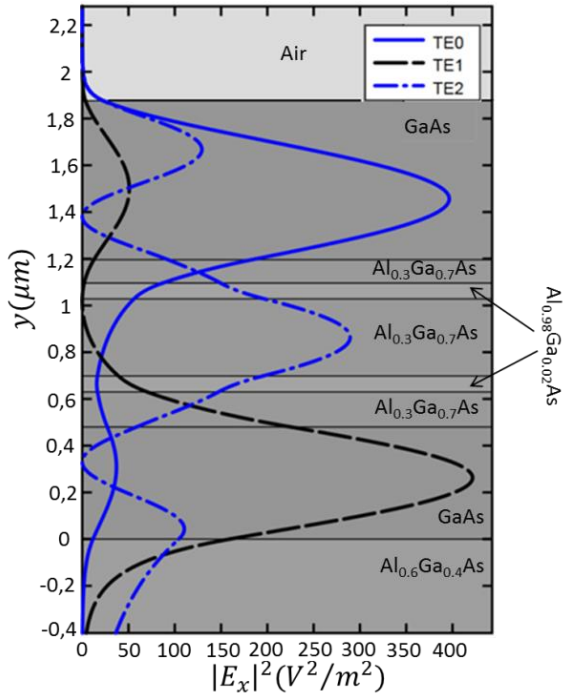


Fig. 4.15 : Représentation au moyen du logiciel en ligne OMS des profils d'intensité des trois supermodes TE supportés par l'empilement multicouche constituant le coupleur des composants AlGaAs/AlOx à λ=1550nm.

Nous avons ainsi pu comparer à la méthode des supermodes les valeurs des demi-longueurs caractéristiques $L_{\pi/2}$ calculées avec la CMT en utilisant dans nos intégrales de recouvrement soit des décompositions tri-couches soit notre critère de décomposition multicouche. Sur la colonne de gauche de la figure 4.16 sont représentés les résultats correspondant aux décompositions tri-couches. Nous voyons que ceux-ci présentent un écart relatif non négligeable de l'ordre de 5 % aux grandes longueurs d'onde, tandis que les valeurs calculées au moyen de notre critère, présentées sur la colonne de droite, montrent un écart relatif inférieur à 0,11% sur l'ensemble de la plage spectrale considérée. Dans les deux cas l'écart relatif tend à augmenter avec la longueur d'onde car cela correspond à une diminution du confinement des modes donc à un rapprochement effectif des deux guides individuels. Or, la CMT étant une théorie perturbative, sa validité est d'autant meilleure que la perturbation est faible c'est-à-dire que les guides sont écartés l'un de l'autre.
Nous avons également mis en évidence l'importante influence du choix de décomposition sur la cohérence des résultats finaux issus de la CMT comme le montre la partie basse de la figure 4.16, qui représente les formes réduites (4.18) des intégrales de recouvrement de champs, calculées par intégration numérique monodimensionnelle selon l'axe vertical des profils de modes TE des guides de décomposition constitutifs. La colonne de gauche montre que la décomposition tri-couche est inadéquate pour les deux raisons suivantes : tout d'abord, le coefficient κ_a change de signe autour de 1250nm en longueur d'onde tandis que κ_b reste positif. Ensuite les valeurs des coefficients d'auto-couplage du second ordre $\alpha_{a,b}$ sont plus élevées que celles des coefficients de couplage mutuel du premier ordre $\kappa_{a,b}$ ce qui est en contradiction avec la CMT. La colonne de droite montre qu'une décomposition multicouche suivant notre critère de sélection ne présente aucun des écueils précédemment mentionnés et permet de respecter la cohérence interne des résultats obtenus par la CMT. Nous souhaitons souligner ici l'importance de calculer toutes les intégrales de recouvrement de la CMT. En effet, comme le montre la figure 4.16, les décompositions tricouches produisent des coefficients de couplage mutuels dont les valeurs sont comparables à celles obtenues avec notre critère. Il est donc nécessaire d'implémenter la CMT dans sa forme complète (prenant en compte chaque paire de coefficients d'auto couplage et de butt-coupling) afin d'identifier les limitations introduites par les décompositions tricouches.

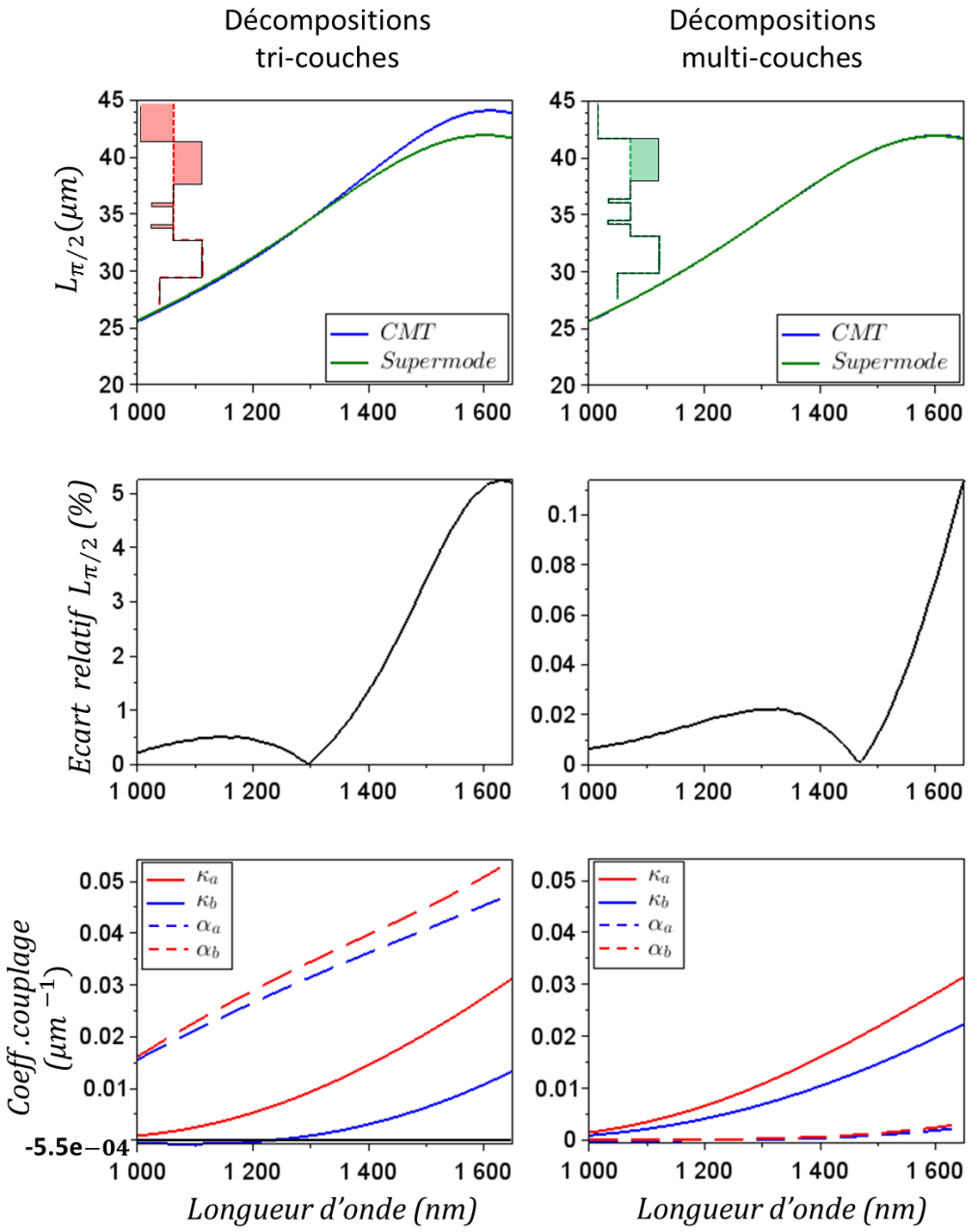


Fig. 4.16 : Comparaison à l'approche supermodes des résultats obtenus en implémentant la CMT sur l'empilement multicouche constituant le coupleur des composants AlGaAs/AlOx avec (colonne de gauche) une décomposition de permittivité tri-couche et (colonne de droite) une décomposition multicouche suivant notre critère.

L'usage de notre critère de décomposition multicouche nous a donc permis de calculer les variations des coefficients de couplage et des indices effectifs en fonction de plusieurs paramètres, notamment la longueur d'onde et l'épaisseur de séparation d'$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ entre les deux couche d'oxyde. Tout d'abord, nous avons calculé les indices effectifs verticaux 1D des guides isolés, qui sont nécessaires pour mettre en œuvre la CMT. Comme le représente la figure 4.17, nous voyons que ceux-ci présentent un désaccord faible mais non nul de l'ordre de $2{,}0.10^{-2}$ sur la plage de fonctionnement monomode, dont résultent les fortes valeurs de longueur de battement avec $L_{\pi/2}(\lambda = 1550\,nm) = 41\,\mu m$ (voir fig. 4.16).

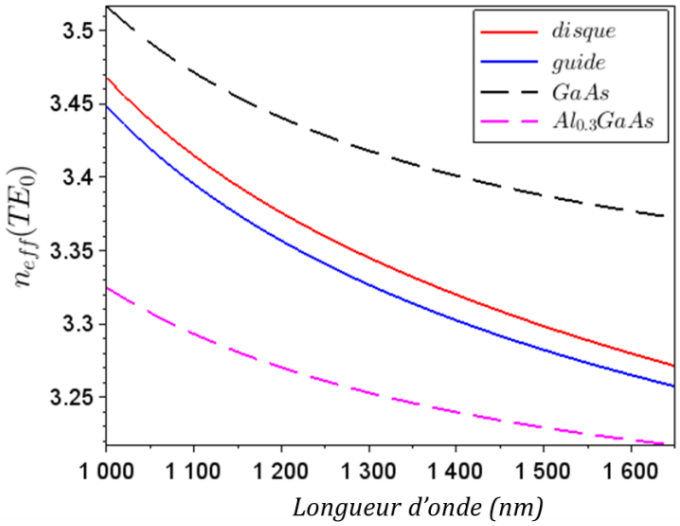


Fig. 4.17 : Évolution des indices effectifs verticaux 1D du guide et du disque isolés (resp. courbe rouge et courbe bleue) dans le coupleur des composants AlGaAs/AlOx en fonction de la longueur d'onde.

Nous avons ensuite pu confirmer l'égalité des deux coefficients (réels) $c_{12} = c_{21}$ de butt-coupling sur la plage de longueurs d'onde considérée. La figure 4.18 montre que, comme attendu, ces coefficients prennent des valeurs non négligeables à mesure que la longueur d'onde augmente (ce qui traduit l'efficacité d'excitation croissante résultant d'une diminution de la séparation effective entre les guides à mesure que les modes perdent leur confinement). À partir de 1450 nm, c_{12} est supérieur à 0,1 pour atteindre à 1650 nm une valeur (sans dimension) de l'ordre de 0,17 confirmant que le butt-coupling ne doit pas être négligé dans le cadre d'une étude large bande des caractéristiques d'un coupleur.

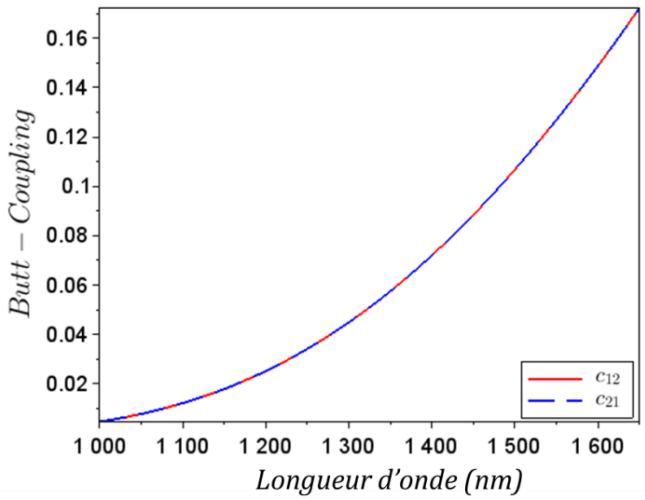


Fig. 4.18 : Évolution des coefficients de butt-coupling $c_{12} = c_{21}$ (resp. courbe rouge et courbe bleue) dans le coupleur des composants AlGaAs/AlOx en fonction de la longueur d'onde.

Si la diminution du confinement des modes avec la longueur d'onde traduit la diminution de la séparation effective entre les guides, la figure 4.19 présente le comportement de la forme réduite des coefficient de couplage $\kappa_{a,b}$ et $\alpha_{a,b}$ lorsque la distance de séparation physique entre les deux guides augmente. Nous avons donc, dans le cas des composants AlGaAs/AlOx, fait varier l'épaisseur

d'$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ entre les deux couches d'oxyde de 100 nm à 500 nm, ce qui comme nous le voyons, a pour conséquence une diminution exponentielle de la valeur des intégrales de recouvrement. Ainsi, pour un désaccord de phase fixé entre les deux guides, une augmentation (resp. diminution) de la distance de séparation permettra de diminuer (resp. augmenter) la valeur de l'efficacité de couplage *F* conformément à l'équation (4.25). Cette propriété sera utilisée au chapitre 5. Nous invitons le lecteur à remarquer l'illustration de la non réciprocité du couplage sous la forme de la différence de valeur entre les intégrales de recouvrement. Le guide 1 (correspondant au résonateur de 680 nm d'épaisseur) étant plus épais que le guide 2 (correspondant au slab de 480 nm d'épaisseur) et en contact avec l'air, supporte un mode mieux confiné. L'indice effectif mono dimensionnel vertical du guide 1 est donc plus élevé que celui du guide 2 et le premier aura donc plus tendance à « aspirer » le champ issu du second. Pour cette raison, on observe que $\kappa_a > \kappa_b$, ce qui correspond au fait que $\kappa_{12} > \kappa_{21}$.

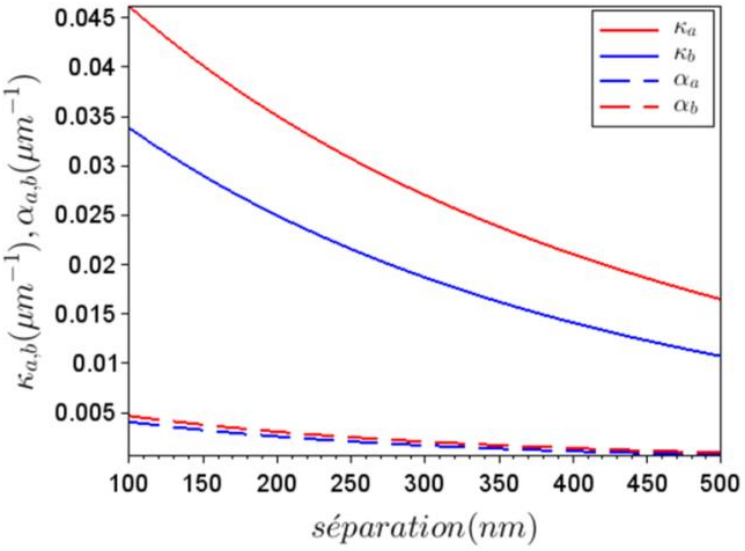


Fig. 4.19 : Évolution de la forme réduite des intégrales de recouvrement $\kappa_{a,b}$ et $\alpha_{a,b}$ en fonction de la distance de séparation entre les deux couches d'oxyde dans le coupleur des composants AlGaAs/AlOx.

4.5 Conclusion du chapitre 4

Nous avons donc justifié l'utilisation de la théorie des modes couplés pour des simulations large bande de micro-résonateurs couplés verticalement à leur(s) guide(s) d'accès et présentant un coupleur asymétrique multicouche. Cette approche se démarque en effet par son efficacité, sa rapidité de calcul et la possibilité de réaliser une évaluation *ab initio* des performances du coupleur en fonction de ses paramètres opto-géométriques.

Dans ce cadre, nous avons montré que l'emploi de décompositions de permittivité tri-couches, largement utilisées en pratique, n'était pas adapté aux coupleurs asymétriques présentant une zone de séparation multicouche, pour des raisons à la fois de cohérence interne et d'exactitude des résultats obtenus. Le critère de décomposition de permittivité que nous proposons rend donc possible l'implémentation de la CMT dans le cas pré-cité, permettant, d'étendre l'analyse à un scénario, à notre connaissance, non traité jusqu'ici dans la littérature. Ce critère nous a permis d'évaluer la dépendance des intégrales de recouvrement en fonction de la structure du coupleur et de la longueur d'onde. Dans la suite de ce manuscrit, il sera donc appliqué à chaque fois que la CMT sera employée pour modéliser le couplage entre un résonateur et son guide d'accès.

4.6 Bibliographie du chapitre 4

[1] K. J. Vahala, "Optical microcavities," *Nature*, vol. 424, no. 6950, pp. 839–846, Aug. 2003.

[2] J. Moore, M. Tomes, T. Carmon, and M. Jarrahi, "Continuous-wave ultraviolet emission through fourth-harmonic generation in a whispering-gallery resonator," *Opt. Express*, vol. 19, no. 24, p. 24139, Nov. 2011.

[3] I. S. Grudinin, L. Baumgartel, and N. Yu, "Frequency comb from a microresonator with engineered spectrum," *Opt. Express*, vol. 20, no. 6, p. 6604, Mar. 2012.

[4] S. Calvez *et al.*, "Vertically Coupled Microdisk Resonators Using AlGaAs/AlOx Technology," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 27, no. 9, pp. 982–985, May 2015.

[5] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, "Microresonator-Based Optical Frequency Combs," *Science*, vol. 332, no. 6029, pp. 555–559, Apr. 2011.

[6] L. Razzari *et al.*, "CMOS-compatible integrated optical hyper-parametric oscillator," *Nat. Photonics*, vol. 4, no. 1, pp. 41–45, Jan. 2010.

[7] W. Shi *et al.*, "Grating-coupled silicon microring resonators," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 100, no. 12, p. 121118, Mar. 2012.

[8] D. C. Aveline, L. M. Baumgartel, G. Lin, and N. Yu, "Whispering gallery mode resonators augmented with engraved diffraction gratings," *Opt. Lett.*, vol. 38, no. 3, p. 284, Feb. 2013.

[9] R. Stoffer, K. R. Hiremath, M. Hammer, L. Prkna, and J. Čtyroký, "Cylindrical integrated optical microresonators: Modeling by 3-D vectorial coupled mode theory," *Opt. Commun.*, vol. 256, no. 1–3, pp. 46–67, Dec. 2005.

[10] K. Okamoto, *Fundamentals of optical waveguides*. San Diego: Academic Press, 2000.

[11] M. Hammer, "Analytical Approaches to the Description of Optical Microresonator Devices" AIP Conference Proceedings **709**, 48 pp. 48–71, 2004

[12] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 36, no. 4, pp. 321–322, 2000.

[13] D. Ding, M. J. A. de Dood, J. F. Bauters, M. J. R. Heck, J. E. Bowers, and D. Bouwmeester, "Fano resonances in a multimode waveguide coupled to a high-Q silicon nitride ring resonator," *Opt. Express*, vol. 22, no. 6, p. 6778, Mar. 2014.

[14] D. J. W. Klunder *et al.*, "Vertically and laterally waveguide-coupled cylindrical microresonators in Si3N4 on SiO2 technology," *Appl. Phys. B*, vol. 73, no. 5–6, pp. 603–608, Oct. 2001.

[15] D. J. W. Klunder *et al.*, "Experimental and numerical study of SiON microresonators with air and polymer cladding," *J. Light. Technol.*, vol. 21, no. 4, pp. 1099–1110, Apr. 2003.

[16] Lalanne. P, "The macroscopic Maxwell equations" Notes de cours IOGS 2013.

[17] F. Mandorlo, P. Rojo Romeo, X. Letartre, R. Orobtchouk, and P. Viktorovitch, "Compact modulated and tunable microdisk laser using vertical coupling and a feedback loop," *Opt. Express*, vol. 18, no. 19, p. 19612, Sep. 2010.

[18] M. Ghulinyan *et al.*, "Oscillatory Vertical Coupling between a Whispering-Gallery Resonator and a Bus Waveguide," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, no. 16, Apr. 2013.

[19] J. H. Greene and A. Taflove, "Initial three-dimensional finite-difference time-domain phenomenology study of the transient response of a large vertically coupled photonic racetrack," *Opt. Lett.*, vol. 28, no. 19, p. 1733, Oct. 2003.

[20] Kane Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, May 1966.

[21] Y. Sun, X. Jiang, Y. Hao, J. Yang, and M. Wang, "Calculation of the coupling coefficients for spatial waveguides using the field matching method," *J. Opt. Pure Appl. Opt.*, vol. 10, no. 9, p. 095305, Sep. 2008.

[22] Little, Brent E., and W. P. Huang, "Coupled-mode theory for optical waveguides.," *Progress In Electromagnetics Research 10*, pp. 217–270, 1995.

[23] H. Haus, W. Huang, S. Kawakami, and N. Whitaker, "Coupled-mode theory of optical waveguides," *J. Light. Technol.*, vol. 5, no. 1, pp. 16–23, 1987.

[24] F. Turri, F. Ramiro-Manzano, I. Carusotto, M. Ghulinyan, G. Pucker, and L. Pavesi, "Wavelength Dependence of a Vertically Coupled Resonator-Waveguide System," *J. Light. Technol.*, vol. 34, no. 23, pp. 5385–5390, Dec. 2016.

[25] C. Arlotti, G. Almuneau, O. Gauthier-Lafaye, and S. Calvez, “Coupled mode analysis of micro-disk resonators with an asymmetric-index-profile coupling region,” in *Photonics West 2017*, 2017, vol. Proc. of SPIE Vol. 10090 100901D-1.
[26] A. Hardy, W. Streifer, and M. Osiński, “Coupled-mode equations for multimode waveguide systems in isotropic or anisotropic media,” *Opt. Lett.*, vol. 11, no. 11, p. 742, Nov. 1986.
[27] A. Hardy and W. Streifer, “Coupled mode theory of parallel waveguides,” *J. Light. Technol.*, vol. 3, no. 5, pp. 1135–1146, 1985.
[28] Dr. Raymond C. Rumpf, “Notes de cours 2016 University of Texas at El Paso‘21st Century Electromagnetics.’” .
[29] W. Streifer, M. Osinski, and A. Hardy, “Reformulation of the coupled-mode theory of multiwaveguide systems,” *J. Light. Technol.*, vol. 5, no. 1, pp. 1–4, 1987.

Chapitre 5

Résonateurs à couplage critique achromatique

En d'autres termes, l'expérience, « étant une question posée à la nature » (Galilée), les réponses de la science resteront toujours des répliques à des questions posées par les Hommes. La confusion dans le problème de l'objectivité était de supposer qu'il pouvait y avoir des réponses sans questions et des résultats indépendants d'un être qui questionne.

Hannah Arendt, *La crise de la culture* (le concept d'Histoire)

5.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné aux chapitres 1 et 3, de récents développement en optique non linéaire intégrée ont démontré que le mélange à quatre ondes paramétrique en cascade (C4WM "cascaded four-wave-mixing") dans des micros résonateurs à haut facteur de qualité exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 était une approche efficace pour la génération de peignes de fréquences[1]–[3]. Comme nous l'avons mentionné à la fin du chapitre 3, les performances de ces dispositifs sont, de manière générale, régies par :

- Les pertes internes subies au cours d'un tour de cavité, dont la contribution doit être aussi faible que possible.
- Le couplage évanescent de la lumière entre le(s) guide(s) d'accès et la cavité résonante (également appelé pertes externes).

L'interaction entre pertes internes et pertes externes donne typiquement lieu à trois catégories de régimes de couplage :

- Le régime sous-couplé, dans lequel trop peu de puissance est injectée dans le résonateur. Celle-ci est alors dissipée dans la cavité, par tous les mécanismes de pertes par propagation décrits au chapitre 3. Ce régime est dominé par les pertes internes à la cavité
- Le régime sur-couplé, dans lequel trop de puissance est injectée dans le résonateur. À chaque passage dans le coupleur, celle-ci est alors découplée et "évacuée" vers le guide d'accès. Ce régime est dominé par les pertes externes à la cavité.
- Le régime de couplage critique, dans lequel le taux de couplage compense exactement la dissipation de puissance optique dans le résonateur. Les pertes internes sont alors égales aux pertes externes.

En régime de couplage critique, pour les dispositifs dont le résonateur et le guide d'accès sont monomodes transverses, la puissance intracavité est maximale [4] et la fonction de transfert du système tombe à zéro par interférence destructive entre le champ incident dans le guide d'onde d'entrée et le champ sortant du résonateur et découplé dans le guide [5]. Il en résulte un contraste maximal sur la réponse du système. Une conséquence directe de ces deux propriétés est que, dans les applications

susmentionnées, il existe un intérêt particulier à atteindre cette condition de couplage critique sur une large plage spectrale afin de faciliter les interactions non-linéaires.

Dans ce chapitre, nous montrerons théoriquement qu'il existe deux ensembles de conditions favorables pour obtenir des résonateurs à couplage critique achromatique en utilisant des coupleurs asymétriques (dont l'usage est, rappelons-le, facilité par la configuration du couplage vertical (voir chapitre 4)). Les avantages des nouveaux dessins proposés, en termes d'amélioration de la bande passante de couplage critique, seront illustrés par l'étude numérique de la réponse spectrale des résonateurs en forme d'hippodromes couplés verticalement et exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 définis au chapitre 3. Ces nouveaux dessins seront comparés à une architecture plus conventionnelle basée sur un coupleur (quasi-)accordé en phase (« phase-matched » en anglais ou PM).

Nous terminerons ce chapitre en exploitant le modèle développé afin d'analyser les résultats expérimentaux obtenus avec les résonateurs à micro-disques AlGaAs/AlOx démontrés précédemment (voir chapitre 1) et présenterons une modification de dessin pour en améliorer les performances.

5.2 Modèle Théorique.

L'analyse théorique effectuée ici est fondée sur la description universelle des caractéristiques du système [5] et le traitement de la zone de couplage de longueur L (voir figure 5.1 et fig. 5.3(a)) est effectué par la théorie des modes couplés (CMT) introduite au chapitre précédent. On fait de plus l'hypothèse que le résonateur et le guide d'accès sont monomodes transverses.

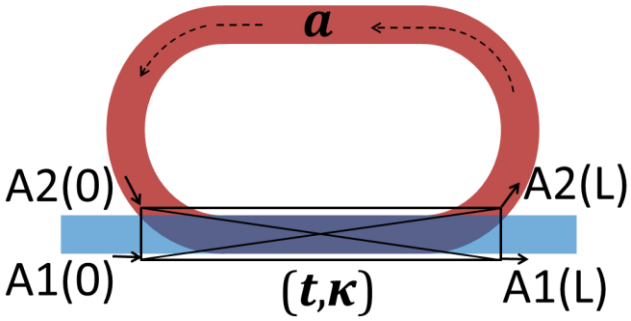


Fig. 5.1. Représentation schématique d'un résonateur en hippodrome couplé verticalement.

La circulation du champ dans la cavité impose que :

$$A_2(0) = A_2(L)e^{-i\beta_R(L_R-L)-\frac{\alpha_L}{2}L_R} = A_2(L)e^{-i\theta}a \qquad (5.1)$$

Où L_R est la longueur totale de la cavité, β_R la constante de propagation effective du résonateur, θ la phase accumulée par le champ lors de sa propagation dans la cavité hors de la zone du coupleur et $\frac{\alpha_L}{2}$ le taux de pertes par propagation (pertes internes) en amplitude, de sorte que

$$a(\lambda) = e^{-\frac{\alpha_L(\lambda)}{2}L_R} \qquad (5.2)$$

représente le coefficient de transmission mono-passage (sur un tour de cavité) en amplitude du résonateur (également appelé facteur de circulation).

La fonction de transfert du résonateur couplé est obtenue au moyen du système d'équations couplées issu de la matrice M_{CMT} (éq.(4.19)-(4.20)) définie au chapitre 4, dans lequel est injectée la condition de circulation (5.1). De cette manière, les amplitudes aux entrées et sorties du coupleur sont connectées en tenant compte de la présence de la cavité. La puissance circulant dans la cavité P (resp. sa transmission en intensité T) peut alors être exprimée comme :

$$P(\varphi) = \left|\frac{A_2(0)}{A_1(0)}\right|^2 = \frac{a^2(1-|t|^2)}{1+|\mathrm{t}|^2a^2-2a|\mathrm{t}|\cos(\beta_R(L_R-L)+\phi_t)} \tag{5.3}$$

$$T(\varphi) = \left|\frac{A_1(L)}{A_1(0)}\right|^2 = \frac{|\mathrm{t}|^2+a^2-2a|\mathrm{t}|\cos(\beta_R(L_R-L)+\phi_t)}{1+|\mathrm{t}|^2a^2-2a|\mathrm{t}|\cos(\beta_R(L_R-L)+\phi_t)} \tag{5.4}$$

Où $t = |t|e^{-i\varphi_t}$ est le coefficient de transmission en amplitude du coupleur directionnel défini au chapitre 4 et

$$\varphi = \beta_R(L_R - L) + \phi_t \tag{5.5}$$

est la phase totale accumulée sur un tour de cavité avec

$$\phi_t = \varphi_t - \left(\hat{\delta} + \alpha_b\right)L + \beta_R L \tag{5.6}$$

la phase accumulée dans le coupleur, calculée à partir de la CMT complète introduite au chapitre 4.

A la résonance, la puissance intra-cavité est maximale (resp. la fonction de transfert est minimale) et

$$\begin{gathered}\varphi_0 = 2\pi m \\ m \in \mathbb{N}\end{gathered} \tag{5.7}$$

En effectuant un développement en séries au voisinage d'une résonance φ_0, les équations (5.3)-(5.4) permettent de montrer que la puissance normalisée (resp. la transmission) correspond à un ensemble de Lorentziennes (resp. Lorentziennes inversées) séparées par l'intervalle spectral libre de la cavité et d'accéder à l'expression du facteur de qualité de la cavité :

$$Q = \frac{\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\sqrt{a|\mathrm{t}|}(\beta_R(L_R-L)+\phi_t)}{2(1-a|\mathrm{t}|)} \tag{5.8}$$

Où $\Delta\varphi$ représente la largeur à mi hauteur de *T*. Enfin, l'enveloppe supérieure (resp. inférieure) de la puissance intra-cavité (resp. *T*) modulant les pics (resp. creux) Lorentziens est donnée, aux longueurs d'onde de résonance, par [5]:

$$P_{int}(\lambda) = \left|\frac{A_2(L)}{A_1(0)}\right|^2 = \frac{a(\lambda)^2(1-|t(\lambda)|^2)}{(1-a(\lambda)|t(\lambda)|)^2}\, P_i(\lambda) \tag{5.9}$$

$$T_{res-}(\lambda) = \left|\frac{A_1(L)}{A_1(0)}\right|^2 = \frac{(a(\lambda)-|\mathrm{t}(\lambda)|)^2}{(1-a(\lambda)|\mathrm{t}(\lambda)|)^2} \tag{5.10}$$

Où $P_i(\lambda)$ est la densité spectrale de puissance à l'entrée du système. La zone de couplage est simulée comme un coupleur directionnel constitué de deux guides parallèles de longueur L. Nous rappelons ici l'expression donnée par la CMT pour t afin de mettre en lumière ses dépendance à la longueur d'onde d'une part et à la longueur du coupleur d'autre part :

$$t(\lambda, L) = cos(\Gamma(\lambda)L) + j\frac{\widehat{\delta(\lambda)}}{\Gamma(\lambda)}sin(\Gamma(\lambda)L) \tag{5.11}$$

Où

$$\Gamma(\lambda) = \sqrt{\kappa_a(\lambda)\kappa_b(\lambda) + \widehat{\delta(\lambda)}^2} \tag{5.12}$$

Est le vecteur d'onde du transfert de puissance oscillant. κ_a et κ_b sont les expressions réduites des intégrales de recouvrement de champ et $\widehat{\delta(\lambda)}$ représente le désaccord entre les constantes de propagation effectives définies au chapitre 4. Comme nous l'avons mentionné plus haut, maximiser la puissance intra-cavité en utilisant (5.9) (ou, de manière équivalente, minimiser la transmission du système en utilisant (5.10)) mène à la condition de couplage critique définie par :

$$a(\lambda) = |t(\lambda)| \tag{5.13}$$

En développant le module carré de cette expression, on obtient :

$$a(\lambda)^2 = 1 - F(\lambda) sin^2(\pi L / L_\pi(\lambda)) \tag{5.14}$$

Où $L_\pi(\lambda)$ et $F(\lambda)$ représentent respectivement la longueur de transfert caractéristique du coupleur et l'efficacité de couplage en intensité, comme illustré sur la figure 5.2, à longueur d'onde fixée et pour différentes configurations de coupleurs correspondant à différentes valeurs de désaccord de phase. A nouveau, nous rappelons les expressions données par la CMT pour ces paramètres afin d'expliciter leur dépendance à la longueur d'onde :

$$L_\pi(\lambda) = \pi / \Gamma(\lambda) \tag{5.15}$$

$$F(\lambda) = 1 - \left(\widehat{\delta(\lambda)} L_\pi(\lambda)/\pi\right)^2 \tag{5.16}$$

Des relations (5.12), (5.15) et (5.16) on peut inférer que, pour une longueur d'onde donnée, lorsque le désaccord $\widehat{\delta(\lambda)}$ augmente, les deux paramètres F et L_π diminuent. En conséquence, comme représenté sur la figure 5.2, l'oscillation spatiale de $|t(L)|^2$ le long de la zone de couplage, évolue progressivement de la courbe rouge (cas accordé en phase, noté PM dans la suite) à la courbe bleue puis verte (cas désaccordés en phase, notés PMM pour « phase-mismatch »).

Définissons à présent la fonction

$$f(\lambda) = a(\lambda)^2 - |t(\lambda)|^2 \tag{5.17}$$

Qui sera utilisée comme facteur de mérite permettant de quantifier le régime de couplage du résonateur. En sachant que les pertes internes en intensité s'expriment, à chaque tour de cavité, comme $1 - a(\lambda)^2$ les trois régimes de couplage sont alors définis par le signe de $f(\lambda)$:

$$\begin{cases} f(\lambda) < 0 \Leftrightarrow a(\lambda)^2 < |t(\lambda)|^2 \; régime \; sous - couplé \\ f(\lambda) = 0 \Leftrightarrow a(\lambda)^2 = |t(\lambda)|^2 \; régime \; critique \\ f(\lambda) > 0 \Leftrightarrow a(\lambda)^2 > |t(\lambda)|^2 \quad régime \; sur - couplé \end{cases}$$

Dessiner un composant « critique large bande » revient alors à trouver une structure pour laquelle:

$$f(\lambda) = 0 \, , \forall \lambda \tag{5.18}$$

Bien que cela nécessite une puissance de calcul importante, ce problème pourrait être résolu en utilisant une procédure d'optimisation entièrement numérique dont la routine ferait varier les sections transverses des guides, leur séparation verticale, leur décalage latéral et la longueur du coupleur. Pour obtenir un meilleur aperçu de la physique mise en jeu, l'approche théorique analytique a donc été poussée plus avant. En particulier, les solutions pertinentes vérifient, à une longueur d'onde donnée λ_0, l'ensemble de conditions moins restrictif défini ci-après:

$$\begin{cases} f(\lambda_0) = 0 & (5.19a) \\ \left.\dfrac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = 0 & (5.19b) \end{cases}$$

L'équation (5.19a) représente la condition de couplage critique, tandis que l'équation (5.19b) entérine son comportement achromatique. On trouve alors, en développant l'équation (5.19a), que la longueur du coupleur appartient nécessairement à un ensemble de longueurs critiques $L_{cc}(\lambda, m^\pm)$ ($m \in \mathbb{N}$), dont l'expression est

$$L_{cc}(\lambda_0, m^\pm) = (x_{0\pm} + m) L_\pi(\lambda_0) \tag{5.20}$$

Où $x_{0\pm}(\lambda_0)$ représente le décalage par rapport à $L_\pi(\lambda_0)$.

Donné par

$$x_{0\pm}(\lambda_0) = \frac{1}{\pi} arcsin\left(\pm\sqrt{(1-a(\lambda_0)^2)/F(\lambda_0)}\right) \tag{5.21}$$

La figure 5.2 illustre le fait que le système est en régime de couplage critique pour des longueurs de coupleur telles que la courbe correspondant à l'oscillation spatiale $|t(L)|^2$ (courbe rouge, bleue ou verte, en fonction du désaccord de phase considéré) intercepte la courbe correspondant au facteur de circulation interne en intensité $a^2(L)$ (ligne noire - qui, comme détaillé dans la section 3.2, peut être indépendante de la longueur du coupleur). On comprend alors la signification des équations (5.20)-(5.21) : les longueurs de couplage critiques sont périodiquement trouvées dans un ensemble discret de valeurs, et symétriquement positionnées autour des multiples entiers (d'ordre *m*) de L_π. Ces points de couplage critiques sont mis en évidence par les croix bleues, dans le cas PM, à chaque intersection entre la courbe $|t(L)|^2$ (rouge) et la courbe $a^2(L)$ (noire).

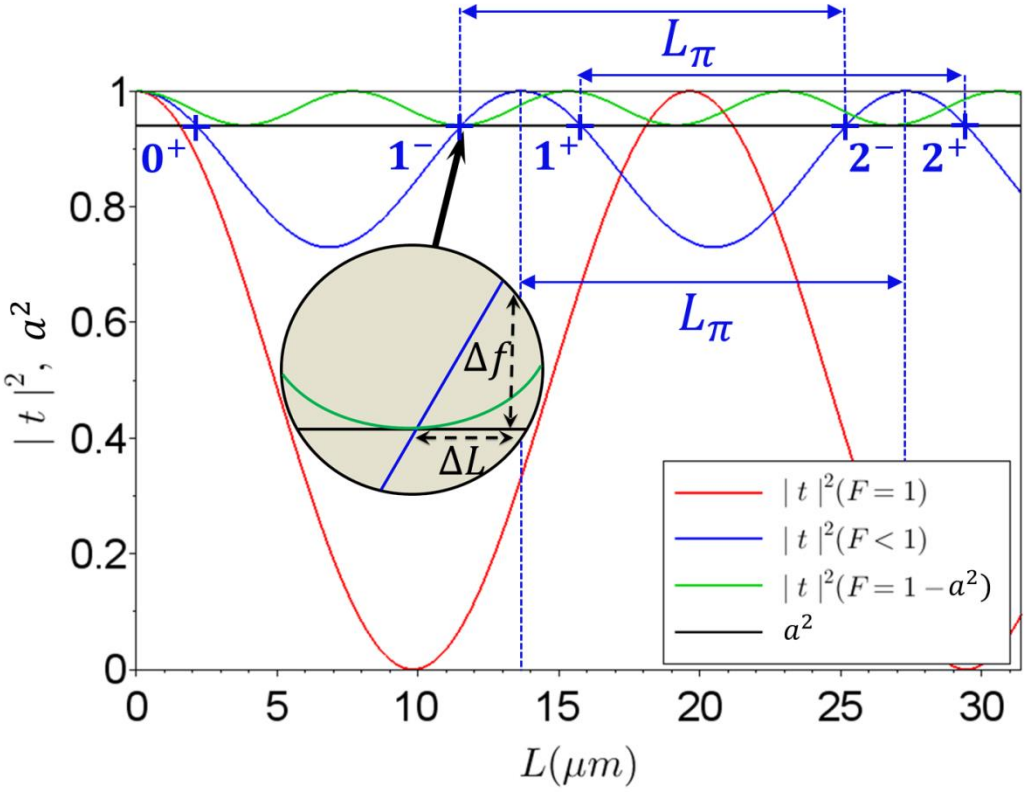


Fig. 5.2. Illustration des caractéristiques de transmission en puissance du coupleur seul, sur le port de sortie du guide d'accès, en fonction de la longueur *L* du coupleur. La courbe rouge correspond à un coupleur dont les guides constitutifs (d'accès et du résonateur) présentent des constantes de propagation identiques (F = 1, cas PM) tandis que les courbes bleue et vertes correspondent à des coupleurs désaccordés en phase (F <1, cas PMM). Les points de couplage critique et la longueur caractéristique L_π du coupleur sont mis en évidence dans le cas PMM correspondant à la courbe bleue. Encart : grossissement sur la sensibilité aux variations de $|t|^2$pour les deux scénarii de couplage critique achromatique proposés.

En remarquant que *a*, $\hat{\delta}^2$ et $K(\lambda)=\kappa_a(\lambda)\kappa_b(\lambda)$ sont des variables indépendantes, le développement de l'équation (5.19b) amène à :

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = 2a(\lambda)\left.\frac{\partial a(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} + \left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)} \left.\frac{\partial K(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} + \left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \hat{\delta}^2}\right|_{\hat{\delta}^2=\delta(\lambda_0)^2} \left.\frac{\partial \hat{\delta}^2(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = 0 \tag{5.22}$$

Avec

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)} = \frac{L_\pi(\lambda_0)^2}{2\pi^2}\sin\left(\frac{\pi L}{L_\pi(\lambda_0)}\right)\left[2(F(\lambda_0)-1)\sin\left(\frac{\pi L}{L_\pi(\lambda_0)}\right) - \frac{2\pi LF(\lambda_0)}{L_\pi(\lambda_0)}\cos\left(\frac{\pi L}{L_\pi(\lambda_0)}\right)\right] \tag{5.23}$$

Et

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \hat{\delta}^2}\right|_{\hat{\delta}^2=\widehat{\delta(\lambda_0)^2}} = \left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)} + \frac{L_\pi(\lambda_0)^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{\pi L}{L_\pi(\lambda_0)}\right) \tag{5.24}$$

En supposant que les pertes internes à la cavité sont indépendantes de la longueur d'onde, les structures à couplage critique achromatique vérifient l'équation (5.20) et l'équation simplifiée suivante :

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)}\left.\frac{\partial K(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = -\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \hat{\delta}^2}\right|_{\hat{\delta}^2=\widehat{\delta(\lambda_0)^2}}\left.\frac{\partial \widehat{\delta(\lambda)^2}}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} \tag{5.25}$$

Deux cas spécifiques peuvent alors être considérés. Le premier scénario correspond à un cas où la longueur du coupleur est proche de $mL_\pi(\lambda_0)$ (i.e. $|x_0| \ll 1$). On peut alors montrer en utilisant un développement de Taylor que :

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \hat{\delta}^2}\right|_{\hat{\delta}^2=\widehat{\delta(\lambda_0)^2}} \sim \left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)} \sim x_0 L_\pi(\lambda_0) LF(\lambda_0) \tag{5.26}$$

Par ailleurs en prenant la dérivée par rapport à la longueur d'onde de l'équation (5.15) (et en utilisant (5.12)), on obtient

$$\left.\frac{\partial L_\pi(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = -\frac{L_\pi(\lambda_0)^3}{2\pi^2}\left(\left.\frac{\partial K}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} + \left.\frac{\partial \widehat{\delta(\lambda)^2}}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}\right) \tag{5.27}$$

La combinaison des deux équations précédentes révèle que

$$\left.\frac{\partial L_\pi(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = 0 \tag{5.28}$$

Cela signifie que, dans cette situation, l'évolution du confinement optique dans le résonateur et le guide d'accès est compensée par la variation du désaccord entre leurs constantes de propagation, c'est-à-dire que les deux contributions spectrales de l'équation (5.12) ($\kappa_a(\lambda)\kappa_b(\lambda)$ et $\widehat{\delta(\lambda)^2}$) se compensent mutuellement. Un tel résonateur à couplage critique achromatique correspond donc à un système ayant un coupleur dont la longueur caractéristique est achromatique. Le deuxième scénario d'intérêt est tel que la longueur du coupleur soit proche de $(2m+1)L_\pi(\lambda_0)/2$ (i.e. $|x_0| \sim 1/2$). Selon les équations (5.14) et (5.19a), dans cette situation (illustrée en vert sur la figure 5.2), l'efficacité de couplage, $F(\lambda_0)$, est proche du point de coupure où le minimum des oscillations spatiales de $|t(L)|^2$ devient tangent à $a(\lambda_0)^2$. c'est-à-dire que

$$1 - F(\lambda_0) \sim a^2(\lambda_0) \tag{5.29}$$

Il convient de souligner que cela implique que le résonateur et son guide d'accès aient des constantes de propagation différentes (pour avoir F <1), c'est-à-dire soient désaccordés en phase (PMM).

Dans ce second scenario, les équations (5.23) et (5.24) peuvent désormais être approximées par:

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial K}\right|_{K=K(\lambda_0)} \sim \frac{L_\pi(\lambda_0)^2(F(\lambda_0)-1)}{\pi^2} \tag{5.30}$$

Et

$$\left.\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \hat{\delta}^2}\right|_{\hat{\delta}^2=\widehat{\delta(\lambda_0)^2}} \sim \frac{L_\pi(\lambda_0)^2 F(\lambda_0)}{\pi^2} \tag{5.31}$$

Par ailleurs, en prenant la dérivée par rapport à la longueur d'onde de l'efficacité de couplage *F*, à partir de l'équation (5.16), on obtient :

$$\left.\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = \frac{L_\pi(\lambda_0)^2}{\pi^2}\left[(1-F)\left.\frac{\partial K}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} - F\left.\frac{\partial \widehat{\delta(\lambda)^2}}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}\right] \tag{5.32}$$

Une structure à couplage critique achromatique dont la longueur de coupleur est telle que $L \sim (2m+1)L_\pi(\lambda_0)/2$ vérifie simultanément les équations (5.25), (5.30), (5.31) et présente une efficacité de couplage achromatique, étant donné que l'analyse de l'équation (5.32) montre que :

$$\left.\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} = 0 \tag{5.33}$$

Avec une augmentation de la valeur des pertes internes du résonateur et de leur dépendance spectrale, les conditions de couplage critique achromatique s'éloigneront des cas limites décrits ci-dessus ($L \sim mL_\pi(\lambda_0)$ et $L \sim (2m+1)L_\pi(\lambda_0)/2$). En conséquence, les dessins de structures critiques achromatiques exploiteront plutôt une combinaison d'effets entre la dépendance spectrale des pertes internes à la cavité d'une part et celle de la longueur caractéristique du coupleur L_π ou de son efficacité de couplage *F* d'autre part. Néanmoins, comme cela sera illustré ci-après, les scenarii décrits précédemment constituent des lignes directrices efficaces pour concevoir des composants en régime de couplage critique achromatique.

5.3 Etude de cas numérique

5.3.1 Considérations générales

À ce stade, il convient de souligner que le modèle présenté ci-dessus, à partir duquel les deux ensembles de conditions permettant d'obtenir des résonateurs achromatiques à couplage critique ont été établis, est relativement générique. En effet, sa seule hypothèse est que le couplage entre le résonateur et le guide d'accès à lieu sur une longueur finie non nulle entre deux guides d'ondes parallèles. En pratique, ce modèle peut donc être utilisé pour décrire la réponse spectrale d'une variété de systèmes comprenant des résonateurs en hippodrome couplés latéralement à un guide d'accès droit [6], des micro-disques ou des résonateurs en anneau couplés latéralement par « poulie » à des guides d'onde courbés [7], ou des résonateurs WGM couplés verticalement à leurs guide d'accès [8]–[11].

Nous allons à présent valider, au moyen d'une étude numérique menée sur des structures technologiquement réalisables, les avantages apportés par les conceptions précédemment développées. Le système que nous étudierons est le résonateur en hippodrome exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2. Celui-ci est couplé verticalement à son guide d'accès car cette architecture de couplage offre intrinsèquement la plus grande souplesse d'ingénierie, comme remarqué au chapitre 4. En effet, bien que, dans la suite, nous n'exploitions pas la totalité des possibilités offertes par cette géométrie, il est en principe possible de varier les matériaux constitutifs de chacun des guides d'ondes, changer leur section transversales dans les deux dimensions, ou encore modifier les positions verticales et latérales du résonateur et du guide l'un par rapport à l'autre afin de façonner les caractéristiques spectrales du

système complet. Notre étude numérique est effectuée en vue de circonscrire des conditions favorables au déclenchement de processus non-linéaires. Aussi les résultats seront-ils présentés en termes de puissance intra-cavité normalisée, $P_{int,N}(\lambda)$ définie comme $P_{int,N}(\lambda)=P_{int}(\lambda)/P_{max}(\lambda)$ où $P_{max}(\lambda)$ est le maximum de la puissance intra-cavité atteignable à la longueur d'onde considérée. Son expression est:

$$P_{max}(\lambda) = \frac{a(\lambda)^2 P_i(\lambda)}{(1-a(\lambda)^2)} \tag{5.34}$$

Comme l'a souligné l'introduction de ce chapitre, notre objectif est ici de concevoir des résonateurs couplés en régime critique sur la plus large gamme de longueurs d'ondes possible. Nous avons donc défini un critère destiné à quantifier cette bande passante de couplage critique : il s'agit de la plage spectrale sur laquelle $P_{int,N}(\lambda) > 80\%$. Cette définition a été retenue car elle peut être appliquée à n'importe quel système et la valeur de puissance intra-cavité limite peut être ajustée selon la contrainte imposée sur le couplage critique. Remarquons également que la dérivée seconde par rapport à la longueur d'onde de la fonction de mérite f pourrait être considérée comme une métrique alternative pour quantifier le couplage critique, mais ce paramètre ne serait significatif que pour les systèmes en régime de couplage critique achromatique (c'est-à-dire les systèmes vérifiant déjà l'équation (5.19a) ou (5.20)).

5.3.2 Dessin et caractéristiques du résonateur.

La géométrie du système que nous étudions est présentée sur les Fig. 5.1 et 5.3. Celui-ci se compose d'un résonateur rectangulaire arrondi aux angles (dont l'hippodrome est un cas particulier) situé au-dessus de son guide d'accès. Son périmètre total est fixé à 200π µm et le rayon des portions courbées formant les angles est fixé à 50 µm. La section transversale du guide d'onde du résonateur (voir la figure 5.3.a et la figure 5.5) est identique dans les portions droites et courbées. Nous la fixons ici à 1250 nm de large pour 500 nm de haut, conformément aux calculs établis au chapitre 3.

La forme particulière de la cavité a été choisie comme un moyen pratique de mettre en œuvre un résonateur à taux de pertes internes fixe et dont la longueur de couplage est variable, ceci en changeant la répartition spatiale des quatre sections droites du résonateur dont la longueur totale est de 100π µm (voir la figure 5.3 et 3.17 au chapitre 3). La région de couplage présente une longueur minimale lorsqu'elle se réduit à la zone de recouvrement entre les parties courbées du résonateur et le guide d'ondes d'accès (voir le diagramme inférieur de la figure 5.3a).

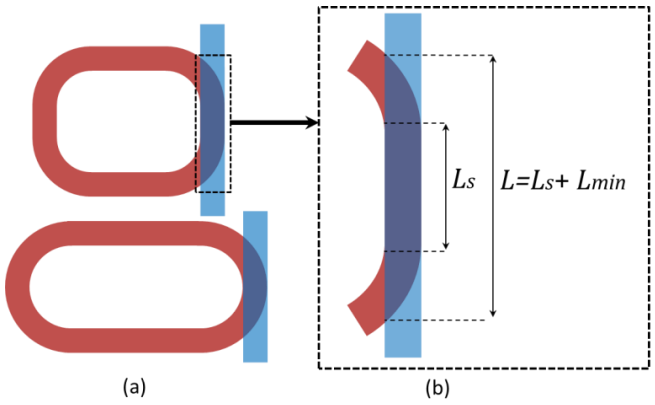


Fig. 5.3. Schéma représentant la géométrie des résonateurs rectangulaires arrondis aux angles (dont l'hippodrome est un cas particulier) couplés verticalement étudiés dans ce chapitre. (a) Déformation du résonateur permettant une variation de la longueur de couplage tout en maintenant un taux de pertes internes constant (b) Grossissement sur la longueur de couplage effective.

Selon les modèles validés expérimentalement des références [8]–[10], les résonateurs couplés verticalement à des guides d'ondes monomodes transverses peuvent être modélisés efficacement à

l'aide de la CMT, en considérant que la région de couplage est constituée de deux guides « slabs » parallèles et mono-dimensionnels (voir chapitre 4) dont la longueur L dépend des dimensions et des positions des guides considérés. En usant de considérations géométriques simples [12], pour des guides d'ondes alignés et centrés comme le représente la figure 5.3, on obtient :

$$L = L_s + L_{min} = L_s + 2\sqrt{\frac{w_g+w_{res}}{2}\left(2R - \frac{w_g+w_{res}}{2}\right)} \qquad (5.35)$$

Où R est le rayon externe du résonateur, w_{res} et w_g sont respectivement les largeurs du résonateur et du guide d'accès et L_s est la longueur de la portion droite du résonateur située au-dessus du guide d'accès. L_{min} est la longueur de couplage minimale qui intervient lorsque la région de couplage est limitée au recouvrement entre les parties courbées du résonateur et le guide d'accès (voir schéma inférieur de la figure 5.3a). Comme mentionné au chapitre 4, l'ensemble des intégrales de recouvrement de champs est calculé par intégration numérique monodimensionnelle selon l'axe vertical des profils de modes TE des guides de décomposition constitutifs (résonateur et guide d'accès) définis selon notre critère défini au chapitre 4 et dans [12]. Cette approximation monodimensionnelle sera bien entendu d'autant plus juste à mesure que les guides d'ondes considérés ressembleront à des slabs, c'est-à-dire seront étendus horizontalement.

Compte tenu du grand rayon de courbure considéré (50 µm), le taux de pertes internes du résonateur est supposée être dominé par les pertes dues à la diffusion engendrée par la rugosité des parois latérales des guides qui le constituent (voir chapitre 3). Le modèle de Payne-Lacey mis en place au chapitre 3 afin d'estimer la dépendance spectrale des pertes internes (voir fig.3.23), donne à une longueur d'onde de 1550 nm, un taux de pertes linéiques dues à la rugosité est $\alpha_L = 0{,}297 cm^{-1}$, ce qui correspond à un facteur de qualité intrinsèque $Q_i = 4{,}78.10^5$ (facteur de qualité du résonateur isolé, obtenu en implémentant l'équation (5.8) avec $|t| = 1$) et à un facteur de circulation $a = 99{,}01\%$. Ces valeurs sont cohérentes lorsqu'elles sont comparées avec les réalisations pratiques proposées dans la littérature [1], [3]. Enfin, à cette longueur d'onde, la variation spectrale du facteur de circulation est relativement faible étant donné que $\partial a^2(\lambda)/\partial\lambda = 2.6\ 10^{-6} nm^{-1}$.

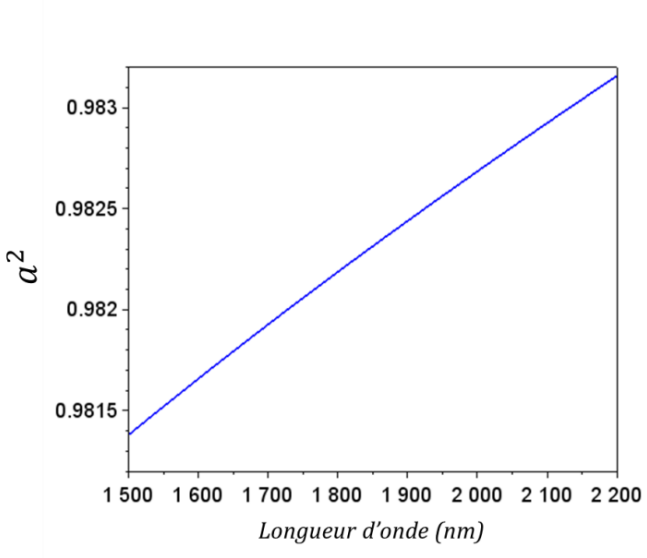


Fig. 5.4. Calcul des caractéristiques spectrales du facteur de circulation interne en intensité du résonateur, a^2.

5.3.3 Cas de référence (quasi-)accordé en phase.

Nous commencerons notre étude des résonateurs couplés avec une configuration considérée comme le cas de référence : lorsque les guides (d'accès et du résonateur) sont(quasi-)accordé en phase (QPM). Dans ce cas, la largeur du guide d'accès (définie ici à 1200 nm) et sa hauteur (définie ici à 452 nm)

sont choisies de telle sorte que le mode supporté présente le même indice effectif que le mode du résonateur, afin d'avoir $\widehat{\delta(\lambda)} = 0$. Dans notre cas, cette dernière condition n'est rencontrée qu'à une seule longueur d'onde (1550 nm), car l'environnement extérieur des deux guides d'ondes diffère (voir la figure 5.5) et, par conséquent, ce scénario n'est strictement parlant qu'une situation de quasi-accord de phase ($\Delta n_{eff}(\lambda)$<4.8 10^{-3} sur la plage spectrale d'intérêt). Néanmoins, pour une distance de séparation verticale de 200.00 nm, le rapport $\widehat{\delta(\lambda_0)}^2/K(\lambda_0) = 4{,}06.10^{-6}$ montre que les caractéristiques du coupleur sont clairement dominées par le terme de couplage *K* et le système peut alors être considéré comme accordé en phase.

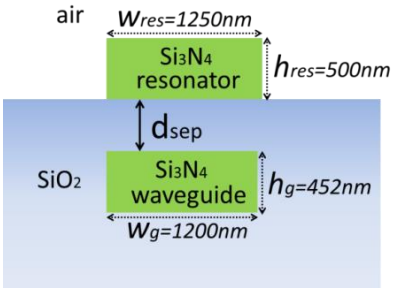


Fig. 5.5. Schéma représentant la section transversale de la zone de couplage de la structure (quasi-)accordée en phase.

Nous avons également vérifié que le guide d'accès soit monomode TE sur la plage spectrale d'intérêt. Celui-ci ne présente pas de mode guidé d'ordre vertical supérieur au fondamental et, comme le montre la figure 5.6, le mode TE_{10} n'est pas un mode guidé car son indice effectif est toujours inférieur à l'indice matériau de la gaine en SiO_2 sur la plage spectrale d'intérêt.

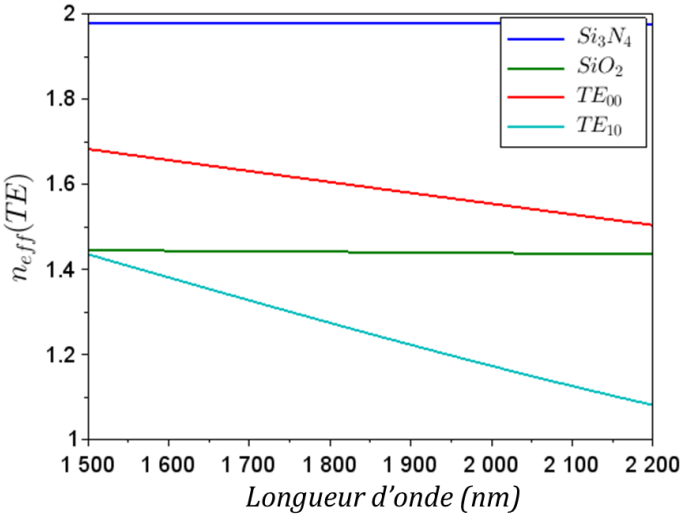


Fig. 5.6. Evolution en longueur d'onde des indices effectifs des modes TE_{00} et TE_{10} (courbes rouge et turquoise) du guide d'accès dans le cas PM. Les courbes bleue et verte marquent les indices matériaux du cœur et de la gaine (resp. Si_3N_4 et SiO_2).

La figure 5.7 représente sur une cartographie bidimensionnelle l'évolution du spectre de puissance intra-cavité normalisée en fonction de la longueur du coupleur (à partir d'une valeur proche de sa valeur minimale, L_{min}~22 µm) (voir équation (5.35)) et pour une séparation verticale entre le résonateur et le guide d'accès, d_{sep}, fixée à 200.00 nm. L'analyse de cette cartographie montre que les

conditions de couplage critiques (identifiables aux zones les plus claires sur la figure 5.7) se produisent pour plusieurs longueurs de couplage avec une périodicité de L_π (matérialisée par les régions noires) comme décrit par l'équation (5.20). En définissant l'ordre de couplage fondamental comme premier ordre de couplage critique $m_{min}{}^{\pm}$, tel que $L_{cc}(\lambda, m_{min}{}^{\pm}) > L_{min}$ (= 22 µm), on peut déterminer que $m_{min} = 2^-$ en observant que $L_\pi(\lambda_0$=1550 nm, d_{sep}=200.00 nm)= 12.18 µm. Comme en témoigne la forte courbure spectrale des zones lumineuses sur la Fig. 5.7, les conditions de couplage critique sont manifestement très chromatiques. C'est en effet toujours le cas pour les structures (quasi-)accordées en phase car la condition d'achromaticité de l'équation (5.22) ne peut être satisfaite dans ce cas (puisque $\partial K/\partial\lambda|_{\lambda=\lambda_0} > 0$) . En effet, l'évolution spectrale observée est une conséquence directe du fait que, selon l'équation (5.12), lorsque le désaccord de phase entre les guides (d'accès et du résonateur) est négligeable, alors l'évolution de L_π est entièrement régie par celle des coefficients de recouvrement modal ($\kappa_a(\lambda), \kappa_b(\lambda)$) or ces paramètres augmentent de façon monotone à mesure que le confinement modal diminue lorsque la longueur d'onde augmente. De plus, comme le montre la fig. 5.7, les zones claires s'inclinent de plus en plus à l'horizontale lorsque L augmente (à séparation verticale fixée entre le résonateur et son guide d'accès). Ceci montre que les solutions ayant un ordre de couplage critique $m^{\pm}$ plus élevé présentent une dépendance spectrale d'autant plus chromatique. Ce comportement peut aussi être déduit de l'équation (5.20), où l'influence de l'ordre de couplage, en tant que facteur multiplicatif, accentue la courbure spectrale de L_π.

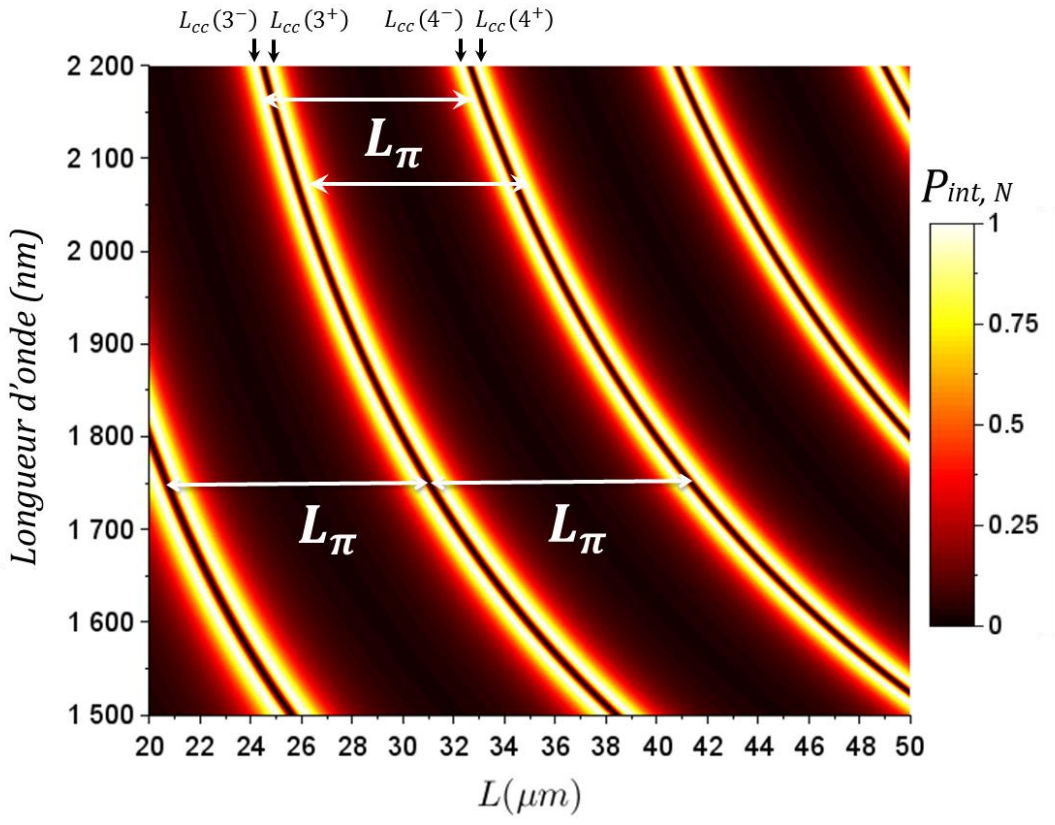


Fig. 5.7. Cartographie bidimensionnelle de la puissance intra cavité normalisée à une distance de séparation verticale d_{sep}=200 nm pour le résonateur et le guide d'accès (quasi-)accordés en phase de la figure 5.5.

Afin de mieux comprendre le comportement représenté sur la fig. 5.7 et sur les cartographies de spectres intra-cavité qui suivront, on peut se représenter la fig. 5.2 comme une coupe à longueur d'onde fixée de ces cartographies bidimensionnelles. Les régions claires correspondent donc aux

points d'intersection autour des multiples entiers de L_π et se répètent périodiquement le long de l'axe L correspondant à la longueur du coupleur en raison de l'oscillation de $|t(L)|^2$.

Dans la suite, nous limiterons donc notre étude aux ordres de couplage fondamentaux. La réponse spectrale obtenue pour ${m_{min}}^{\pm}$, représentée en rouge sur la Fig. 5.9, est donc la moins dépendante à la longueur d'onde, et sa bande passante achromatique est de 23 nm de largeur. Il convient de souligner à ce stade qu'en augmentant la séparation verticale entre le résonateur et le guide d'accès, c'est-à-dire en augmentant la valeur de $L_\pi(\lambda_0)$ via la diminution des $(\kappa_a(\lambda), \kappa_b(\lambda))$ avec la séparation (voir fig. 4.19), une longueur de couplage donnée (L_{min} par exemple) peut correspondre à plusieurs ordres de couplage critique. Cependant, notre évaluation numérique révèle que la dépendance spectrale de L_π à faible distance de séparation est moins importante et compense l'accroissement de la courbure induit par l'augmentation de l'ordre de couplage critique. Les largeurs de bandes passantes achromatiques ainsi obtenues sont alors presque identiques (de l'ordre de 30 nm), comme le montre la figure 5.8.

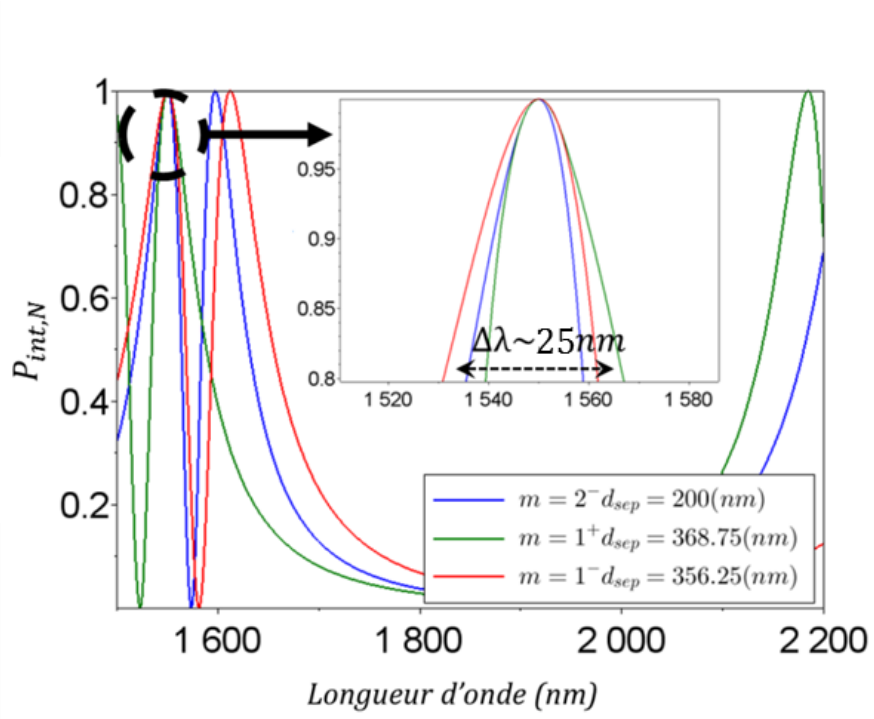


Fig. 5.8. Evolution de la puissance intra-cavité normalisée $P_{int,N}$ en fonction de la longueur d'onde pour différents ordres de couplage critique (1^-,1^+ et 2^-) et leur épaisseur de séparation, correspondant à une même longueur de couplage L_{min}~22 µm.

5.3.4 Cas désaccordés en phase.

Nous avons donc montré que les structures (quasi-)accordées en phase ne permettent pas d'obtenir des systèmes à couplage critique achromatique. Approfondissons à présent notre étude en explorant les opportunités offertes par l'utilisation de structures désaccordées en phase (PMM) pour augmenter la gamme spectrale de couplage critique. Notons que les structures PMM pourraient être utilisées pour réduire la bande passante critique lorsque les deux contributions spectrales de $L_\pi(\lambda)$ se renforcent mutuellement (i.e. ont des variations identiques) en augmentant la courbure des bandes de couplage, de la même manière que la réf. [13] exploite la courbure des bandes PM pour augmenter la sélectivité du filtrage dû au couplage critique. Nous chercherons ici l'effet inverse : réduire la sélectivité due à la courbure des bandes afin d'augmenter la bande passante critique.

5.3.4.1 *Où la longueur caractéristique du coupleur est achromatique.*

Pour cela, le guide d'accès est modifié tout en gardant le résonateur inchangé. La section transversale du guide d'accès a été dessinée pour obtenir un système dont la longueur caractéristique du coupleur est achromatique, de manière à satisfaire l'équation (5.26) (ou de manière équivalente (5.28)). Pour ce faire, étant donné que la variation spectrale de $K(\lambda)$ augmente lentement, le désaccord de phase $\widehat{\delta(\lambda)}^2$ doit être choisi de manière à présenter une dépendance en longueur d'onde opposée (voir la figure 5.10) sur la plus grande plage spectrale possible afin que les deux contributions spectrales de $L_\pi(\lambda)$ se compensent mutuellement. Cette condition est remplie pour une valeur particulière de la séparation verticale d_{sep} entre le résonateur et le guide d'accès. Comme le montre la Fig. 5.10, nous avons donc choisi la section transversale du guide d'accès telle que sa largeur soit de de 1700 nm et son épaisseur de 250 nm. La séparation verticale permettant de compenser la variation spectrale de $K(\lambda)$ par celle de $\widehat{\delta(\lambda)}^2$ est de 293,75 nm. Les figures 5.16 et 5.18 présentées dans la suite mettront en évidence cette valeur particulière de d_{sep}. Dans cette configuration, le guide d'accès est monomode TE sur la plage spectrale 1500-2200 nm (voir fig. 5.11) et, selon l'équation (5.35), la longueur minimale associée est L_{min}~24 µm.

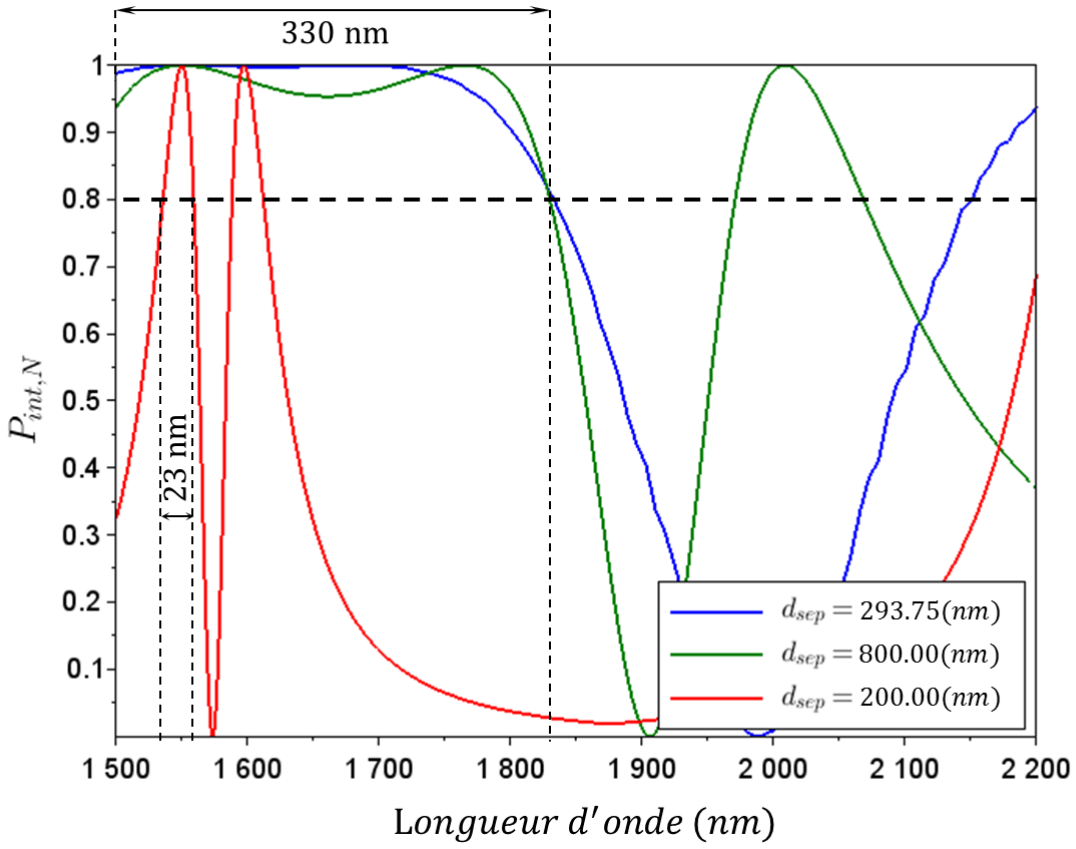


Fig. 5.9. Evolution de la puissance intra-cavité normalisée $P_{int,N}$ en fonction de la longueur d'onde dans (a) le cas PM (courbe rouge) avec d_{sep} = 200.00 nm et le cas PMM (b) à la distance de séparation verticale optimale du scenario 1 d_{sep} = 293.75 nm (courbe bleue), et (c) à la distance de séparation de coupure d_{sep} = 800.00nm (courbe verte), correspondant à la séparation optimale du scenario 2.

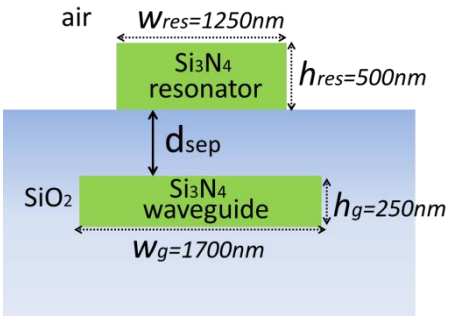


Fig. 5.10. Schéma représentant la section transversale de la zone de couplage de la structure désaccordée en phase.

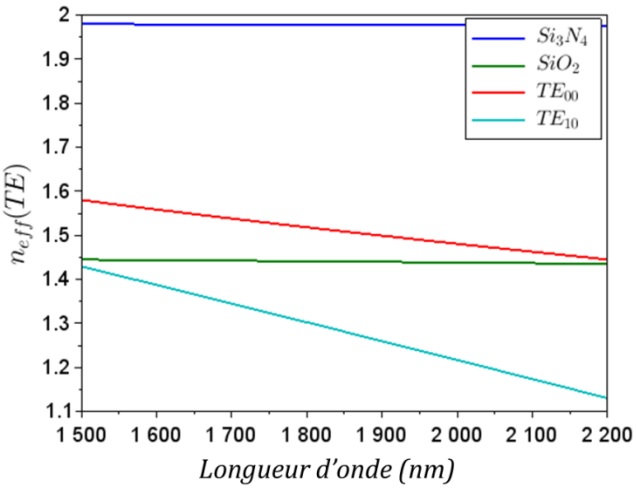


Fig. 5.11. Evolution en longueur d'onde des indices effectifs des modess TE_{00} et TE_{10} (courbes rouge et turquoise) du guide d'accès dans le cas PMM. Les courbes bleue et verte marquent les indices matériaux du cœur et de la gaine (resp. Si_3N_4 et SiO_2).

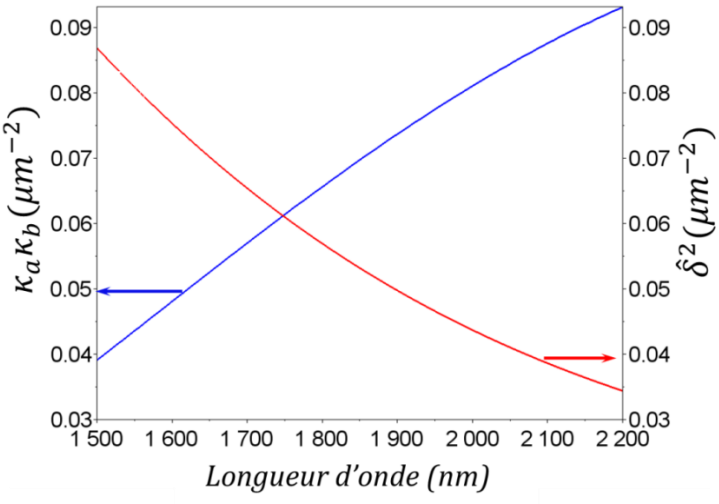


Fig. 5.12. Evolution de $\kappa_a\kappa_b(\lambda)$ et $\hat{\delta}^2(\lambda)$ dans le cas PMM à la distance de séparation verticale optimale d_{sep}=293.75 nm.

L'analyse de ce scénario PMM commence avec la représentation, sur la Fig. 5.13, du spectre de puissance intra-cavité normalisé en fonction de la longueur du coupleur pour la séparation verticale de 293,75 nm. L'interprétation de cette cartographie est similaire à celle du cas PM (figure 5.7) à l'exception du fait que, ici, la dépendance spectrale des conditions de couplage critiques est négligeable étant donné que les zones les plus claires sont presque verticales. Dans ces circonstances, le comportement achromatique du système résulte des caractéristiques achromatiques de la longueur caractéristique du coupleur attestées par les évolutions de $K(\lambda) = \kappa_a \kappa_b(\lambda)$ et $\hat{\delta}^2(\lambda)$ tracées sur la Fig. 5.12. En choisissant l'ordre de couplage fondamental ($m_{min}{}^{-}$=3 déduit du fait que L_{cc}=*24.4 μm* et L_π= *8.34μm*, et conduisant à x_0=*0.074* L_π), la réponse spectrale du dispositif, représentée sur la courbe bleue de la Fig. 5.9, atteste d'une bande passante achromatique dont la largeur spectrale est supérieure à 330 nm.

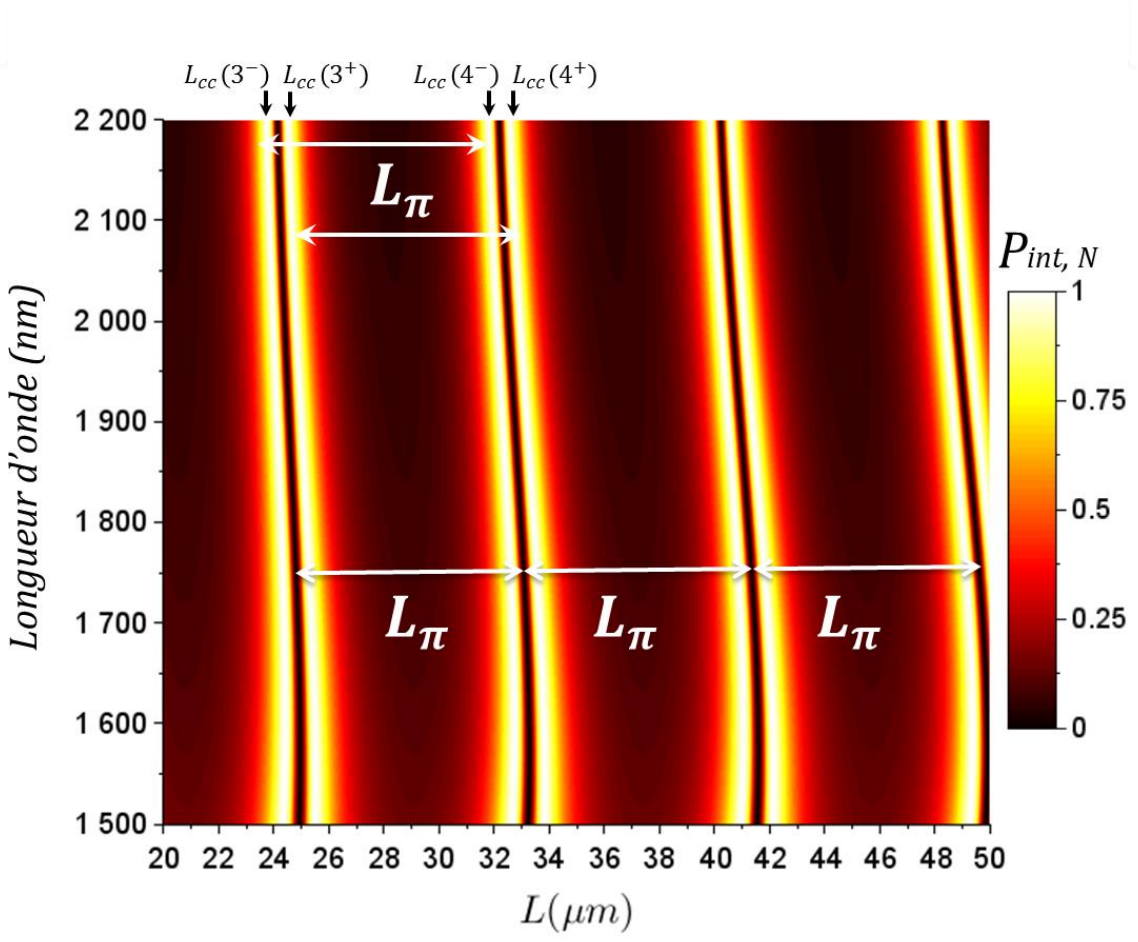


Fig. 5.13. Evolution de la puissance intra-cavité normalisée en fonction de la longueur du coupleur et de la longueur d'onde, dans le cas PMM, pour la distance optimale de séparation verticale (d_{sep} = 293.75nm). Ici, les ordres de couplage correspondent à m = 3,4,5.

Nous avons représenté en fonction de la longueur d'onde, sur la figure 5.14, l'évolution conjointe de la puissance intracavité normalisée $P_{int,N}$(courbe magenta), de l'enveloppe inférieure de la transmission T_{res-} (courbe bleue) et du facteur de qualité total Q (courbe noire) d'une part (fig. 5.14a), et d'autre part du facteur de transmission mono-passage en intensité du coupleur $|t|^2$(courbe rouge) et de la cavité a^2 (courbe bleue)(fig. 5.14b), afin de mettre en évidence la concordance, lorsque le couplage critique est atteint, de valeurs particulières pour ces cinq paramètres dans le cas où L_π est achromatique et $L = L_{min}$. Tout d'abord, la limite maximale du facteur de qualité est imposée par le facteur de qualité intrinsèque correspondant à un résonateur isolé et dénué de guides d'accès c'est-à-dire exempt de

pertes externes (pertes par couplage). Comme mentionné précédemment, les valeurs de Q_i (représentées par la courbe en pointillés rouges) sont obtenues en implémentant l'équation (5.8) avec$|t| = 1$, c'est-à-dire sans couplage entre le guide et la cavité. Ainsi, comme annoncé en introduction, nous voyons que le couplage critique fait correspondre en longueur d'onde les valeurs maximales de puissance intracavité ($P_{int,N} = 1$) aux annulations de la fonction de transfert T_{res-} (pour un système monomode) et à l'égalité de $|t|^2$ et a^2. A ces longueurs d'ondes critiques (marquées par les flèches verticales en pointillés noirs à 1540 nm et 1700 nm), le facteur de qualité total Q prend également des valeurs particulières puisqu'il est égal à la moitié du facteur de qualité intrinsèque (voir fin du chapitre 3). Ainsi, au couplage critique, le facteur de qualité du résonateur n'est pas maximal (il est égal à $Q_c = Q_i/2$ représenté par la courbe rouge en trait plein avec $Q_c(1550\,nm)\sim 2{,}5.10^5$) mais la puissance intra-cavité l'est. C'est pourquoi il est intéressant de mettre en regard ces différents paramètres afin de pouvoir évaluer l'évolution spectrale des performances des dispositifs mis en œuvre.

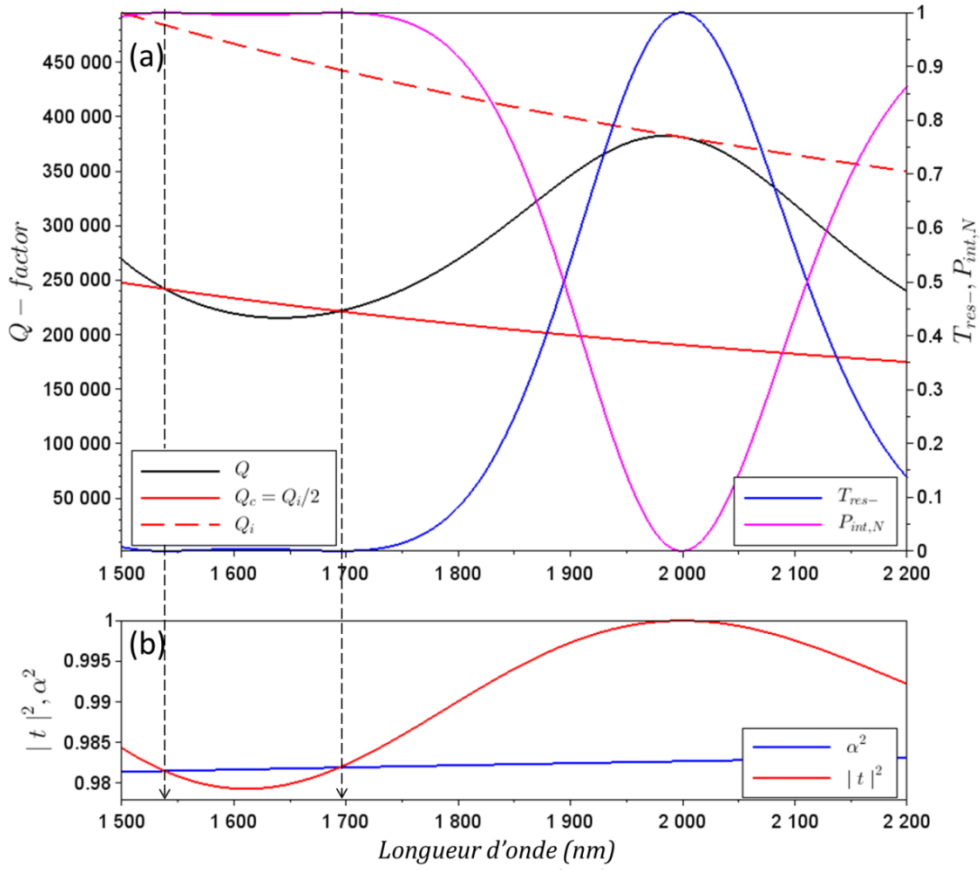


Fig. 5.14. Evolution en fonction de la longueur d'onde (a) de la puissance intracavité normalisée $P_{int,N}$(courbe magenta) de l'enveloppe inférieure de la transmission T_{res-} (courbe bleue) et des facteurs de qualité : total Q (courbe noire), intrinsèque Q_i (pointillés rouges) et critique Q_c(courbe rouge) (b) du facteur de transmission mono-passage en intensité du coupleur $|t|^2$(courbe rouge) et de la cavité a^2 (courbe bleue), dans le cas du scenario L_π achromatique. Les occurrences de couplage critique sont signalées par les flèches verticales en pointillés noirs à 1540 nm et 1700 nm.

5.3.4.2 *Où l'efficacité de couplage est achromatique.*

Comme suggéré dans la section théorique de ce chapitre, le passage du scénario où la longueur caractéristique L_π du coupleur est achromatique au cas où l'efficacité de couplage F est achromatique

peut être réalisé en accordant l'amplitude F des oscillations du transfert de puissance de sorte que le minimum des oscillations spatiales de $|t|^2$ deviennent tangent à a^2 (voir figure 5.2, courbe verte) tout en laissant inchangées les sections transversales du résonateur et du guide d'ondes d'accès. Etant donné que F est une fonction décroissante de d_{sep} (voir équations (5.16) et (5.12)), cela se produit lorsque d_{sep} augmente à 800,00 nm, épaisseur au-delà de laquelle l'équation (5.19a) n'a plus de solutions car le système fonctionne dans un régime profondément sous-couplé (une quantité négligeable de puissance est injectée dans le résonateur). Le comportement général du système est clairement modifié par cette augmentation de la séparation entre le résonateur et les guides d'accès, de 293,75 nm (figure 5.13) à 800,00 nm (figure 5.15). Dans le cas où la séparation est de 800,00 nm, de larges régions de couplage critiques peuvent encore être trouvées (zones claires à L~27 µm et 38 µm) bien que la longueur caractéristique du coupleur présente une forte dépendance en longueur d'onde (comme l'attestent les régions obliques noires de la figure 5.15). Pour une longueur d'onde de 1550 nm, les points correspondant à la condition de couplage critique peuvent être observés à mi-chemin entre les courbes associées aux multiples ordres de L_π (régions noires) selon la règle établie par l'équation (5.20). L'étude numérique de ce scénario révèle toutefois que l'équation (5.33) n'est pas strictement satisfaite: comme le montre la fig. 5.16, la quantité $\left.\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$ n'est pas nulle mais sa plus petite valeur sur la gamme de variation de d_{sep} est bien atteinte à l'épaisseur de coupure d_{sep} = 800,00 nm (tandis que la valeur de $\left.\frac{\partial L_\pi}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$ s'annule exactement en d_{sep} = 293,75 nm). Les larges régions de couplage critiques observées sur la Fig. 5.15 trouvent leur origine dans ce minimum de chromaticité de F. Pour L=27.94 µm, étant donné que L_π=11.17 µm, on trouve l'ordre de couplage fondamental $m_{min}^{\pm} = 3$. La réponse spectrale du dispositif associée à ce scenario est représentée en vert sur la Fig. 5.9 et atteste d'une bande passante quasi-achromatique dont la largeur spectrale est supérieure à 330 nm.

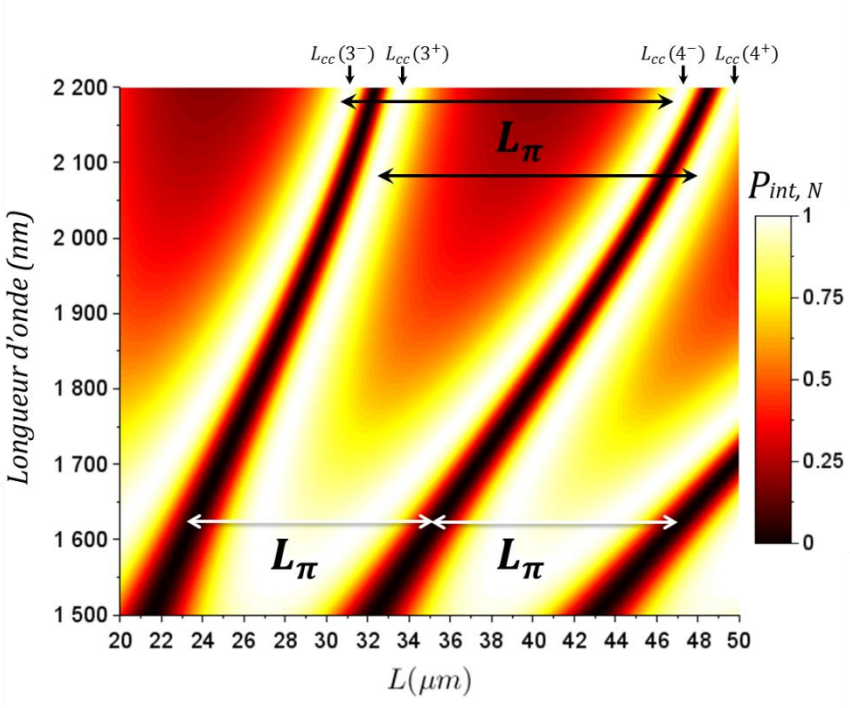


Fig. 5.15. Evolution de la puissance intra-cavité normalisée en fonction de la longueur du coupleur et de la longueur d'onde, dans le cas PMM, à la séparation verticale correspondant à la coupure (d_{sep} = 800,00nm).

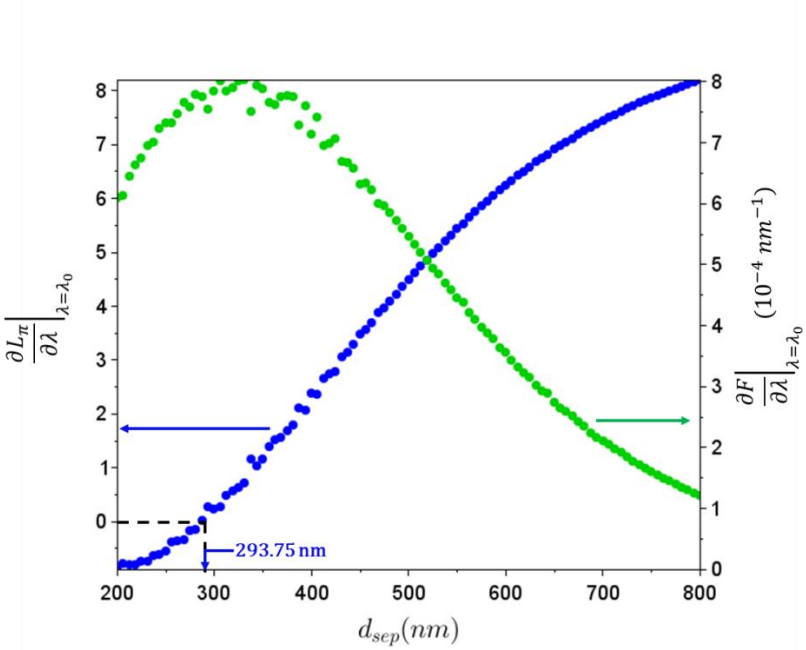


Fig. 5.16. Evolution de la chromaticité de la longueur caractéristique L_π (points bleus) et de l'efficacité de couplage *F* (points verts) en fonction de l'épaisseur de séparation verticale $d_{sep.}$ Si le premier scenario est bien achromatique comme l'atteste l'annulation de $\left.\frac{\partial L_\pi}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$ en d_{sep} = 293,75 nm, le second pourra être qualifié de quasi-achromatique étant donné que $\left.\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$ atteint sa valeur minimale en d_{sep} = 800,00 nm sans s'annuler.

A nouveau, nous avons représenté en fonction de la longueur d'onde , sur la figure 5.17, l'évolution conjointe de la puissance intracavité normalisée$P_{int,N}$(courbe magenta), de l'enveloppe inférieure de la transmission T_{res-} (courbe bleue) et du facteur de qualité total Q (courbe noire) d'une part (fig. 5.14a), et d'autre part du facteur de transmission mono-passage en intensité du coupleur $|t|^2$(courbe rouge) et de la cavité a^2 (courbe bleue)(fig. 5.14b) dans le cas où *F* est achromatique et $L = L_{min}$. Il y a cette fois trois longueurs d'ondes différentes de couplage critique (marquées par les flèches verticales en pointillés noirs à 1550 nm, 1750 nm et 2000 nm) et la valeur $Q_c(1550\,nm) \sim 2{,}5.10^5$ ne change pas par rapport au précédent scenario étant donné que celle-ci est fixée par le facteur de qualité intrinsèque qui ne dépend que de la cavité seule.

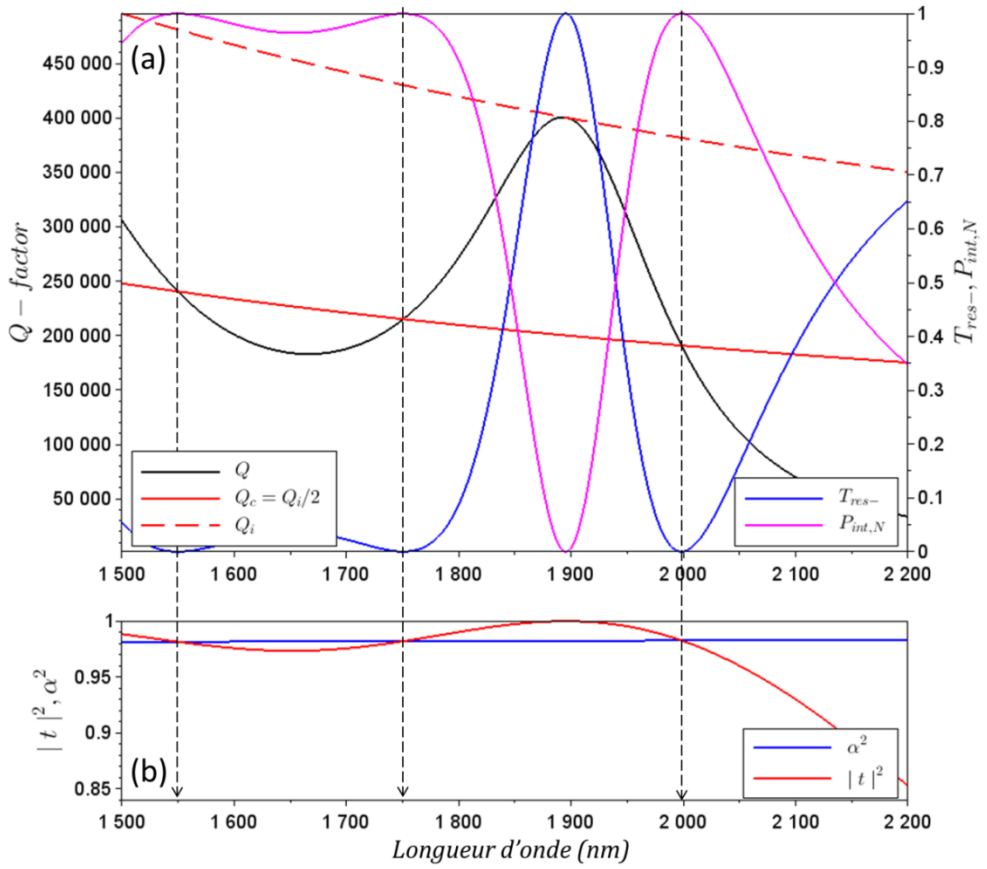


Fig. 5.17. Evolution en fonction de la longueur d'onde (a) de la puissance intracavité normalisée $P_{int,N}$(courbe magenta) de l'enveloppe inférieure de la transmission T_{res-} (courbe bleue) et des facteurs de qualité : total Q (courbe noire), intrinsèque Q_i (pointillés rouges) et critique Q_c(courbe rouge) (b) du facteur de transmission mono-passage en intensité du coupleur $|t|^2$(courbe rouge) et de la cavité a^2 (courbe bleue), dans le cas du scenario *F* achromatique. Les occurrences de couplage critique sont signalées par les flèches verticales en pointillés noirs à 1550 nm, 1750 nm et 2000 nm.

5.3.4.3 *Etude de la stabilité et de la tolérance des structures à couplage critique achromatique*

Nous avons donc proposé deux structures permettant d'obtenir des résonateurs à couplage critique achromatique ou quasi-achromatiques en forme d'hippodromes exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2. Etudions à présent la stabilité de ces systèmes ainsi que la tolérance de fabrication permise par les paramètres mis en jeu, afin d'évaluer leur faisabilité technologique. Tout d'abord, nous représentons sur la figure Fig. 5.18a l'évolution du spectre de puissance intra-cavité normalisée, en fonction de la séparation verticale entre le résonateur et le guide d'accès, pour une structure dont la longueur du coupleur est fixée à la longueur de couplage critique d'ordre $m_{min}{}^{\pm} = 3$. Les variations de la longueur de couplage critique sélectionnée sont représentées sur la Fig. 5.18b. Les résultats tracés sur la figure 5.18a prouvent, par la position des zones les plus claires, que le couplage critique large bande ne se produit qu'à deux valeurs de séparation verticale spécifiques (293,75 nm et 800,00 nm) correspondant respectivement au scénario où L_π est achromatique et à celui où F est achromatique, comme souligné précédemment. L'ajustement de d_{sep} ~ 300 nm correspond essentiellement à accorder la longueur d'onde centrale du régime de couplage critique et ne produit qu'un changement mineur sur la bande passante achromatique. Notons que les deux dessins à couplage critique achromatique exigent que l'épaisseur de séparation soit contrôlée avec une précision assez contraignante mais technologiquement

réalisable de 10 nm afin de maintenir la bande passante de couplage critique supérieure à 80% de sa valeur optimale. Comparons ces résultats au cas QPM, où la bande passante de couplage critique de 23 nm peut être maintenue sur une plage de variation de d_{sep} de 100 nm. Si cette valeur de tolérance suggère que les structures QPM font preuve d'une plus grande souplesse dans leur fabrication, il convient de remarquer, via la Fig. 5.18a, que dans le cas PMM étudié, la bande passante de couplage critique est toujours au moins deux fois supérieure à celle du cas QPM sur toute la plage de d_{sep} étudiée, s'étendant sur 600 nm.

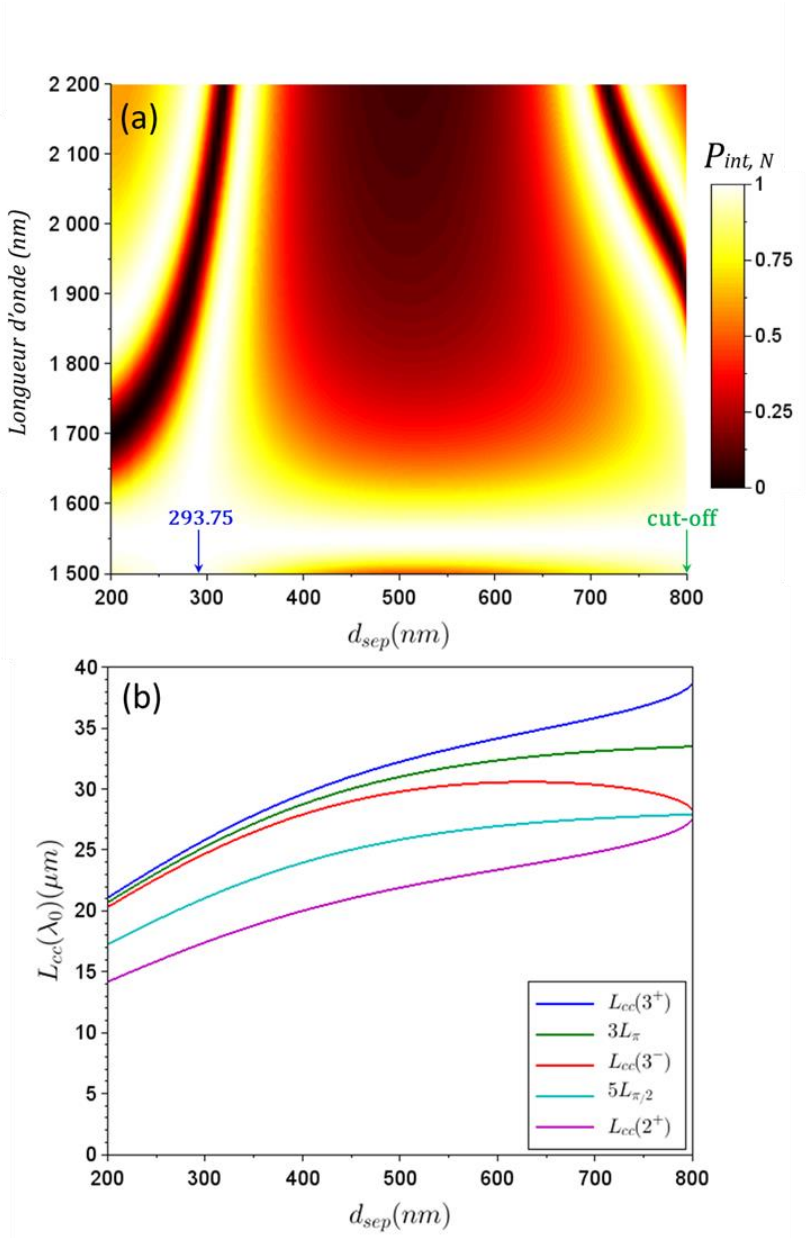


Fig. 5.18. (a) Evolution de la puissance intra-cavité normalisée en fonction de l'épaisseur de séparation d_{sep} et de la longueur d'onde, dans le cas PMM, pour l'ordre de couplage critique $m=3^+$. (b) Evolution des longueurs de couplage critique correspondantes et des multiples des longueurs caractéristiques du coupleur en fonction de l'épaisseur de séparation d_{sep}.

Continuons cette analyse de stabilité en étudiant l'influence du désaccord de phase choisi entre le résonateur et le guide d'accès sur le reste de la conception, ainsi que l'impact de ce paramètre sur les performances atteignables. Dans la situation où L_π est achromatique, comme le montre la Fig. 5.19 a, lorsque l'épaisseur h_g du guide d'accès diminue, le désaccord de phase augmente (de $\Delta n_{eff}= 3{,}13\ 10^{-2}$

à 14,5 10^{-2}) et la bande passante sur laquelle L_π peut être rendue insensible à la longueur d'onde s'étend. Il y a donc élargissement de la bande passante achromatique-critique du système. Ainsi, la limite maximale de la bande passante est indirectement fixée d'une part par le fait que la distance de séparation doit être réduite linéairement, comme l'illustre la courbe bleue de la Fig. 5.19b et d'autre part par la longueur d'onde de coupure du mode TE se propageant dans le guide d'accès, associée à une épaisseur limite du guide. Dans le cas où F est achromatique (voir la figure 5.20), le choix d'un désaccord de phase réduit (correspondant à une augmentation de l'épaisseur du guide d'onde d'accès h_g) implique une plus grande épaisseur de séparation, comme le montre la courbe bleue de la Fig. 5.20b et réduit la bande passante critique quasi-achromatique. Ici encore, les facteurs limitants sont la distance de séparation entre le guide et le résonateur ainsi que la longueur de couplage critique correspondante

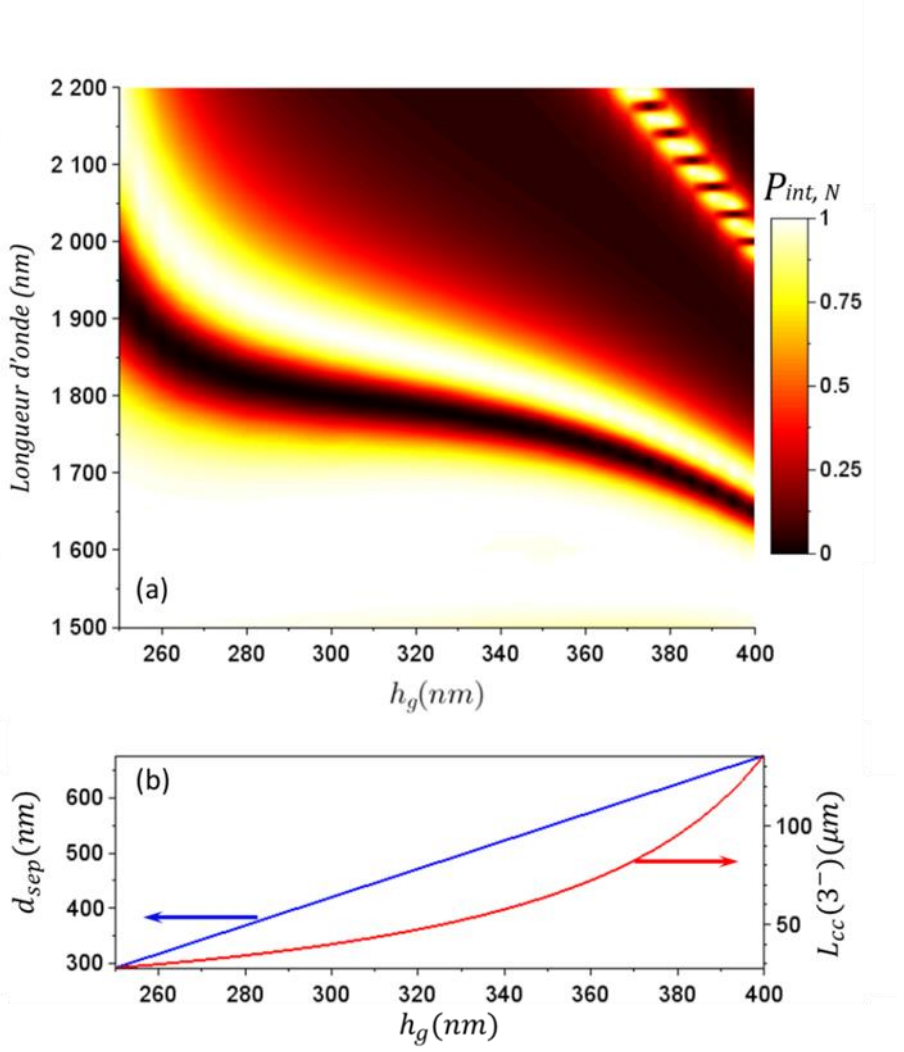


Fig. 5.19. (a) Evolution du spectre de puissance intra-cavité normalisée, en fonction de l'épaisseur du guide d'accès h_g (entrainant une variation de $\hat{\delta}^2$) dans le cas où L_π est achromatique. (b) : Evolution de la distance de séparation à laquelle se produit le scénario où L_π est achromatique (courbe bleue) et de la longueur de couplage critique correspondante (courbe rouge) en fonction de l'épaisseur du guide d'accès h_g.

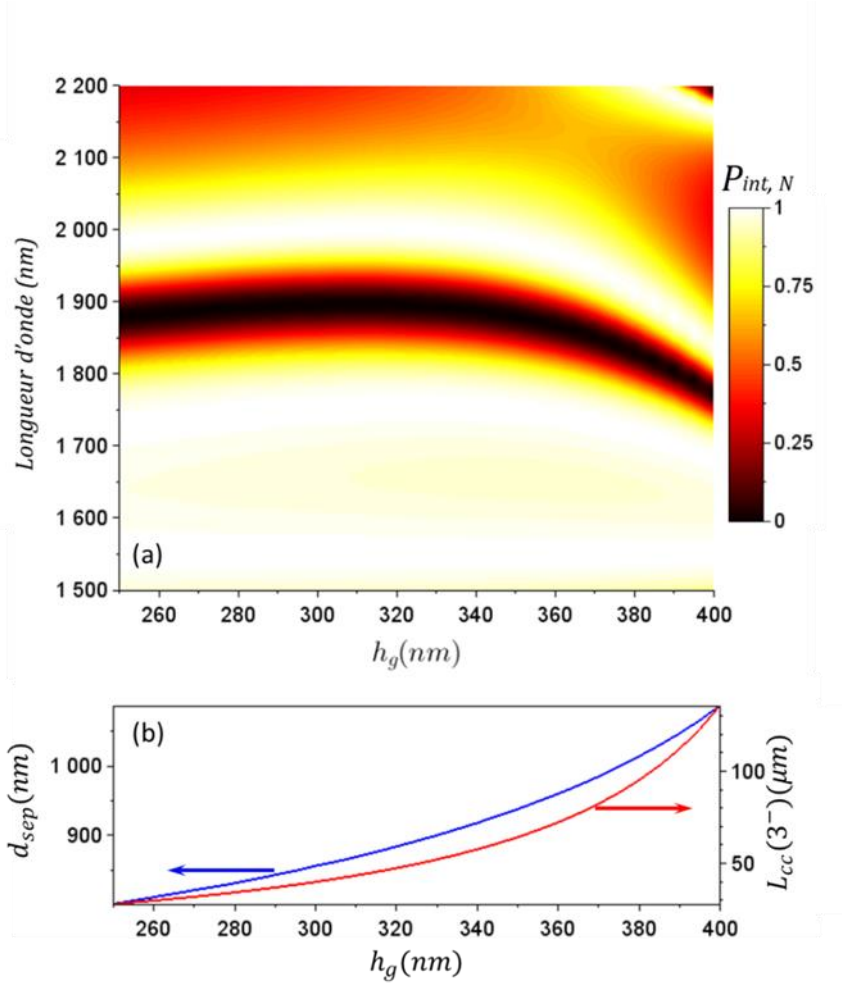


Fig. 5.20. (a) Evolution du spectre de puissance intra-cavité normalisée, en fonction de l'épaisseur du guide d'accès h_g (entrainant une variation de $\hat{\delta}^2$) dans le cas où F est achromatique. (b) : Evolution de la distance de séparation à laquelle se produit le scénario où F est achromatique (courbe bleue) et de la longueur de couplage critique correspondante (courbe rouge) en fonction de l'épaisseur du guide d'accès h_g.

Lorsque le taux de pertes moyen augmente, la quantité $2a(\lambda)\frac{\partial a(\lambda)}{\partial \lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_0}$ de l'équation (5.22) est de moins en moins négligeable. Comme mentionné précédemment, cela a pour effet d'aboutir à ce que l'équation (5.22) soit satisfaite par une compensation entre la dépendance spectrale des pertes internes à la cavité, de $L_\pi$et de F. Afin d'illustrer cette influence de l'augmentation des pertes, nous avons tracé la cartographie de la puissance intracavité normalisée en fonction de la longueur d'onde et de la distance de séparation verticale pour un résonateur identique au précédent mais présentant une rugosité $\sigma_{rms} = 10\,nm$. Le résultat, présenté sur la figure 5.21a, fait apparaître deux caractéristiques, la première consistant à élargir selon d_{sep} les zones de couplage critique. Nous voyons en effet que la région située autour de d_{sep} = 293.75 nm est toujours présente (la condition d'achromaticité de L_π reste inchangée car la géométrie du coupleur est la même) mais la tolérance en épaisseur verticale a augmenté : des bandes passantes critiques de l'ordre de 300 nm sont atteignables pour des épaisseurs entre 250 nm et 293.75 nm. Évidemment, les facteurs de qualités associés sont largement réduits.

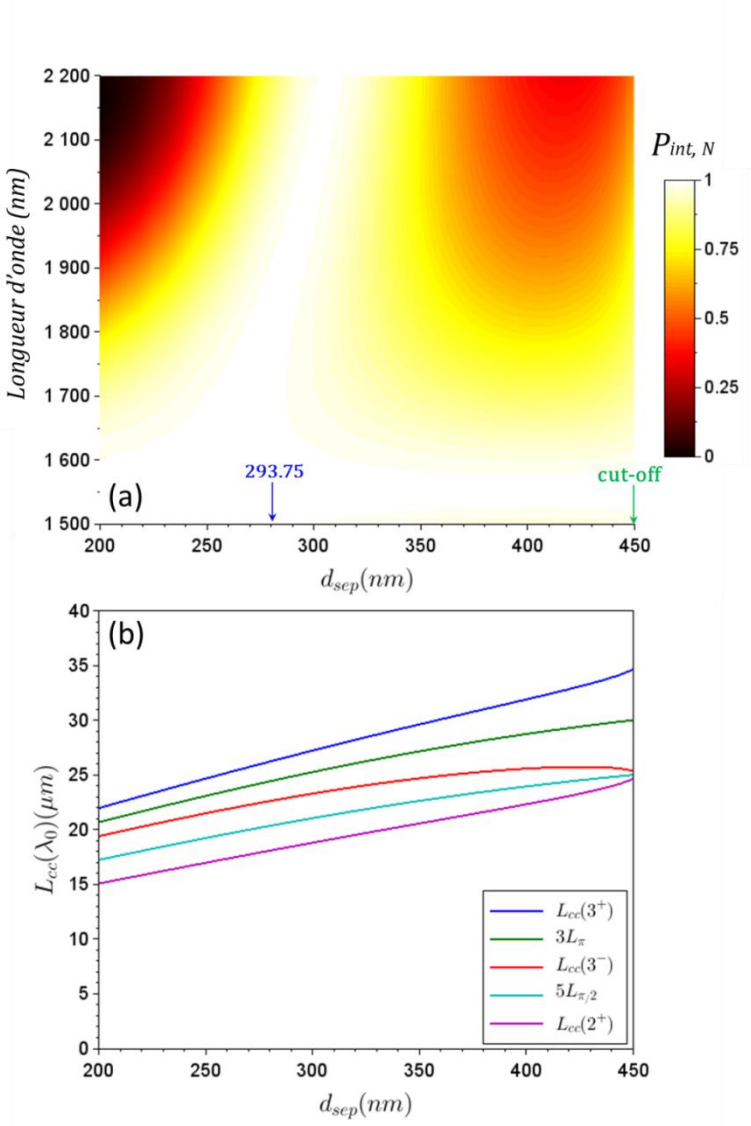


Fig. 5.21. (a) Evolution de la puissance intra-cavité normalisée en fonction de l'épaisseur de séparation d_{sep} et de la longueur d'onde, dans le cas PMM, pour l'ordre de couplage critique $m=3^+$ et avec une rugosité augmentée à $\sigma_{rms} = 10\ nm$. (b) Evolution des longueurs de couplage critique correspondantes et des multiples des longueurs caractéristiques du coupleur en fonction de l'épaisseur de séparation d_{sep}.

La figure 5.22a, qui représente une coupe de la cartographie bidimensionnelle faite à une longueur correspondant à l'ordre de couplage fondamental, montre une diminution d'un ordre de grandeur $Q_i(\lambda_0) = 4{,}3.10^4$. L'augmentation de la tolérance est imputable à la compensation évoquée précédemment entre les variations spectrales des pertes internes et de la longueur caractéristique du coupleur, ayant pour effet d'imposer une condition moins drastique sur l'équation (5.22). La seconde caractéristique de l'augmentation du taux de pertes moyen consiste, comme prévu, à réduire l'épaisseur de coupure. En effet, augmenter les pertes revient à diminuer le facteur de circulation a dans la cavité c'est-à-dire à abaisser la courbe noire sur la figure 5.2. Comme le représente la figure 5.22b, $a^2(\lambda_0) = 0{,}81$. Ainsi, dans ce cas l'épaisseur de coupure est de 450 nm (voir fig. 5.21a).

Étant donné que la géométrie du coupleur est restée inchangée et que l'augmentation des pertes résulte en un élargissement des zones critiques, la cartographie 5.21a peut être interprétée comme une troncature à d_{sep}=450 nm de la figure 5.18a élargie. C'est la raison pour laquelle la condition d'achromaticité de F est moins bonne dans ce cas : $\left.\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$ n'est pas minimisé à l'épaisseur de coupure

sur la plage d_{sep}=200-450 nm (voir fig. 5.16). En conséquence, nous pouvons voir (fig. 5.21a) que la bande passante critique à d_{sep}=450 nm est inférieure à celle obtenue pour d_{sep}=200 nm, ce qui montre que le second scénario d'achromaticité est plus sensible à l'influence du taux de pertes que le premier et sera préférentiellement utilisé dans le cas de résonateurs à forts facteurs de qualité intrinsèques.

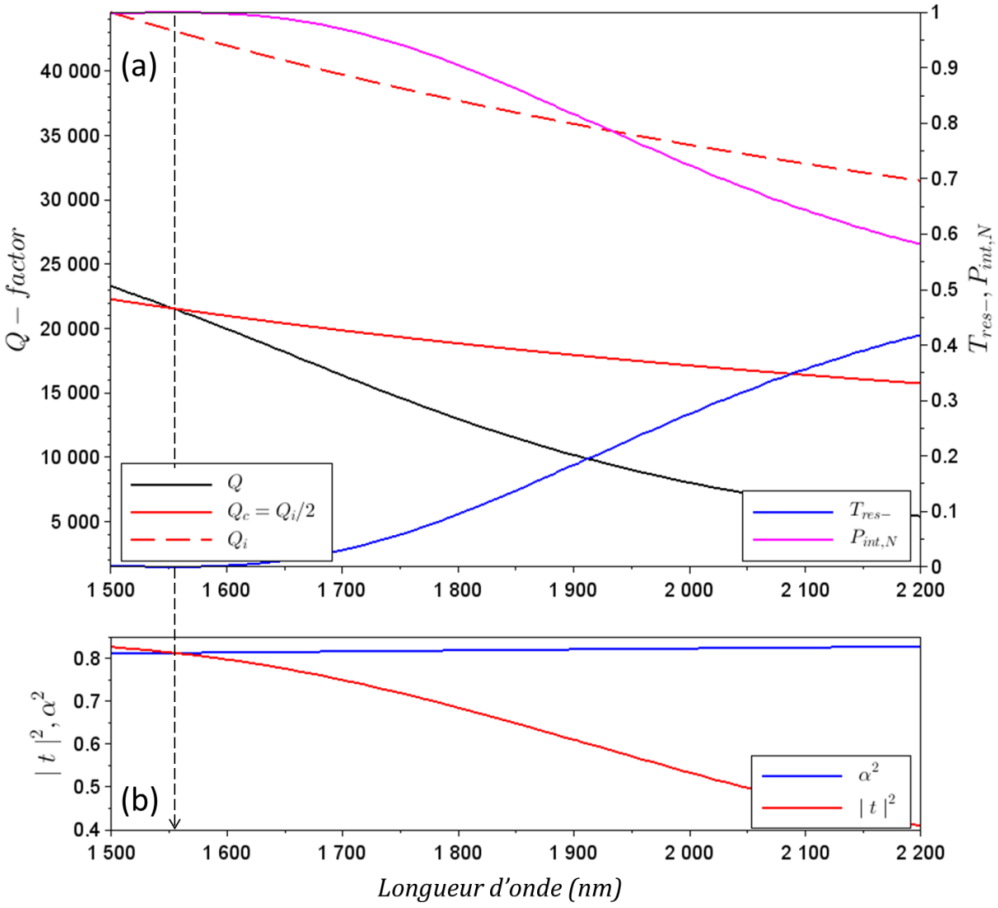


Fig. 5.22. Evolution en fonction de la longueur d'onde (a) de la puissance intracavité normalisée $P_{int,N}$ (courbe magenta) de l'enveloppe inférieure de la transmission T_{res-} (courbe bleue) et des facteurs de qualité : total Q (courbe noire), intrinsèque Q_i (pointillés rouges) et critique Q_c (courbe rouge) (b) du facteur de transmission mono-passage en intensité du coupleur $|t|^2$(courbe rouge) et de la cavité a^2 (courbe bleue), pour d_{sep} = 293.75 nm et $\sigma_{rms} = 10\ nm$. Le couplage critique est signalé par la flèche verticale en pointillés noirs à 1550 nm.

5.4 Résumé des résultats obtenus sur le couplage critique achromatique.

Nous avons donc établi théoriquement deux ensembles de conditions favorables à l'obtention de résonateurs à modes de galerie dont le régime de couplage critique s'étend sur une large plage spectrale de l'ordre de 330 nm. Typiquement, nous avons implémenté une architecture dans laquelle le guide d'accès et le résonateur ont des constantes de propagation différentes. Ce désaccord de phase permet de concevoir un coupleur présentant soit une longueur caractéristique L_π achromatique soit, lorsque les pertes internes sont suffisamment faibles ($a \sim |t| \sim 1$), une efficacité de couplage F achromatique. Dans les micro-résonateurs l'exaltation du champ (ou « power enhancement factor », en anglais, noté *PEF*) peut s'exprimer, au couplage critique (et dans l'approximation valable ici $a = |t| \sim 1$), comme [5], [14], [15]:

$$PEF = \frac{A_2(0)}{A_1(0)} \propto \frac{Q}{m} \tag{5.36}$$

Or les figures 5.14 et 5.17 montrent que les facteurs de qualité à la longueur d'onde de pompe sont identiques pour les deux scénarii ($Q_c \sim 2{,}5.10^5$), qui auront donc, au couplage critique, des *PEF* identiques de l'ordre de $PEF \propto \frac{2{,}5.10^5.1{,}55}{1{,}67.200\pi} = 370$. Etant donné que le premier scénario est réalisé à une épaisseur de séparation inférieure à celle du second scénario (i.e. $F_1 > F_2$ où F est l'efficacité de couplage) on pourrait s'attendre à obtenir de meilleures performances globales dans le premier cas, qui permet de coupler davantage de puissance dans la cavité lorsque $L = L_{\pi/2}$. Il convient donc de souligner que les deux scenarii présentent *in fine* des puissances intracavité identiques. Ce résultat légèrement contre-intuitif met en évidence le fait qu'au couplage critique, le taux de puissance à injecter dans le résonateur est, en dernière analyse, fixé par le taux de pertes internes de la cavité (c'est le sens de l'éq. (5.13)) et cet ajustement est réalisé via la longueur du coupleur. Etant donné que ces développements théoriques ont été effectués au moyen d'un modèle générique basé sur la description universelle des caractéristiques du système et d'un traitement de type CMT de la région de couplage, considérée comme un coupleur directionnel, notre modèle pourrait donc être appliqué, en pratique, à divers types de composants optiques. Notre étude numérique paramétrique de résonateurs en forme d'hippodromes couplés verticalement et exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2 a, du reste, montré que les architectures critiques-achromatiques proposées sont technologiquement réalisables et permettent d'élargir la bande passante de couplage critique d'un ordre de grandeur par rapport à un système plus couramment rencontré dont les guides seraient (quasi -) accordés en phase.

5.5 Application du modèle aux disques AlGaAs/AlOx

5.5.1 Comparaison aux résultats expérimentaux

Le modèle précédemment établi exploite donc la largeur à mi-hauteur des fonctions $P_{int,N}$ ou T_{res-} pour calculer le facteur de qualité du résonateur. Cette largeur à mi-hauteur (voir éq. (5.8)), dépend des paramètres a et $|t|$ qui sont respectivement reliés aux pertes internes et aux pertes externes. Le premier est, comme nous l'avons vu au chapitre 3, la somme de différentes contributions, de sorte que :

$$a = exp(-\frac{1}{2}\sum_i \alpha_{Li} L_i) \tag{5.37}$$

où α_{Li} représente l'une des contributions de pertes linéiques et L_i la longueur qui lui est associée (longueur sur laquelle le champ subit ces pertes). Ainsi dans un disque AlGaAs/AlOx :

$$a = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\alpha_{slab}(L_R - L) + \alpha_{rug} L_R + \alpha_{courb} L_R\right)\right] \tag{5.38}$$

Le champ subit en effet les pertes par fuites vers le slab sur une distance $(L_R - L)$ correspondant à la portion du disque située hors de la zone de couplage, tandis que les pertes dues à la rugosité et à la courbure ont lieu sur toute la cavité de longueur L_R. Les pertes externes, quant à elles, ne surviennent que dans le coupleur, c'est-à-dire sur une longueur L. Elles sont prises en compte intrinsèquement dans le calcul de $|t(L)|$. Grâce aux simulations des pertes réalisées au chapitre 3 et au modèle établi au début de ce chapitre, nous avons donc pu calculer les variations théoriques des facteurs de qualité des disques en fonction de plusieurs paramètres, notamment la longueur du coupleur et la longueur d'onde, comme le représente la figure 5.24, pour un disque AlGaAs/AlOx de 75 µm de diamètre. Comme le montre la figure 5.23, qui est une image au microscope de la rugosité du flanc d'un disque vu du dessus, nous avons pu mesurer que les variations *rms* de la rugosité à implémenter dans nos simulations sont de l'ordre de $\sigma_{rms} = 20\ nm$. Du reste nous avons estimé la longueur de corrélation à $L_c = 500\ nm$, valeur cohérente avec la taille du spot d'insolation laser (400x800 nm) utilisé lors de la lithographie.

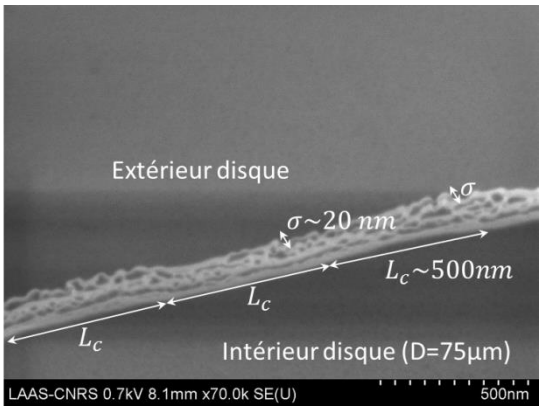


Fig. 5.23. image au microscope de la rugosité du flanc d'un disque vu du dessus

Comme précédemment, cette cartographie bidimensionnelle fait apparaître des variations périodiques du facteur de qualité en fonction de la longueur du coupleur, caractéristiques de l'échange de puissance oscillant défini précédemment et révèle la longueur de battement L_π (voir fig. 5.25)

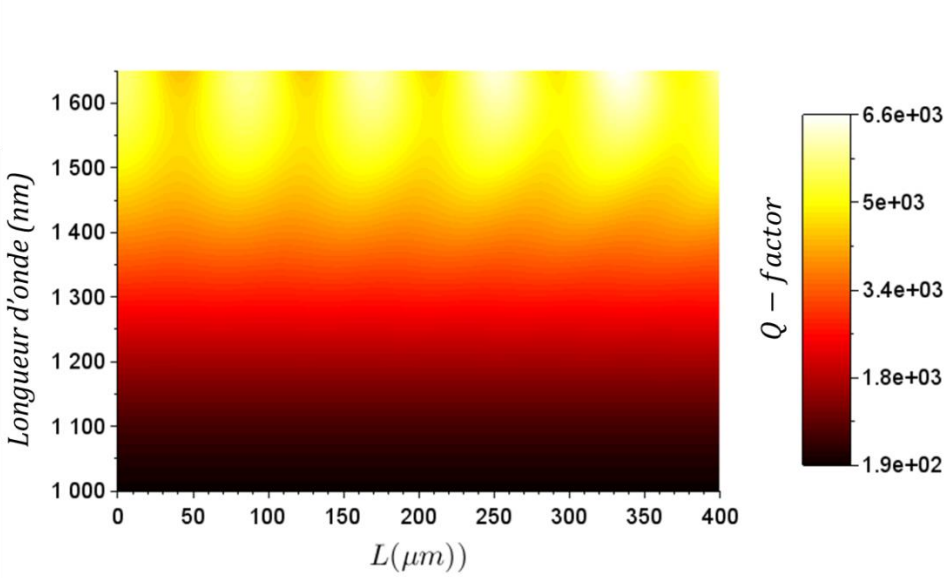


Fig. 5.24. Evolution du facteur de qualité total Q d'un disque AlGaAs/AlOx de 75 µm de diamètre en fonction de la longueur du coupleur et de la longueur d'onde.

Nous avons donc pu comparer les résultats expérimentaux à ceux prédits par notre modèle. En pratique, les variations de la longueur d'onde de pompe du laser sont bien moins importantes que celles obtenues sur la longueur du coupleur, définie via l'alignement des masques de lithographie lors de la fabrication. Afin d'évaluer les performances de nos dispositifs, il sera donc intéressant d'utiliser notre modèle à longueur d'onde fixée en faisant varier la longueur du coupleur. Une coupe de la cartographie précédente à λ=1605 nm (longueur d'onde utilisée lors des caractérisations présentées au chapitre 1) fait apparaître la figure 5.25, qui représente l'évolution des facteurs de qualité intrinsèque (courbe rouge), critique (pointillés rouges), et total (courbe bleue) en fonction de la longueur du coupleur. Nous observons tout d'abord que le facteur de qualité intrinsèque Q_i (et donc Q_c) augmente avec la longueur du coupleur. Dans un cas classique, le facteur de qualité intrinsèque, qui ne correspond qu'aux pertes internes à la cavité, devrait être indépendant de la longueur du coupleur qui est typiquement liée aux pertes externes. Cependant, dans le cas de nos micro-disques, le facteur de circulation (5.38) est une fonction de la longueur du coupleur à travers sa principale contribution, sous

la forme du facteur de circulation lié aux pertes par fuites vers le slab ($a_{slab} = exp\left[-\frac{1}{2}\alpha_{slab}(L_R - L)\right]$).

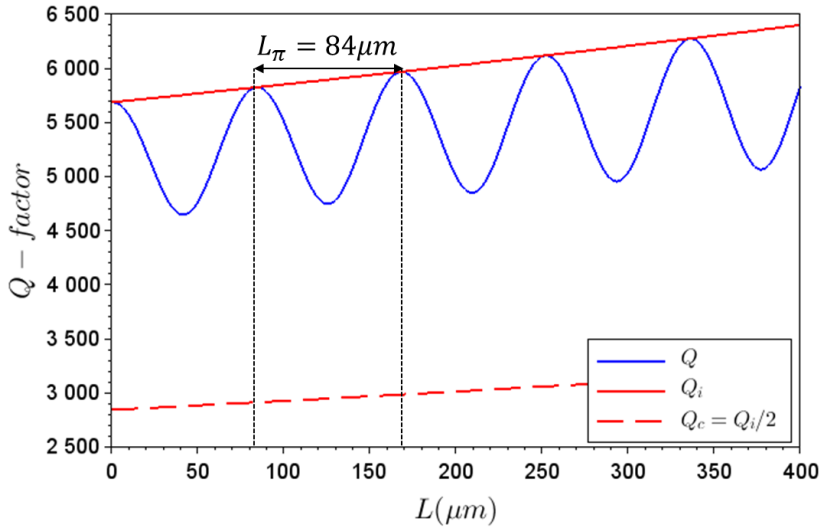


Fig. 5.25. Evolution des facteurs de qualité intrinsèque (courbe rouge), critique (pointillés rouges), et total (courbe bleue) d'un disque AlGaAs/AlOx de 75 µm de diamètre en fonction de la longueur du coupleur à λ=1605 nm.

En effet, pour un disque la longueur L du coupleur est définie par la longueur de la zone de recouvrement entre le disque et le guide d'accès,

$$L = 2\sqrt{(W - X_0)(2R + X_0 - W)} \tag{5.39}$$

Toute augmentation de cette distance se traduit, à diamètre fixé, par une réduction de la portion $L_R - L$ de circonférence du disque située au-dessus du slab. Il en résulte une diminution des pertes internes avec L i.e. une augmentation du facteur de qualité intrinsèque.

Nous rappelons ici que, bien que dépendantes de la longueur du coupleur, nous classons les fuites vers le slab dans la catégorie des pertes internes étant donné que, comme mentionné au chapitre 3, ce mécanisme irréversible dû à l'étalement latéral du champ dans le milieu à fuite se différencie de l'interaction de couplage définie au chapitre 4, qui se caractérise par un échange périodique de puissance et par la conservation du confinement latéral du champ dans le coupleur. Cette oscillation se retrouve sur le facteur de qualité total (où L_π, distance entre deux crêtes, peut être mesurée à 84 µm sur la fig. 5.25) et nous voyons que le résonateur opère majoritairement en régime sous-couplé étant donné que l'oscillation du facteur de qualité total prend des valeurs telles que $Q > Q_c$. Cela signifie que la cavité est dominée par ses pertes internes.

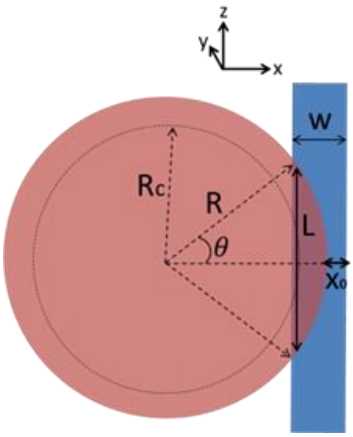


Fig. 5.26. Schéma d'un micro-disque de rayon *R* couplé verticalement à son guide d'accès de largeur *w*. Changer le décalage latéral X_0 revient à changer la longueur du coupleur *L*.

Les données expérimentales collectées (présentées dans le tableau 5.1) ont permis d'évaluer les facteurs de qualité et le contraste des résonances en réalisant, pour chaque diamètre de disque allant de 75 µm à 300 µm, un fit Lorentzien des résonances obtenues sur une plage spectrale fixée entre 1600 nm et 1610 nm. Pour cela, les données sont préalablement filtrées numériquement afin d'extraire le signal utile en éliminant les oscillations hautes fréquences dues aux résonances Fabry-Pérot du guide d'accès. L'ensemble des largeurs à mi-hauteur est ensuite moyenné et l'incertitude sur cette mesure est représentée par l'écart-type de la série statistique. Etant donné qu'un décalage du masque de lithographie entraîne une incertitude sur l'alignement des différents éléments, les longueurs de couplage correspondantes ont été mesurées au microscope optique (en mesurant sur la Fig. 1.8 la longueur de la corde entre les points interceptant le disque (en bleu) et la zone oxydée supérieure (en jaune)) pour deux séries distinctes de disques, puis un fit de ces données au moyen de l'expression (5.39) nous a permis d'évaluer la longueur de coupleur nominale (représentée sur la figure 5.27) sur une gamme de diamètre s'étendant de 10 à 400 µm à partir de laquelle les simulation des valeurs théoriques des facteur de qualité seront effectués. La largeur de l'ouverture d'oxyde ayant été mesurée à W = 5,3 µm, notre paramètre de fit concerne uniquement le décalage latéral et nous avons donc choisi $X_0 = 1{,}6$ µm.

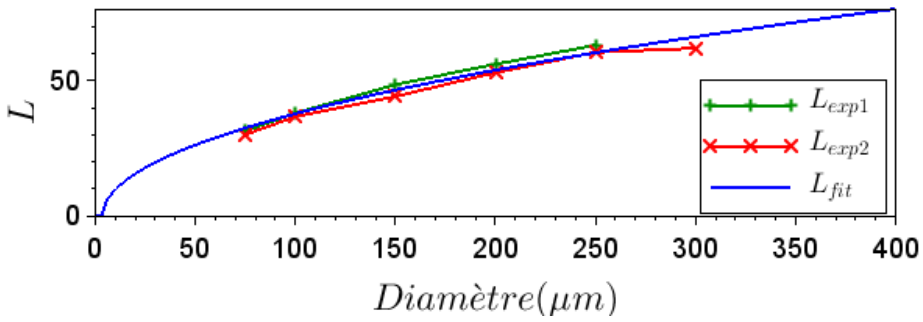


Fig. 5.27. Évolution de la longueur de coupleur en fonction du diamètre des disques. En vert et en rouge sont représentées les données mesurées expérimentalement. La courbe bleue correspond aux valeurs nominales obtenues par fit.

Diamètre (μm)	**L_{fit}** (μm)	**Q_{exp}**	**Contraste**
75	32,53	3792±204	0,467±0,084
100	37,75	702±133	0,227±0,016
150	46,54	5841±1380	0,273±0,036
200	53,88	5845±1301	0,375±0,181
250	60,35	6703±2934	0,389±0,129
300	66,21	6260±481	0,363±0,1

Tableau. 5.1. Longueurs de coupleur nominales, facteurs de qualité et contrastes mesurés expérimentalement pour différents diamètres de micro-disques.

Les figures 5.28 (a) et (b) représentent la comparaison des résultats obtenus avec notre modèle aux données expérimentales. Rappelons pour commencer que nous ne disposons ici que d'un nombre restreint de points expérimentaux : les mesures ont été réalisées pour six diamètres de disques différents sur un même échantillon et les relevés effectués pour D = 100 μm semblent aberrants en raison de leur nette diminution par rapport aux résultats obtenus pour les autres diamètres. En 5.28a, nous voyons tout d'abord que l'ordre de grandeur des facteurs de qualités théoriques (courbe bleue) est cohérent avec les mesures (croix rouges). La tendance globale d'augmentation du facteur de qualité théorique total avec le rayon peut s'expliquer de la manière suivante. Comme mentionné précédemment et comme le rappelle la figure 5.28c (où l'on voit que $Q_{ext}>Q_{int}$), nos résonateurs opèrent en régime sous-couplé. C'est donc le facteur de qualité interne qui limite le comportement de la cavité. Or celui-ci évolue avec ses deux contributions principales qui sont la rugosité et les pertes vers le slab (voir équation (3.16) et fig (3.26) au chapitre 3), comme : $Q_i \propto \frac{Q_{rug}Q_{slab}}{Q_{rug}+Q_{slab}} \propto R^x$ où $x > 0$ et *R* est le rayon du disque. Ceci explique l'évolution lente et quasi-linéaire du facteur de qualité pour nos disques de grand diamètre. En 5.28b, nous voyons tout d'abord que, les valeurs de contraste théoriques (calculées au moyen de l'équation (5.10) et de son équivalent pour l'enveloppe supérieure) présentent un maximum pour un diamètre de 100 μm, correspondant à la différence minimale entre Q_{int} et Q_{ext} observée sur la fig. 5.28c. En effet, lorsque $Q_{int} = Q_{ext}$, le résonateur est en régime de couplage critique et le contraste est optimal c'est-à-dire égal à 1. Ce maximum de contraste est cohérent avec le fait que les résonateurs de 100 μm de diamètre présentent la longueur de coupleur la plus proche de $L_{\pi/2} = 42\ \mu m$, qui, comme le montre la figure 5.25, permet aux cavités sous-couplées d'opérer dans un régime qui soit le plus proche possible du couplage critique. Ainsi, étant donné que l'augmentation du diamètre des disques correspond à une augmentation de la longueur de coupleur (à L_π constant, puisque dans ce modèle monodimensionnel seul le profil vertical, indépendant du diamètre des disques, est pris en compte dans la CMT), il apparait que les grands disques subissent un couplage défavorable dû au fait que la longueur de coupleur se rapproche de $L_\pi = 84\ \mu m$. Ce comportement ne se retrouve pas sur les mesures expérimentales qui, là encore, présentent des incertitudes importantes. Globalement, notre modèle permet de saisir qualitativement les performances des résonateurs fabriqués en produisant des valeurs théoriques cohérentes avec les données expérimentales. Ces résultats sont encourageants compte tenu du fait que nous n'avons à notre disposition qu'un faible nombre de points expérimentaux entachés d'une importante incertitude.

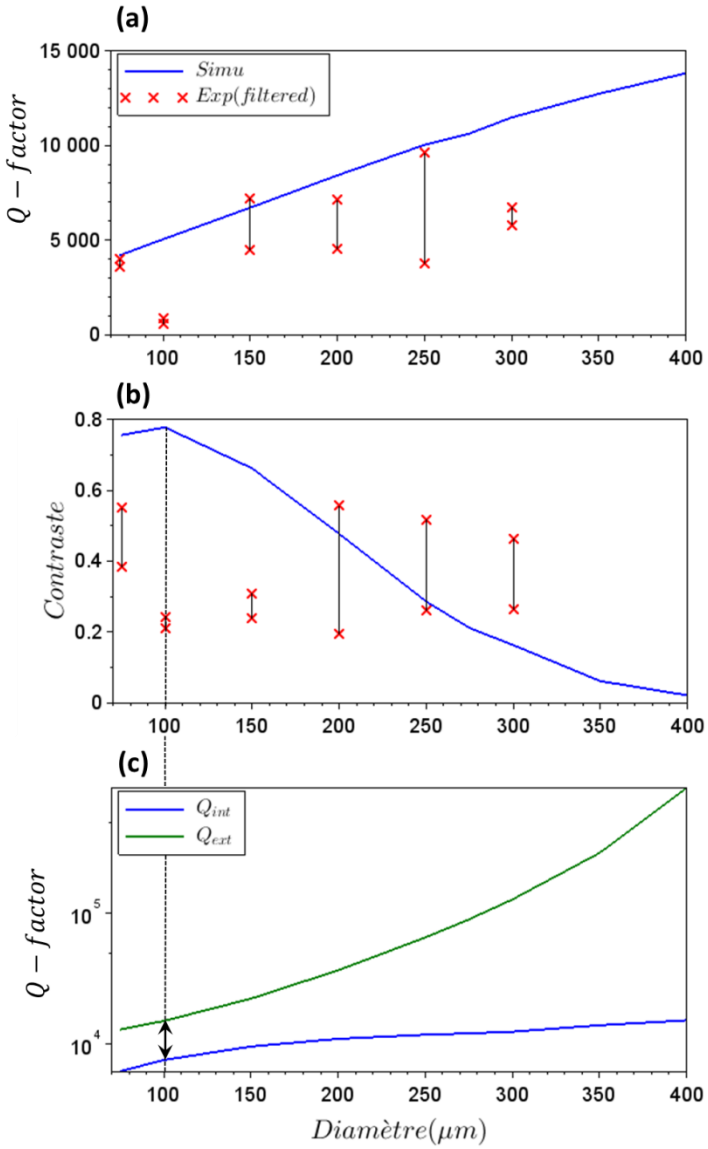


Fig. 5.28. Évolution (a) du facteur de qualité total (b) du contraste de la transmission en fonction du diamètre des disques. En (a) et (b), la courbe bleue correspond aux valeurs nominales obtenues à partir du fit de la longueur de coupleur présenté en fig. 5.27 et les croix rouges à l'incertitude sur les mesures expérimentales. (c) Variations des valeurs nominales des facteurs de qualité interne (courbe bleue) et externe (courbe verte) en fonction du diamètre des disques.

Les performances de notre modèle se révèlent finalement être à l'état de l'art étant donné que ce type de décalage théorie expérience est également rencontré dans la littérature, en particulier avec les mesures de faible contraste [8], [10]. Il semble être intrinsèque à l'utilisation d'un modèle monomode pour simuler un composant multimode et pourrait provenir du fait que le modèle ne tient pas compte des nombreux modes radiaux du micro-disque dont les enveloppes se recouvrent mutuellement en produisant un effet de moyenne. Ces différentes familles de modes sont en effet difficilement discriminables expérimentalement. De plus, nous suspectons que l'empilement multicouche complexe de nos composants AlGaAs / AlOx donne lieu à l'apparition d'un troisième mode dans la zone centrale du coupleur, confiné verticalement par les couches d'AlAs et latéralement par l'AlOx. Ce mode serait mis en évidence par la forme du supermode délocalisé représenté sur la figure 4.15. Le coupleur simulé comme constitué de deux guides monomodes serait en fait composé de trois guides (les deux cœurs en GaAs et la zone centrale entre les couches AlAs/AlOx) dont les deux extrêmes sont

multimodes latéralement (slab et disque). Enfin, Comme mentionné précédemment, ce type de modèle ne prend pas en compte les variations de L_π avec le diamètre des disques. Ainsi, une voie d'évolution de ce modèle consisterait à inclure dans le calcul des intégrales de recouvrement l'influence du profil de modes latéral, conjointement à l'utilisation d'un désaccord de phase bidimensionnel.

5.5.2 Proposition d'amélioration des performances obtenues

Nous avons vu au chapitre 3 que le principal facteur de pertes était dû, aux grandes longueurs d'ondes, à la présence du guide slab sous le disque. Pour limiter ces pertes, il serait donc souhaitable de supprimer ce guide mais sa présence est intrinsèque à notre approche (voir chapitre 1). Dans le domaine des réseaux de diffraction, le couplage d'un mode guidé vers un mode dont l'amplitude s'étale spatialement (un mode diffracté vers l'extérieur) est généralement traité par la CMT dans l'approximation des enveloppes lentement variables en ne retenant que les coefficients de couplage au premier ordre [16], [17]. La perte du guidage, caractéristique du couplage vers les modes à fuite, est un problème analogue. Remarquons également que cette façon de traiter le problème est formellement identique aux méthodes mises en œuvre en mécanique quantique dans le cas des perturbations dépendant du temps [18]. Le désaccord δ sur les constantes de propagation effectives en optique est l'analogue du « detuning » fréquentiel en mécanique quantique et la variable temporelle *t* l'analogue de la variable spatiale *z* dans les guides d'ondes.

Ainsi, les systèmes d'équations différentielles (4.12) et (4.16) peuvent être découplés en considérant l'amplitude du champ dans le résonateur comme pratiquement constante lors de sa propagation [7], [17]. L'amplitude du champ transmis du résonateur vers le guide slab prend alors typiquement la forme d'un sinus cardinal carré dont l'argument est proportionnel au désaccord de phase, de sorte que les pertes par fuite puissent s'écrire comme :

$$\alpha_{slab} \propto |\kappa_{21}|^2 sinc^2(\delta z) \tag{5.40}$$

Où *z* est la longueur sur laquelle s'exercent les pertes.

Il est important de noter que dans cette approximation, les résultats obtenus divergent pour les grandes longueurs de couplage (resp. les temps longs pour les transitions optiques en MQ) car l'hypothèse de base ne permet pas de prédire le caractère oscillant des amplitudes des champs couplés. La formule (5.40) permet néanmoins de donner la ligne directrice à suivre pour réduire les pertes par fuite vers le slab. Connaissant la forme de la fonction $sinc^2(\delta z)$, nous voyons qu'une augmentation du désaccord δ permettra de réduire les pertes. Une solution pour résoudre le problème consiste donc à faire en sorte que l'indice effectif du slab se rapproche de celui des couches de confinement verticales (donc diminue pour s'éloigner de celui du disque, afin de limiter les effets de la présence du milieu à fuite) et ceci sans modifier l'indice dans la zone non-oxydée afin de maintenir un taux de couplage constant. Avec des structures conventionelles de guides d'onde comme celles utilisées jusqu'ici, cette approche revient à vouloir exploiter des guides d'accès présentant un fort contraste d'indice latéral. Cela se traduirait par des guides dont l'ouverture d'oxyde est de faible largeur et qui s'avèrent incompatibles avec une réalisation pratique (du fait que seules des ouvertures d'oxyde de largeur $w > 1\ \mu m$ peuvent être faites de façon contrôlée). La solution que nous avons retenue pour une validation expérimentale consiste à utiliser un guide d'accès double cœur (GaAs/$Al_{0,976}Ga_{0,024}As$ ou AlOx/GaAs – voir fig. 5.29).

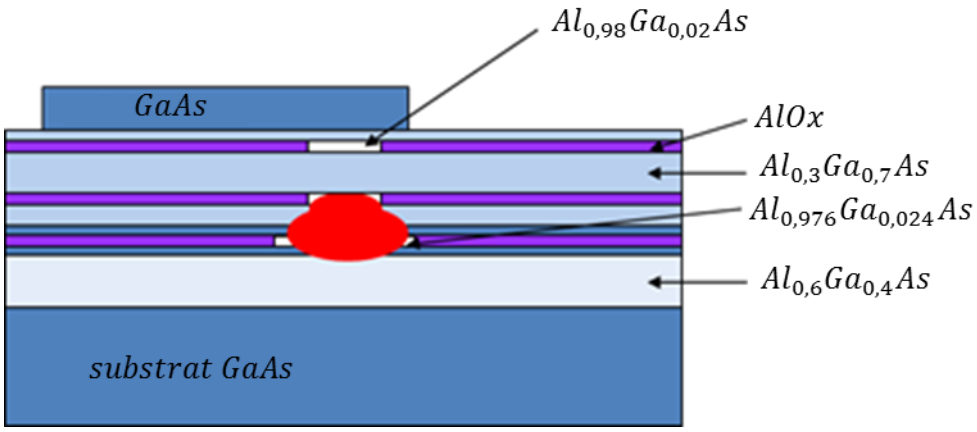


Fig. 5.29: Vue en coupe d'un résonateur à guide d'accès double cœur, avec en rouge une représentation schématique du profil de mode optique dans la zone de couplage.

Comme schématisé en fig. 5.29, la composition de la couche centrale du slab est choisie telle que son oxydation sera moins étendue latéralement que celle qui contrôle le mode d'accès (car la vitesse de progression du front d'oxyde est reliée à la teneur en aluminium des couches d'AlGaAs). Ainsi le guide d'accès reste à faible contraste d'indice (et donc fabriquable) et le slab (au cœur oxydé) sous le micro-disque peut présenter un indice effectif réduit permettant de réduire les pertes. Etant donné qu'une évaluation monodimensionnelle (verticale) des intégrales des recouvrement et des constantes de propagations mis en jeu ne peut rendre compte de l'étalement latéral du champ dans le slab, nous avons choisi d'utiliser le logiciel Wgms3d pour simuler les performances de cette nouvelle structure double-cœur. L'implémentation de couches à la fois d'$Al_{0,976}Ga_{0,024}As$ (couche centrale du guides d'accès) et d'$Al_{0,98}Ga_{0,02}As$ (couches supérieures de confinement) sous Wgms3d permet donc de rester dans les réalités techniques de la fabrication de ces guides. La fig. 5.30 illustre la conception du double cœur et présente des simulations permettant de déterminer la position optimale de la couche centrale d'AlOx (ou d'AlAs dans la zone de couplage). Ces calculs, qui ont été réalisés en faisant varier l'épaisseur supérieure du double cœur tout en maintenant constant l'indice effectif vertical de l'empilement représenté, font apparaître un optimum pour une épaisseur supérieure de 350 nm. Ils montrent que les coefficients de qualité (excluant les pertes de rugosité et les pertes externes) associés peuvent atteindre des valeurs proches de 10^7 (courbe rose, fig. 5.30c) et correspondent bien à la situation où la différence d'indices effectifs entre le mode du slab oxydé et celui du disque est maximale (fig. 5.30b). Dans ce cas, nous avons fait en sorte, à titre d'essai, que l'indice effectif du disque et celui de la zone de couplage (non oxydée) soient accordés, ce qui nous permet de chercher à maximiser le contraste entre la partie oxydée du slab double cœur (fig. 5.30b, courbe rose) et sa partie non oxydée (fig. 5.30b, courbe bleue).

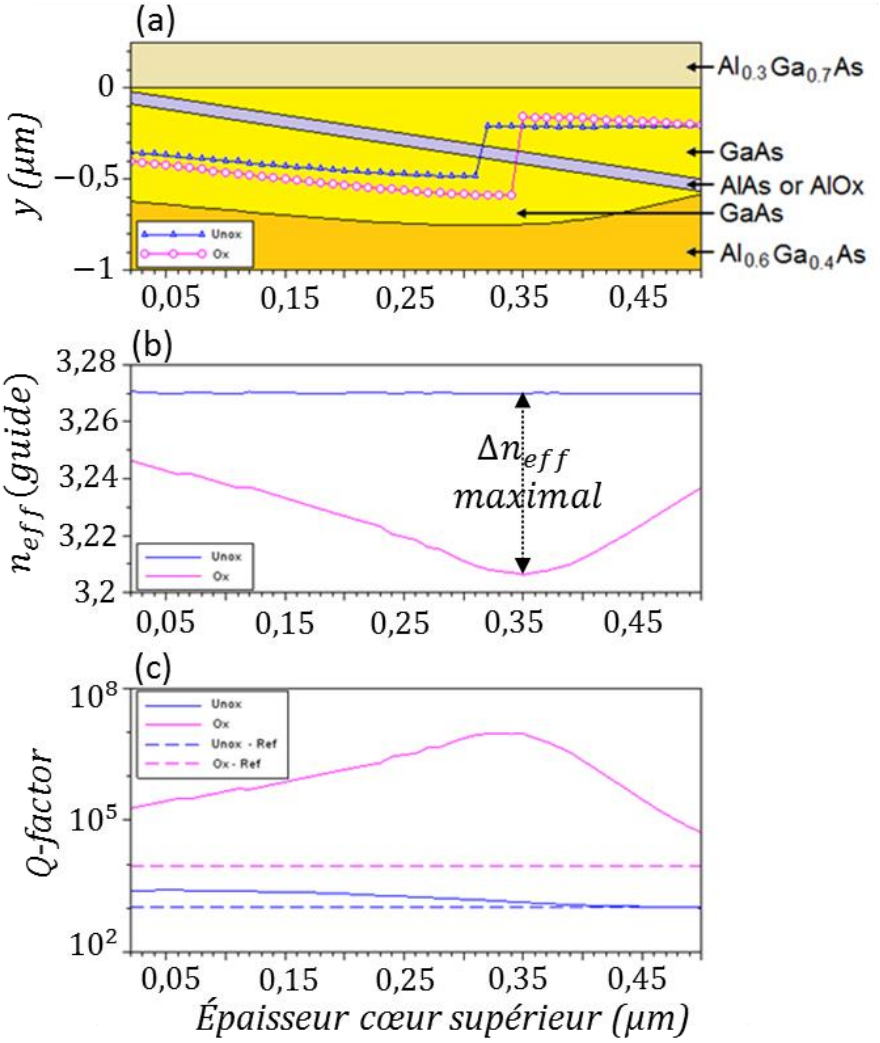


Fig. 5.30: Conception du guide d'accès double coeur pour résonateurs de seconde génération de 300 μm de diamètre. (a) Position verticale de la couche centrale d'oxyde (bande grise) et du maximum du profil de mode (cas oxydé : ligne et cercles magenta, cas non-oxydé : ligne et triangles bleus) (b) Indice effectif du mode fondamental vertical correspondant aux configurations présentées au-dessus (cas non-oxydé en bleu et oxydé en magenta) (c) facteurs de qualité correspondants, en fonction de l'épaisseur du cœur supérieur.

Pour un guide d'accès double cœur de 300nm GaAs (cœur supérieur)/ 68nm AlOx /400nm GaAs (cœur inférieur) proche de l'optimum présenté en fig 5.30 et un disque de 300 μm de diamètre dont la rugosité pourrait être abaissée, suite à une optimisation de la gravure des résonateurs [19], à σ_{rms} = 5nm et $L_c = 100\ nm$, les spectres des coefficients d'absorption liés aux différents types de pertes (courbure, rugosité, fuite vers le guide planaire) peuvent être quantifiés. On voit en fig. 5.31 que cette structure de deuxième génération devrait permettre de passer, à la longueur d'onde de 1550 nm, d'un système mono-cœur aux performances contrôlées par la fuite vers le guide planaire (courbe rose, trait plein) à un système double-cœur (courbe en pointillés roses) limité par la rugosité des flancs du résonateur (courbes bleues).

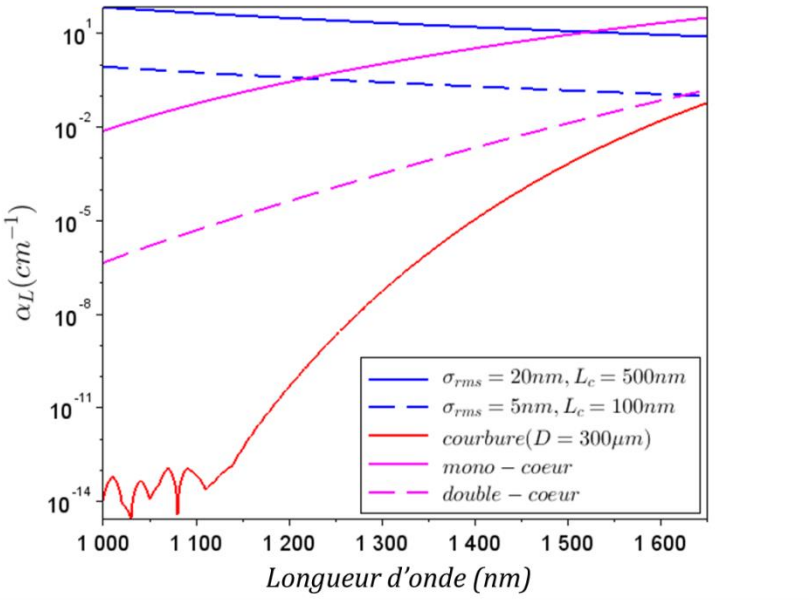


Fig. 5.31: Spectres des différentes contributions de pertes pour un résonateur AlGaAs/AlOx de 300 µm de diamètre avec un guide d'accès mono-coeur (slab) ou double cœur (courbes bleues : rugosité, courbe rouge : courbure, courbes magenta : fuites vers le slab).

Nous avons ensuite simulé des disques dont les flancs sont gravés jusqu'à la couche centrale d'$Al_{0,3}GaAs$, comme sur la figure 5.32, qui décrit les variations du facteur de qualité associé aux structures qui y sont représentées, en fonction de leur diamètre.

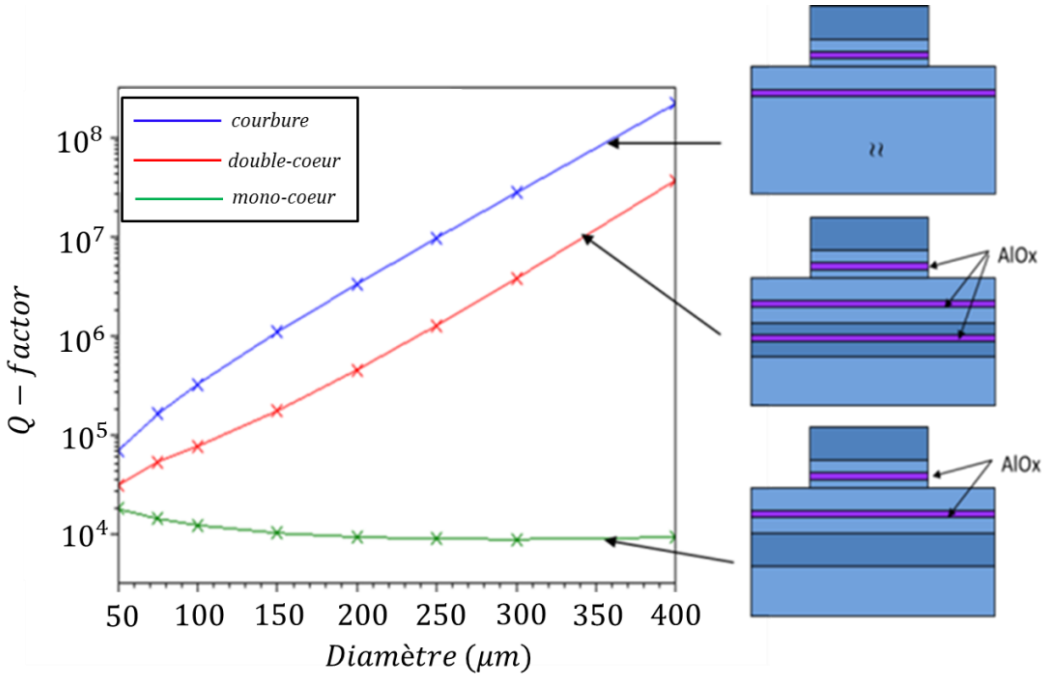


Fig.5.32: Evolution du facteur de qualité en fonction du diamètre des disques dans le cas de pertes par courbure uniquement (courbe bleue), de pertes par courbure et vers le slab (courbe verte) et dans le cas la nouvelle structure double-cœur, permettant de limiter les fuites vers le slab (courbe rouge)

Ces résultats montrent que la structure double-cœur proposée permet de réduire les pertes par fuite vers le slab, de sorte qu'en l'absence de rugosité, la principale contribution vienne de la courbure du disque. Cette solution permet ainsi de gagner, à diamètre fixé, jusqu'à quatre ordres de grandeur sur le facteur de qualité intrinsèque. Nous avons ensuite utilisé les différentes contributions de pertes pour appliquer notre modèle aux nouvelles structures double-coeur. Les résultats présentés en figure 5.33, montrent de fortes valeurs de L_π dont l'évolution spectrale en forme de cloche témoigne de l'accord d'indices entre le résonateur et le guide d'accès à la longueur d'onde de pompe. Il en résulte que la seule longueur de coupleur physiquement atteignable à λ_p correspondant au couplage critique se situe à l'ordre 0^+, matérialisée par les bords orangés de la zone claire verticale à $L_{cc}\ (0^+)= 8{,}01\ \mu m$ (car, rappelons-le, le couplage critique correspond à la moitié du facteur de qualité maximal).

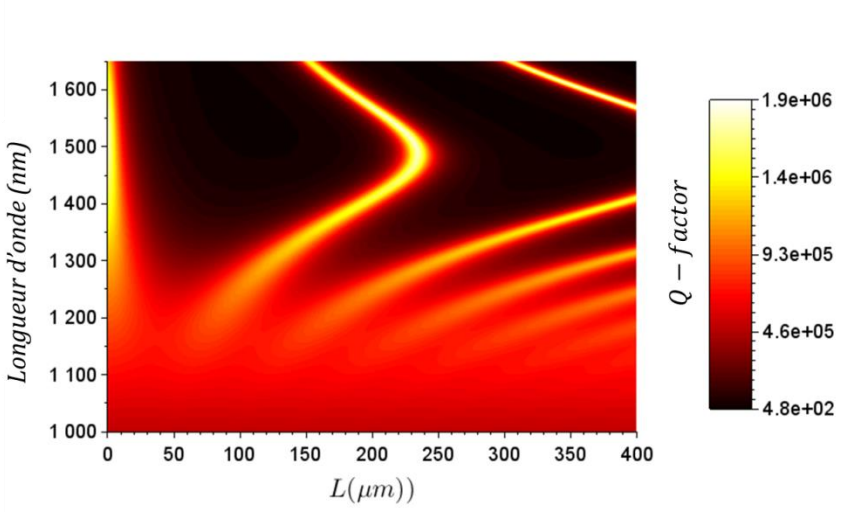


Fig.5.33: Cartographie bidimensionnelle représentant l'évolution du facteur de qualité total de la structure double cœur pour un disque de 300 µm de diamètre en fonction de la longueur d'onde et de la longueur du coupleur à σ_{rms} = 5nm et $L_c = 100\ nm$

Une coupe de cette cartographie à l'ordre critique fondamental fait apparaître la figure 5.34, qui montre que le facteur de qualité total maximal peut atteindre des valeurs de l'ordre de 10^6 autour de la longueur d'onde de pompe.

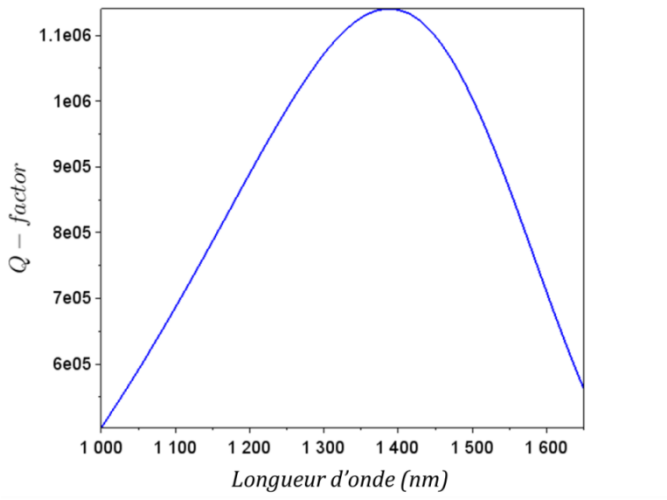


Fig.5.34: Coupe de la figure 5.33 à $L=L_{cc}(0^+)$ représentant l'évolution spectrale du facteur de qualité total de la structure double cœur.

Ces éléments nous ont donc permis de démarrer la fabrication de structures double-cœur comme le représente la figure 5.34 qui est une image au microscope électronique d'une vue en coupe de la zone de couplage.

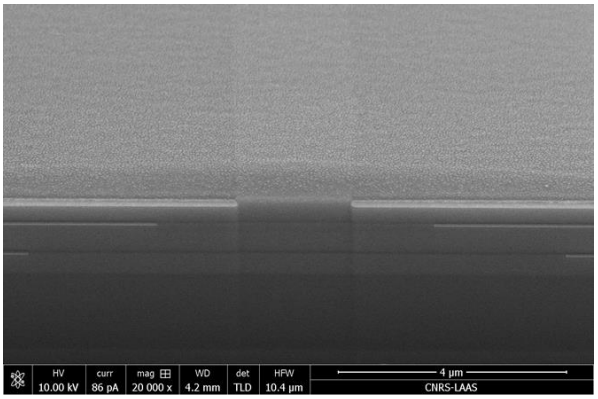


Fig.5.34: Vue en coupe au microscope électronique de la zone de couplage d'une structure double-cœur.

5.6 Conclusion du chapitre 5

Dans ce chapitre, nous avons établi un modèle générique basé sur la CMT et les relations universelles régissant les propriétés spectrales des micro-résonateurs couplés. Celui-ci met en évidence deux conditions théoriques (L_π achromatique ou F achromatique) permettant d'obtenir un couplage critique achromatique propice à la génération de peignes de fréquences et est applicable à divers types de composants utilisant le couplage latéral ou vertical. Nous l'avons tout d'abord illustré numériquement dans le cas d'un résonateur Si_3N_4/SiO_2 monomode transverse en forme d'hippodrome couplé verticalement et avons montré qu'il est alors possible et réaliste d'obtenir un régime de couplage critique s'étendant sur une large plage spectrale de l'ordre de 330 nm en implémentant typiquement un coupleur désaccordé en phase. Ce modèle pourrait par ailleurs trouver d'autres applications, étant donné que les micro-résonateurs basés sur la filière SiN ont émergé comme une nouvelle technologie pour la détection de haute sensibilité d'analytes dans les liquides ou les gaz, via les méthodes de suivi de décalage de leurs résonances optiques [13],[20], [21], [22] nécessitant, comme pour les peignes de fréquences, le contrôle des paramètres régissant le couplage critique. Dans le cas des détecteurs, on cherchera généralement à augmenter la courbure des bandes de couplage critique (donc leur sélectivité spectrale) afin d'obtenir un effet de filtrage permettant d'isoler un nombre restreint de résonances. Une fois comparés à l'expérience dans le cas des micro-disques AlGaAs/AlOx déjà fabriqués, les résultats obtenus avec notre modèle se sont révélés honorables bien que perfectibles, compte tenu du faible nombre de points expérimentaux et de l'importante incertitude que présentent ces derniers. Le principal atout de ce modèle vient donc du fait qu'il est efficace et ne repose sur aucun paramètre ajustable puisque que sa mise en oeuvre est entièrement déduite des données expérimentales. Il ressort néanmoins que les performances de ces simulations, dont la présente implémentation pratique repose sur le calcul d'intégrales de recouvrement monodimensionnelles, sont comparables à l'état de l'art [8], [10]. Ce modèle nous a enfin permis de proposer et d'étudier une nouvelle architecture de micro-disques couplés verticalement dont le guide d'accès présente un double cœur oxydé en son centre et dont les facteurs de qualité améliorés peuvent atteindre 10^6. Ces nouveaux composants ont donc été fabriqués et sont en cours d'analyse.

5.7 Bibliographie du chapitre 5

[1] M. A. Foster, J. S. Levy, O. Kuzucu, K. Saha, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Silicon-based monolithic optical frequency comb source," *Opt. Express*, vol. 19, no. 15, p. 14233, Jul. 2011.

[2] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip," *Opt. Lett.*, vol. 36, no. 17, p. 3398, Sep. 2011.

[3] A. R. Johnson *et al.*, "Chip-based frequency combs with sub-100 GHz repetition rates," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 5, p. 875, Mar. 2012.

[4] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Modal coupling in traveling-wave resonators," *Opt. Lett.*, vol. 27, no. 19, p. 1669, Oct. 2002.

[5] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 36, no. 4, pp. 321–322, 2000.

[6] G. Griffel, J. H. Abeles, R. J. Menna, A. M. Braun, J. C. Connolly, and M. King, "Low-threshold InGaAsP ring lasers fabricated using bi-level dry etching," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 12, no. 2, pp. 146–148, Feb. 2000.

[7] E. Shah Hosseini, S. Yegnanarayanan, A. H. Atabaki, M. Soltani, and A. Adibi, "Systematic design and fabrication of high-Q single-mode pulley-coupled planar silicon nitride microdisk resonators at visible wavelengths," *Opt. Express*, vol. 18, no. 3, p. 2127, Feb. 2010.

[8] M. Ghulinyan *et al.*, "Oscillatory Vertical Coupling between a Whispering-Gallery Resonator and a Bus Waveguide," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, no. 16, Apr. 2013.

[9] F. Mandorlo, P. Rojo Romeo, X. Letartre, R. Orobtchouk, and P. Viktorovitch, "Compact modulated and tunable microdisk laser using vertical coupling and a feedback loop," *Opt. Express*, vol. 18, no. 19, p. 19612, Sep. 2010.

[10] F. Turri, F. Ramiro-Manzano, I. Carusotto, M. Ghulinyan, G. Pucker, and L. Pavesi, "Wavelength Dependence of a Vertically Coupled Resonator-Waveguide System," *J. Light. Technol.*, vol. 34, no. 23, pp. 5385–5390, Dec. 2016.

[11] S. Calvez *et al.*, "Vertically Coupled Microdisk Resonators Using AlGaAs/AlOx Technology," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 27, no. 9, pp. 982–985, May 2015.

[12] C. Arlotti, G. Almuneau, O. Gauthier-Lafaye, and S. Calvez, "Coupled mode analysis of micro-disk resonators with an asymmetric-index-profile coupling region," in *Photonics West 2017*, 2017, vol. Proc. of SPIE Vol. 10090 100901D-1.

[13] J. Xie *et al.*, "Selective excitation of microring resonances using a pulley-coupling structure," *Appl. Opt.*, vol. 53, no. 5, p. 878, Feb. 2014.

[14] Christopher BAKER, "On-chip nano-optomechanical whispering gallery resonators (thèse de doctorat) https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00923404/." 10-Oct-2013.

[15] Pierre Guillemé, "Génération de seconde harmonique dans les microdisques de phosphure de gallium int´egr´es sur silicium (thèse de doctorat) https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01496748/document." 27-Jul-2017.

[16] S. Ura, S. Murata, Y. Awatsuji, and K. Kintaka, "Design of resonance grating coupler," *Opt. Express*, vol. 16, no. 16, p. 12207, Aug. 2008.

[17] H. Nishihara, M. Haruna, and T. Suhara, *Optical integrated circuits*. New York: McGraw-Hill Book Co, 1989.

[18] C. Ngô and H. Ngô, *Physique quantique: introduction : cours et exercices corrigés*. Paris: Dunod, 2005.

[19] G. A. Porkolab, P. Apiratikul, B. Wang, S. H. Guo, and C. J. K. Richardson, "Low propagation loss AlGaAs waveguides fabricated with plasma-assisted photoresist reflow," *Opt. Express*, vol. 22, no. 7, p. 7733, Apr. 2014.

[20] Ward, J.., Benson, O, "WGM microresonators: sensing, lasing and fundamental optics with microspheres," *Laser Photonics Rev. 5(4)*, pp. 553–570, 2011.

[21] Y. Sun and X. Fan, "Optical ring resonators for biochemical and chemical sensing," *Anal. Bioanal. Chem.*, vol. 399, no. 1, pp. 205–211, Jan. 2011.

[22] S. Chandran, R. K. Gupta, and B. K. Das, "Dispersion Enhanced Critically Coupled Ring Resonator for Wide Range Refractive Index Sensing," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 23, no. 2, pp. 424–432, Mar. 2017.

Conclusion générale

Les faits ultérieurs ont déformé jusqu'à l'inextricable le souvenir de nos premières étapes. Partis d'Arsinoé, nous avons pénétré dans le désert embrasé. Nous avons traversé le pays des Troglodytes, qui dévorent des serpents et manquent de l'usage de la parole ; celui des Garamantes, qui ont leurs femmes en commun et qui se nourrissent de la chair des lions ; celui des Augiles, qui vénèrent seulement le Tartare. Nous avons fatigué d'autres déserts, où le sable est noir, où le voyageur doit usurper les heures de la nuit, car la ferveur du jour est intolérable.

Jorge Luis Borges, *L'aleph* (L'immortel)

Les micro-résonateurs à modes de galerie, qu'ils soient déclinés sous forme de disques, anneaux ou hippodromes, sont devenus les éléments constitutifs clés de nombreux composants photoniques de haute performance. Les réalisations exploitant les semiconducteurs III-V sont particulièrement attrayantes car elles ouvrent la possibilité d'intégrer conjointement des sections actives et passives et donc de diversifier les fonctionnalités sur une même puce photonique. Au niveau technologique, l'intégration verticale du résonateur au-dessus de ses guides d'accès permet de distribuer les fonctions actives et passives sur des plans distincts et de faciliter la réalisation des composants grâce à des procédés mieux maitrisés. Une technique de fabrication récemment introduite dans l'équipe et basée sur la filière AlGaAs/AlOx a ainsi permis de réaliser, à l'aide d'étapes simples, des micro-disques couplés verticalement à leur guide d'accès. Les performances de ces composants restent toutefois limitées ($Q \sim 10^4$) en raison de leur architecture, complexifiée par les empilements multicouches qui les constituent. Par ailleurs, plusieurs études ont déjà démontré la génération de peignes de fréquences au moyen de micro-résonateurs en forme d'anneaux ou d'hippodromes exploitant la filière Si_3N_4/SiO_2. Toutefois, les modèles de génération de peignes développés jusqu'à présent sont généralement implémentés avec un coupleur de type « boîte noire » entre le résonateur et son guide d'accès, ne tenant pas compte des variations spectrales des coefficients de couplage ni de l'influence de la longueur du coupleur sur la fonction de transfert totale. De fait, les travaux réalisés portent majoritairement sur des résonateurs couplés latéralement dont la zone de couplage est considérée comme ponctuelle. L'architecture de couplage vertical et son influence sur les caractéristiques spectrales de la fonction de transfert du résonateur couplé sont encore peu étudiées tant au plan théorique que pratique. Aussi, les travaux menés au cours de cette thèse sont-ils divisés en deux axes principaux : d'une part la modélisation et la compréhension du comportement des micro-disques AlGaAs/AlOx fabriqués et d'autre part le développement d'un modèle générique visant à comprendre et optimiser le couplage des cavités présentant un coupleur non ponctuel et non symétrique (couplage vertical, « pulley coupling », hippodromes, …).

Pour cela, nous avons, au chapitre 2, développé un outil analytique robuste basé sur la méthode de l'indice effectif et la méthode de Marcatilli, permettant de calculer la partie réelle de l'indice effectif de disques, d'anneaux et d'hipprodromes sur une large plage de longueurs d'ondes et pour plusieurs gammes de matériaux. Grâce à cela, nous avons pu dessiner des composants dont la dispersion et le facteur de qualité sont optimisés pour la génération de peignes de fréquences. Nous avons d'abord mis en évidence, au chapite 3, les dimensions optimales requises pour qu'un anneau Si_3N_4/SiO_2 multimode transverse puisse présenter un régime de dispersion modérément anormal favorable à la génération de peignes de fréquences par effet Kerr. Dans le cas d'un résonateur Si_3N_4/SiO_2 monomode transverse, nous avons également proposé une solution permettant la gestion de la dispersion, sous la forme d'une cavité rectangulaire arrondie aux angles, dont l'hippodrome est un cas particulier. Une telle géométrie devrait permettre de générer du mélange à quatre ondes dans ses parties droites tout en entretenant une dispersion moyenne nulle sur l'ensemble de la cavité, propice à la conservation d'impulsions

solitoniques. Des études plus approfondies de ces potentialités ont été initiées dans le cadre d'une collaboration, en implémentant notamment un modèle non-linéaire de la dynamique de la cavité. Nous avons également décrit et quantifié, par des moyens semi-analytiques employant notamment le logiciel Wgms3D basé sur la méthode des différences finies, les principaux mécanismes à l'origine des pertes internes dans nos micro-résonateurs. Outre la contribution due à la rugosité simulée analytiquement, il apparaît que dans les composants AlGaAs/AlOx, la présence, inhérente à notre approche du couplage vertical, du guide slab sous la cavité, engendre un couplage indésirable vers un mode à fuite, à l'origine de pertes importantes.

Dans les chapitres suivants, nous nous sommes attelés à parachever l'élaboration d'un outil semi-analytique basé sur une expansion modale afin de réaliser une modélisation paramétrique large bande des performances de ces systèmes couplés verticalement. Dans ce cadre, nous avons introduit au chapitre 4 un critère permettant d'utiliser la théorie des modes couplés (CMT) dans le cas, à notre connaissance non traité dans la littérature, de coupleurs asymétriques présentant une zone de séparation multicouche. Nous avons ainsi pu calculer la dépendance spectrale des coefficients de couplage à partir des intégrales de recouvrement de champs monodimensionnelles, permettant de traiter le problème sans avoir recours à des méthodes entièrement numériques. Le chapitre 5 a, quant à lui, été consacré au développement d'un modèle générique utilisant la CMT et les relations universelles régissant les propriétés spectrales des micro-résonateurs couplés. Le but de cette étude était de circonscrire un certain nombre de paramètres opto-géométriques permettant au système d'opérer en régime de couplage critique sur la plus large bande passante possible. En effet, dans ce régime de couplage caractérisé par un équilibre entre les pertes internes et les pertes externes, la puissance intracavité est maximisée pour un composant monomode transverse. Nous avons donc mis en évidence, par une approche variationnelle, deux conditions théoriques permettant d'obtenir un couplage critique achromatique propice à la génération de peignes de fréquences. Ces conditions requièrent typiquement la mise en œuvre d'une architecture dans laquelle le guide d'accès et le résonateur ont des constantes de propagation différentes. Ce désaccord de phase permet alors de concevoir un coupleur présentant soit une longueur caractéristique L_π achromatique soit une efficacité de couplage F achromatique. Ce modèle a d'abord été illustré numériquement dans le cas d'un résonateur Si_3N_4/SiO_2monomode transverse en forme d'hippodrome couplé verticalement et nous avons montré qu'il est alors possible et technologiquement réaliste d'obtenir un régime de couplage critique s'étendant sur une large plage spectrale de l'ordre de 330 nm. L'emploi d'un coupleur désaccordé en phase permet ainsi d'augmenter la bande passante critique d'un ordre de grandeur par rapport au cas plus répandu de guides accordés en phase.

Il convient à ce stade de rappeler que si notre modèle théorique est applicable à différents types de composants, sa mise en œuvre pratique repose, dans le présent manuscrit, sur le calcul d'intégrales de recouvrement verticales monodimensionnelles dans le cas d'un coupleur constitué de deux guides monomodes ainsi qu'il est spécifié aux chapitres 4 et 5. Les voies futures d'améliorations consisteront donc d'une part à passer au calcul bidimensionnel prenant en compte les profils de champs horizontaux et d'autre part à implémenter la CMT dans un coupleur multimode et/ou multiguide. Des travaux dans le sens de cette seconde piste sont en cours et leur mise en place est évoquée plus en détails dans l'annexe B. L'intérêt de l'extension du modèle au cas multimode réside en ce que la majorité des travaux portant sur la simulation de la dynamique non-linéaire des micro-résonateurs font l'hypothèse que la cavité ne supporte qu'un unique mode transverse. Enfin, les deux scenarii analytiques de couplage critique achromatique pourront servir de base à la mise en œuvre d'une routine d'optimisation numérique systématique de la structure du coupleur. On pourra alors étudier de nouvelles géométries, telles que des cavités à section trapézoïdale et des guides d'accès de type « slot » qui ouvrent d'autres voies notamment dans la gestion des spectres de dispersion géométrique et du couplage [1].

Notre modèle a enfin été appliqué aux micro-disques AlGaAs/AlOx. Les résultats obtenus, cohérents avec les données expérimentales, ont révélé une efficacité de simulation à l'état de l'art et nous ont permis de mieux appréhender les limitations des dispositifs réalisés. Des caractérisations supplémentaires des propriétés des composés oxydés devraient aussi nous permettre de raffiner le modèle en améliorant notamment l'évaluation les pertes dues à la rugosité de l'AlOx [2]. Une nouvelle architecture de micro-disques AlGaAs/AlOx couplés verticalement a ensuite été proposée pour pallier le problème des pertes dues au couplage vers les modes à fuites. Ces résonateurs de nouvelle

génération, dont le guide d'accès présente un double cœur oxydé en son centre, devraient permettre d'obtenir, d'après nos simulations, des facteurs de qualité améliorés pouvant atteindre 10^6 et ainsi concrétiser la démonstration de l'amplification paramétrique. Ces composants ont été fabriqués et sont actuellement en cours de caractérisation. Enfin, Les résultats obtenus sur les résonateurs critiques-achromatiques Si_3N_4/SiO_2, nous ont permis d'initier une évaluation numérique de la génération de peignes de fréquences, basée sur la résolution itérative de l'équation de Schrödinger non-linéaire prenant en compte les variations des propriétés spectrales et dispersives de ces hippodromes et de leur coupleur. Le but de cette étude, à long terme, serait de progresser vers un modèle non-linéaire permettant de décrire la dynamique de la génération de peignes de fréquences par effet Kerr à partir de composants entièrement intégrés sur puces. Cette problématique fédère aujourd'hui d'importants moyens scientifiques et techniques, notamment autour du projet « Direct On-chip Digital Optical Synthesizer » (DODOS) initié par la « Defense Advanced Research Projects Agency » (DARPA) aux Etats-Unis, dont l'objectif est de concevoir et réaliser un composant photonique à base de micro-résonateurs à modes de galerie comprenant, sur une même puce de moins de 1 cm^3 de volume, le laser accordable de pompe et les éléments nécessaires à l'émission d'un peigne de fréquences auto-référencé consommant moins de 1 W de puissance [3], [4]. Pour obtenir un système intégré à base de résonateurs AlGaAs/AlOx, une solution serait d'inclure la pompe au moyen de structures à gain dans le guide d'accès, comme des boîtes quantiques InAs/InGaAs émettant à 1,3 µm [5] ou des puits quantiques GaInNAsSb⁄Ga(N)As émettant à 1,55 µm [6]. Le dessin d'un tel dispositif bénéficiera de l'outil analytico-numérique développé en le complémentant avec une partie permettant de traiter les accès multi-guides pour pouvoir notamment prendre en compte l'ajout nécessaire d'une couche GaAs de contact électrique dans la zone de séparation entre les guides du laser et du résonateur à modes de galerie. Des modules supplémentaires permettant d'inclure l'injection électrique et les effets mécaniques (résultant des contraintes induites lors de l'oxydation [7]) seraient aussi intéressants pour pouvoir concevoir la structure, prédire et optimiser les performances de ce dispositif laser/convertisseur de manière globale.

[1] V. R. Almeida, Q. Xu, C. A. Barrios, and M. Lipson, "Guiding and confining light in void nanostructure," Opt. Lett., vol. 29, no. 11, p. 1209, Jun. 2004.

[2] Gaël Lafleur, "Nouvelles architectures de composants photoniques par l'ingénierie du confinement électrique et optique" (Thèse de Doctorat) http://thesesups.ups-tlse.fr/3351/. 2016.

[3] "https://www.darpa.mil/program/direct-on-chip-digital-optical-synthesizer." .

[4] D.T. Jones et.al., "An Integrated-Photonics Optical-Frequency Synthesizer (arXiv:1708.05228)."

[5] V. M. Ustinov et al., "InAs/InGaAs quantum dot structures on GaAs substrates emitting at 1.3 µm," Appl. Phys. Lett., vol. 74, no. 19, pp. 2815–2817, May 1999.

[6] J. A. Gupta et al., "Room-temperature continuous-wave operation of GaInNAsSb laser diodes at 1.55 [micro sign]m," Electron. Lett., vol. 41, no. 19, p. 1060, 2005.

[7] Fares Chouchane, "Confinement éléctrique et optique dans la filière GaAs : Ingénierie libre par oxydation sélective et reprise d'épitaxie" (thèse de doctorat) https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00781774/file/Manuscrit_Fares_Chouchane2013_1.pdf. Jan-2013.

Annexe A

Vérification de la conservation de la puissance dans le coupleur bimode.

A partir de l'expression complète de la matrice de couplage, prenant en compte les coefficients d'auto-couplage du second ordre et les termes de butt-coupling :

$$M_{CMT} = \begin{pmatrix} [\cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} & -i\frac{\kappa_a}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} \\ -i\frac{\kappa_b}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} & [\cos(\Gamma L) - i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} \end{pmatrix} \quad \text{(A.1)}$$

Où

$$\Gamma = \sqrt{\kappa_a \kappa_b + \hat{\delta}^2} \quad \text{(A.2)}$$

Et

$$\hat{\delta} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} + \frac{\alpha_a - \alpha_b}{2} \quad \text{(A.3)}$$

On calcule le déterminant :

$$|Det(M_{CMT})| = \left| \begin{matrix} [\cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L}\,[\cos(\Gamma L) - i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L} + \\ \frac{\kappa_b}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{i(\hat{\delta}+\alpha_b)L}\frac{\kappa_a}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{-i(\hat{\delta}-\alpha_a)L} \end{matrix} \right| \quad \text{(A.4)}$$

$$|Det(M_{CMT})| = \left| \begin{matrix} [\cos^2(\Gamma L) + \left(\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\right)^2 sin^2(\Gamma L)]e^{i(\alpha_a+\alpha_b)L} + \\ \frac{\kappa_a \kappa_b}{\Gamma^2}\sin^2(\Gamma L)e^{i(\alpha_a+\alpha_b)L} \end{matrix} \right| \quad \text{(A.5)}$$

$$|Det(M_{CMT})| = \left| e^{i(\alpha_a+\alpha_b)L}\left([\cos^2(\Gamma L) + \left(\frac{\kappa_a \kappa_b + \hat{\delta}^2}{\Gamma^2}\right)\sin^2(\Gamma L)\right)\right| \quad \text{(A.6)}$$

$$|Det(M_{CMT})| = \left|e^{i(\alpha_a+\alpha_b)L}\right| = 1 \quad \text{(A.7)}$$

La matrice M_{CMT} est donc unitaire car son déterminant est de module 1. Cela signifie que la puissance est conservée lors de l'interaction de couplage.

Annexe B

Analyse générique d'un coupleur directionnel

Méthode générique

Pour trouver les solutions de (4.16), Okamoto et.al. (réf. [10] chapitre 4), supposent que la forme des fonctions d'essai satisfaisant ce système d'équations est :

$$A_1 = \left[a_1 e^{i\Gamma z} + a_2 e^{-i\Gamma z}\right] e^{-i\delta z + i\frac{\alpha_a + \alpha_b}{2} z}$$
$$A_2 = \left[b_1 e^{i\Gamma z} + b_2 e^{-i\Gamma z}\right] e^{i\delta z + i\frac{\alpha_a + \alpha_b}{2} z} \quad \text{(B.1)}$$

puis les injectent dans le système avec les conditions aux limites suivantes

$$a_1 + a_2 = A_1(0)$$
$$b_1 + b_2 = A_2(0) \quad \text{(B.2)}$$

Afin d'obtenir la matrice M_{CMT} (4.20)

Une autre possibilité pour établir les équations d'évolution des champs couplés et la matrice les connectant, consiste à travailler non plus avec les amplitudes lentement variables (A_1, A_2) mais avec les champs $U_m(z) = A_m(z)e^{-i\beta_m z}$. L'avantage de cette méthode pour établir la matrice de couplage est qu'elle peut être appliquée à un nombre quelconque de guides supportant un nombre quelconque de modes, en suivant la procédure que nous allons présenter et résumer ici et en respectant les notations de Hardy et. al. (réf. [26] chapitre 4). Le champ total s'écrit désormais

$$\begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{E}}(x,y,z) = \sum_{p=1}^{N} \sum_{m=1}^{n_p} U_m^{(p)}(z) \boldsymbol{E}_m(x,y) \\ \widetilde{\boldsymbol{H}}(x,y,z) = \sum_{p=1}^{N} \sum_{m=1}^{n_p} U_m^{(p)}(z) \boldsymbol{H}_m(x,y) \end{cases} \quad \text{(B.3)}$$

Où l'exposant (p) traduit la somme sur le nombre total de modes et l'indice m la somme sur le nombre total de guides. De sorte que les éléments de matrices P et K s'écrivent $P_{\mu,m}^{(q,p)}$ et $K_{l,m}^{(q,p)}$ et, en prenant en compte l'orthogonalité des modes d'un même guide

$$P_{\mu,m}^{(p,p)} = K_{l,m}^{(p,p)} = 0 \text{ pour } \mu \neq m \quad \text{(B.4)}$$
$$P_{m,m}^{(p,p)} = 1 \quad \text{(B.5)}$$

Le système d'équations différentielles couplées s'exprime ainsi à la manière du formalisme de la matrice densité en mécanique quantique :

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial z} = -iH\boldsymbol{U} \quad \text{(B.6)}$$

Avec

$$H = [B + P^{-1}K] \quad \text{(B.7)}$$

La solution du système (B.4) s'exprime indépendamment du nombre de modes mis en jeu en prenant l'exponentielle matricielle

$$\boldsymbol{U}(z) = e^{-iH.z}\boldsymbol{U}(0) \tag{B.8}$$

Qui se calcule de la manière suivante

$$e^{-iHz} = P_H e^{-iD_H.z} {P_H}^{-1} = M_{CMT,U} \tag{B.9}$$

Où D_H est la matrice diagonale contenant les valeurs propres de H et P_H sa matrice de passage constituées des vecteurs propres correspondants.

Application au coupleur directionnel bimode.

Pour un coupleur constitué de deux guides monomodes, ces matrices sont les suivantes :

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1 & 1 \\ 1 & \beta_2 \end{pmatrix} \tag{B.10}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & c_{21} \\ c_{12} & 1 \end{pmatrix} \tag{B.11}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{1-|c_{12}|^2}\begin{pmatrix} 1 & -c_{12} \\ -c_{21} & 1 \end{pmatrix} \tag{B.12}$$

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{pmatrix} \tag{B.13}$$

De sorte que

$$H = \begin{pmatrix} \beta_1 + \frac{\kappa_{11} - \kappa_{21}c_{12}}{1-|c_{12}|^2} & \frac{\kappa_{12} - \kappa_{22}c_{12}}{1-|c_{12}|^2} \\ \frac{\kappa_{21} - \kappa_{11}c_{12}}{1-|c_{12}|^2} & \beta_2 + \frac{\kappa_{22} - \kappa_{12}c_{21}}{1-|c_{12}|^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 - \alpha_a & \kappa_a \\ \kappa_b & \beta_2 - \alpha_b \end{pmatrix} \tag{B.14}$$

Les expressions des valeurs propres λ de H (qui sont les constantes de propagation du champ total dans la structure multicouche, i.e. les supermodes) sont données ci-après en résolvant l'équation $Det(H - \lambda I) = 0$. On obtient deux solutions :

$$\lambda_{\pm} = \frac{\beta_a + \beta_b}{2} \pm \Gamma = \bar{\beta} \pm \Gamma \tag{B.15}$$

Avec

$$\begin{aligned} \beta_a &= \beta_1 - \alpha_a \\ \beta_b &= \beta_2 - \alpha_b \end{aligned} \tag{B.16}$$

D'où

$$D_H = \begin{pmatrix} \bar{\beta} + \Gamma & 0 \\ 0 & \bar{\beta} - \Gamma \end{pmatrix} \tag{B.17}$$

Et

$$e^{-iD_H} = \begin{pmatrix} e^{i(\bar{\beta}+\Gamma)} & 0 \\ 0 & e^{i(\bar{\beta}-\Gamma)} \end{pmatrix} \tag{B.18}$$

Les vecteurs propres (correspondant aux supermodes) associés à chacune des valeurs propres sont

$$|U_+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ (\Gamma - \hat{\delta})/\kappa_a \end{pmatrix}$$
$$|U_-\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -(\Gamma + \hat{\delta})/\kappa_a \end{pmatrix} \quad \text{(B.19)}$$

D'où la matrice de passage

$$P_H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ (\Gamma - \hat{\delta})/\kappa_a & -(\Gamma + \hat{\delta})/\kappa_a \end{pmatrix} \quad \text{(B.20)}$$

Et son inverse

$${P_H}^{-1} = \frac{\kappa_a}{2\Gamma}\begin{pmatrix} (\Gamma + \hat{\delta})/\kappa_a & 1 \\ (\Gamma - \hat{\delta})/\kappa_a & -1 \end{pmatrix} \quad \text{(B.21)}$$

De sorte que

$$M_{CMT,U} = \begin{pmatrix} [\cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)] & -i\frac{\kappa_a}{\Gamma}\sin(\Gamma L) \\ -i\frac{\kappa_b}{\Gamma}\sin(\Gamma L) & [\cos(\Gamma L) - i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)] \end{pmatrix} e^{-i\bar{\beta}z} \quad \text{(B.22)}$$

Note : on voit facilement que $M_{CMT,U}$ est unitaire.

On peut ainsi réécrire (B.8)

$$\begin{pmatrix} U_1(L) \\ U_2(L) \end{pmatrix} = M_{CMT,U}\begin{pmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \end{pmatrix} \quad \text{(B.23)}$$

Et on obtient donc, en repassant aux amplitudes lentement variables

$$M_{CMT,A} = \begin{pmatrix} [\cos(\Gamma L) + i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{i(\hat{\delta}-\alpha_a)z} & -i\frac{\kappa_a}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{i(\hat{\delta}-\alpha_a)z} \\ -i\frac{\kappa_b}{\Gamma}\sin(\Gamma L)e^{-j(\hat{\delta}+\alpha_b)z} & [\cos(\Gamma L) - i\frac{\hat{\delta}}{\Gamma}\sin(\Gamma L)]e^{-i(\hat{\delta}+\alpha_b)z} \end{pmatrix} \quad \text{(B.24)}$$

On retrouve donc exactement l'expression de la matrice (4.20).

Exemple d'un coupleur constitué d'un guide d'accès monomode et d'un résonateur bimode

Ainsi, pour un coupleur constitué d'un guide d'accès monomode (guide (2)) et d'un résonateur (guide (1)) bimode (par exemple un résonateur dont la hauteur permet d'obtenir un régime de dispersion anormale en supportant deux modes) les matrices P, K et B sont :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & c_{1,1}^{(1,2)} \\ 0 & 1 & c_{2,1}^{(1,2)} \\ c_{1,1}^{(2,1)} & c_{1,2}^{(2,1)} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(B.25)}$$

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_{1,1}^{(1,1)} & 0 & \kappa_{1,1}^{(2,1)} \\ 0 & \kappa_{2,2}^{(1,1)} & \kappa_{1,2}^{(2,1)} \\ \kappa_{1,1}^{(1,2)} & \kappa_{2,1}^{(1,2)} & \kappa_{1,1}^{(2,2)} \end{pmatrix} \tag{B.26}$$

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1^{(2)} \end{pmatrix} \tag{B.27}$$

En établissant la matrice H via le calcul des intégrales de recouvrement adéquates et en la diagonalisant, on pourra alors obtenir une matrice de couplage $M_{CMT(3\times3)}$ permettant de relier les amplitudes des différents modes du coupleur (voir fig. B.1). La transmission peut alors être obtenue en résolvant le système

$$\begin{pmatrix} A_1^{(1)}(L) \\ A_2^{(1)}(L) \\ A_1^{(2)}(L) \end{pmatrix} = M_{CMT(3\times3)} \begin{pmatrix} A_1^{(1)}(0) \\ A_2^{(1)}(0) \\ A_1^{(2)}(0) \end{pmatrix} \tag{B.28}$$

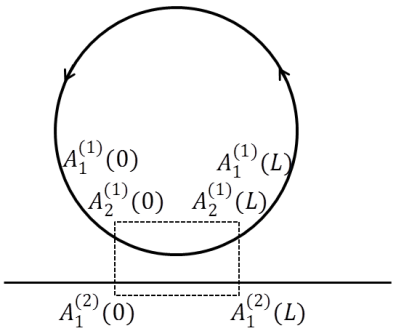


Fig. B.1 : représentation des amplitudes dans un coupleur de longueur L connectant un anneau bimode à un guide d'accès monomode.

Avec les conditions de circulation dans la cavité (en reprenant les notations du chapitre 5)

$$A_1^{(1)}(0) = A_1^{(1)}(L)e^{-i\theta_1^{(1)}}a_1^{(1)} \tag{B.29}$$

$$A_2^{(1)}(0) = A_2^{(1)}(L)e^{-i\theta_2^{(1)}}a_2^{(1)} \tag{B.30}$$

On a alors 3 équations à 3 inconnues ($A_1^{(1)}(L)$, $A_2^{(1)}(L)$, $A_1^{(2)}(L)$) paramétrées par l'amplitude injectée dans le guide d'accès $A_1^{(2)}(0)$.

La transmission en intensité $T = \left|\frac{A_1^{(2)}(L)}{A_1^{(2)}(0)}\right|^2$ (où $A_1^{(2)}(L)$ est donc une combinaison linéaire de $A_1^{(1)}(0), A_2^{(1)}(0)$ et $A_1^{(2)}(0)$) prendra alors vraisemblablement la forme de deux ensembles de résonances de Fano (correspondant à chaque mode de la cavité) espacés par leur ISL respectif.

Annexe C

Publications scientifiques relatives à ce travail de thèse

Article de revue:

C. Arlotti, G. Lafleur, A. Larrue, P.-F. Calmon, A. Arnoult, G. Almuneau, O. Gauthier-Lafaye and S. Calvez, "Coupled-mode analysis of vertically-coupled AlGaAs/AlOx microdisk resonators" (soumis JQE, Déc. 2017)

C. Arlotti, O. Gauthier-Lafaye, A. Monmayrant, S. Calvez, "Achromatic critically-coupled racetrack resonators," J. Opt. Soc. Am. B 34(11), 2343-2351 (2017)

Conférences internationales avec proceedings

C. Arlotti, A. Monmayrant, O. Gauthier-Lafaye, N. Guiterrez, A. Fernandez, O. Llopis and S. Calvez "Wideband critically-coupled resonators" (accepté) proceedings of SPIE Photonics West 2018

C. Arlotti, O. Gauthier-Lafaye, and S. Calvez, "Spectral engineering of the transmission characteristics of racetrack resonators," in *international workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical Modelling*, Eindhoven -Netherlands, 2017, p. OT1.3.

C. Arlotti, G. Almuneau, O. Gauthier-Lafaye, and S. Calvez, "Coupled mode analysis of micro-disk resonators with an asymmetric-index-profile coupling region," in *proc. of SPIE*, San Francisco, California, USA, 2017, vol. 10090, p. 100901D.

S. Calvez, G. Lafleur, C. Arlotti, A. Larrue, P.-F.Calmon, A. Arnoult, G. Almuneau, O. Gauthier-Lafaye, "III-V-semiconductor vertically coupled whispering-gallery mode resonators made by selective lateral oxidation," in Proc. of SPIE, San Francisco, California, USA, 2016, vol. 9727, p. 97270A.

Conférences nationales avec proceedings

C. Arlotti, O. Gauthier-Lafaye, G. Almuneau, S. Calvez, "Ingénierie de micro-résonateurs en AlGaAs/AlOx couplés verticalement," présenté aux Journées Nationales de l'Optique Guidée (JNOG), Limoges - France, 2017.

Posters conférences nationales

N. Gutierrez, C. Arlotti, A. Fernandez, S. Calvez, and O. Llopis, "Simulation numérique itérative pour la génération de peignes Kerr : optimisation de la fonction de couplage," présenté à la Journée du Club Opto-Microonde (JCOM), Limoges - France, 2017, p. Poster 10.